

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UM ESTUDO EXPLORATÓRIO DOS COMPONENTES DA HABILIDADE
MATEMÁTICA REQUERIDOS NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS POR ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

Érica Valeria Alves

Orientadora: Prof^a Dr^a Márcia Regina
Ferreira de Brito

COMISSÃO JULGADORA:

1999

**CATALOGAÇÃO NA FONTE ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP**

AL87e Alves, Érica Valeria.
Um estudo exploratório dos componentes da habilidade
matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por
estudantes do ensino médio. -- Campinas, SP : [s.n.], 1999.

Orientador : Márcia Regina Ferreira de Brito
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Educação.

1. Matemática. 2. Aritmética. 3. Educação
matemática. 4. Ensino de segundo grau. 5. *Solução de
problemas. I. Brito, Márcia Regina Ferreira de. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Este exemplar corresponde à redação final
da Dissertação de Mestrado defendida por
Érica Valeria Alves e aprovada pela
Comissão Julgadora.

Data/...../.....

Assinatura:
Orientadora

*Aos meus pais, Vitor
e Lurdes, principais responsáveis pela
minha existência.*

AGRADECIMENTOS

À orientadora e grande amiga, Prof^a Dr^a Márcia Regina Ferreira de Brito, pelos grandes ensinamentos e incentivo no desenvolvimento deste e inúmeros outros trabalhos de pesquisa realizados.

Aos meus familiares, pais e irmãs, que acreditaram e investiram em minha capacidade.

A todos os amigos, em especial Vivi, Carla, Silzia e Valéria, pela compreensão e apoio durante o período dedicado a este trabalho.

Aos amigos do grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, PSiem/UNICAMP, pelas valorosas contribuições para que este estudo fosse realizado, em especial aos amigos Valéria, Viviane, Maria Helena, Nelson, Míriam, Marcos e Claudete.

À Prof^a Ms. Irene Maurício Cazorla, pela orientação nos cálculos estatísticos deste trabalho.

A todos os professores que tive, que com dedicação e desprendimento, contribuíram, desde a pré-escola até o mestrado, para que eu pudesse, cada vez mais aprender e, crescer como ser humano.

Aos alunos que já tive, nesta ainda curta carreira profissional, com os quais muito aprendi e que despertaram questionamentos que culminaram neste trabalho de pesquisa.

Às escolas Ateneu Campinense, FAEC-Antares/Americana, Colégio Bandeirantes/Mogi das Cruzes, Objetivo/Barão Geraldo, E.E. Dr. Heitor Penteado/Americana e E.E. Prof^a Maria José de Mattos Gobbo, pela receptividade para que este estudo fosse realizado.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA	1
---	---

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS	7
HABILIDADES MATEMÁTICAS.....	16

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS SEGUNDO A ABORDAGEM DO PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES	26
AS HABILIDADES MATEMÁTICAS	28
PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA	34

CAPÍTULO IV

MATERIAIS, MÉTODOS E PROCEDIMENTOS	37
SUJEITOS	37
INSTRUMENTOS	37
PROCEDIMENTOS	41
DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS	50
ANÁLISE DOS DADOS	50

CAPÍTULO V

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS	52
ESTUDO PRELIMINAR	52
ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS DOS SUJEITOS	57
ASPECTOS GERAIS	57
RESULTADOS OBTIDOS NO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DAS HABILIDADES E DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA.....	58
RESULTADOS OBTIDOS NA PROVA MATEMÁTICA	61
ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA PROVA MATEMÁTICA	64
ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DO DESEMPENHO E DAS HABILIDADES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA	73
DISTRIBUIÇÃO DOS SUJEITOS DE ACORDO COM O DESEMPENHO NA PROVA MATEMÁTICA	80
SEGUNDA ETAPA DO ESTUDO	81
CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS	81
RESULTADOS OBTIDOS NA ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA.....	83
RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA PERCEBER RELAÇÕES E FATOS CONCRETOS NO PROBLEMA	85
COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA PERCEBER RELAÇÕES E FATOS CONCRETOS NO PROBLEMA	110
RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA FORMAR GENERALIZAÇÕES, ENCURTANDO O RACIOCÍNIO	111
COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA FORMAR GENERALIZAÇÕES, ENCURTANDO O RACIOCÍNIO.....	129
RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A MEMÓRIA MATEMÁTICA	131
COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA AVALIAR MEMÓRIA MATEMÁTICA.....	141
RESULTADOS OBTIDOS NA PROVA DE RACIOCÍNIO VERBAL DO TESTE DE APTIDÕES ESPECÍFICAS	142
ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS SUJEITOS AO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DAS HABILIDADES E DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA	143

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO	146
RESPOSTA ÀS QUESTÕES DE PESQUISA	146
CONSIDERAÇÕES FINAIS	149

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

.....	151
-------	-----

ANEXOS

ANEXO 01: QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DAS HABILIDADES E DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA	159
ANEXO 02: PROVA MATEMÁTICA PARA AVALIAR O DESEMPENHO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS	162
ANEXO 03: TESTES PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA PERCEBER RELAÇÕES E FATOS CONCRETOS NO PROBLEMA	164
ANEXO 04: TESTES PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA FORMAR GENERALIZAÇÕES, ENCURTANDO O RACIOCÍNIO	171
ANEXO 05: TESTES PARA AVALIAR A MEMÓRIA MATEMÁTICA	186
ANEXO 06: ESCALA DE ATITUDES COM RELAÇÃO À MATEMÁTICA	189

ÍNDICE DE TABELAS:

Tabela 01: Critérios utilizados na correção da prova matemática	42
Tabela 02: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série I.A	44
Tabela 03: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série II.A	45
Tabela 04: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série III.A	46
Tabela 05: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série VI	47
Tabela 06: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série VIII.A	48
Tabela 07: Níveis das características observadas na execução da atividades propostas na série XXII.A	49
Tabela 08: Distribuição dos sujeitos do estudo preliminar de acordo com a auto-percepção das habilidades e do desempenho	53

Tabela 09: Análise de variância das médias dos sujeitos do estudo preliminar agrupados por tipo de escola	54
Tabela 10: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a fase de idade	57
Tabela 11: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “ <i>Eu aprendo Matemática.</i> ”	58
Tabela 12: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “ <i>Eu compreendo as explicações do professor.</i> ”	59
Tabela 13: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “ <i>Diante de problemas matemáticos novos para mim.</i> ” ...	60
Tabela 14: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “ <i>Ao solucionar problemas matemáticos.</i> ”	60
Tabela 15: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “ <i>Durante as aulas de matemática.</i> ”	61
Tabela 16: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 1 da prova matemática	61
Tabela 17: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 2 da prova matemática	62
Tabela 18: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 3 da prova matemática	62
Tabela 19: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 4 da prova matemática	63
Tabela 20: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 5 da prova matemática	63
Tabela 21: Diagrama de ramo e folhas das notas na prova matemática de acordo com a escola	65
Tabela 22: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por escola	65
Tabela 23: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por gênero	66
Tabela 24: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por fases	68
Tabela 25: Distribuição das médias de tempo gasto na solução dos problemas da prova matemática, de acordo com a escola	69
Tabela 26: Análise de variância das médias (de tempo gasto na solução dos problemas matemáticos) dos sujeitos agrupados por escola	69
Tabela 27: Distribuição, em porcentagens, de sujeitos de acordo com a pontuação obtida nos problemas da prova matemática	72
Tabela 28: Análise de variância das médias dos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com o gênero	75
Tabela 29: Diagrama de ramo e folhas das notas obtidas pelos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com a escola	75
Tabela 30: Análise de variância das médias dos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com a escola	76

Tabela 31: Média do tempo gasto pelos sujeitos na solução da prova matemática de acordo com a resposta à questão 03 do questionário de auto-percepção	78
Tabela 32: Média das notas obtidas na prova matemática de acordo com a resposta dada à questão 03 do questionário de auto-percepção	79
Tabela 33: Distribuição das frequências dos sujeitos, de acordo com o desempenho na prova matemática	80
Tabela 34: Caracterização dos sujeitos da segunda etapa do estudo de acordo com a escola e a nota obtida na prova matemática	81
Tabela 35: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos da segunda etapa do estudo na escala de atitudes em relação à Matemática	83
Tabela 36: Distribuição dos sujeitos da segunda etapa do estudo de acordo com a auto-percepção do desempenho em Matemática	84
Tabela 37: Resultados obtidos pelo sujeito B_1 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	85
Tabela 38: Resultados obtidos pelo sujeito B_1 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	86
Tabela 39: Resultados obtidos pelo sujeito B_1 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	87
Tabela 40: Resultados obtidos pelo sujeito B_2 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	89
Tabela 41: Resultados obtidos pelo sujeito B_2 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	90
Tabela 42: Resultados obtidos pelo sujeito B_2 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	91
Tabela 43: Resultados obtidos pelo sujeito B_3 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	92
Tabela 44: Resultados obtidos pelo sujeito B_3 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	93
Tabela 45: Resultados obtidos pelo sujeito B_3 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	94
Tabela 46: Resultados obtidos pelo sujeito M_2 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	95

Tabela 47: Resultados obtidos pelo sujeito M_2 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	96
Tabela 48: Resultados obtidos pelo sujeito M_2 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	96
Tabela 49: Resultados obtidos pelo sujeito M_3 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	98
Tabela 50: Resultados obtidos pelo sujeito M_3 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	99
Tabela 51: Resultados obtidos pelo sujeito M_3 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	100
Tabela 52: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	101
Tabela 53: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	102
Tabela 54: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	103
Tabela 55: Resultados obtidos pelo sujeito F_2 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	104
Tabela 56: Resultados obtidos pelo sujeito F_2 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	105
Tabela 57: Resultados obtidos pelo sujeito F_2 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	106
Tabela 58: Resultados obtidos pelo sujeito F_3 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	107
Tabela 59: Resultados obtidos pelo sujeito F_3 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	108
Tabela 60: Resultados obtidos pelo sujeito F_3 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema	109

Tabela 61: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema	110
Tabela 62: Resultados obtidos pelo sujeito B ₁ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	111
Tabela 63: Resultados obtidos pelo sujeito B ₃ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	112
Tabela 64: Resultados obtidos pelo sujeito B ₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	114
Tabela 65: Resultados obtidos pelo sujeito M ₂ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	115
Tabela 66: Resultados obtidos pelo sujeito M ₂ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	117
Tabela 67: Resultados obtidos pelo sujeito M ₃ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	118
Tabela 68: Resultados obtidos pelo sujeito M ₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	120
Tabela 69: Resultados obtidos pelo sujeito F ₁ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	121
Tabela 70: Resultados obtidos pelo sujeito F ₁ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	122
Tabela 71: Resultados obtidos pelo sujeito F ₂ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	123
Tabela 72: Resultados obtidos pelo sujeito F ₂ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	125
Tabela 73: Resultados obtidos pelo sujeito F ₃ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	126
Tabela 74: Resultados obtidos pelo sujeito F ₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	128

Tabela 75: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos nas diferentes séries de problemas do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio	129
Tabela 76: Resultados obtidos pelo sujeito B ₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	132
Tabela 77: Resultados obtidos pelo sujeito M ₂ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	134
Tabela 78: Resultados obtidos pelo sujeito M ₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	135
Tabela 79: Resultados obtidos pelo sujeito F ₁ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	137
Tabela 80: Resultados obtidos pelo sujeito F ₂ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	139
Tabela 81: Resultados obtidos pelo sujeito F ₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática	140
Tabela 82: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos no teste para avaliar a memória matemática	141
Tabela 83: Distribuição dos pontos obtidos pelos sujeitos na prova de raciocínio verbal do DAT	142

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 01: Estrutura do estado de prontidão para uma atividade	02
Figura 02: Modelo da relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas com enunciados verbais	20
Figura 03: Boxplot do desempenho dos sujeitos do estudo preliminar na prova matemática de acordo com a escola	53
Figura 04: Porcentagem de acertos por questão em ordem decrescente de dificuldade no estudo preliminar	55
Figura 05: Histograma das notas dos sujeitos na prova matemática	64
Figura 06: Box-plot das notas obtidas na prova matemática de acordo com o gênero	67
Figura 07: Box-plot das notas obtidas na prova matemática, de acordo com as fases de idade dos sujeitos	68
Figura 08: Porcentagem de acertos por questão, em ordem decrescente de dificuldade	70
Figura 09: Histograma da nota obtida pelos sujeitos no Questionário de Auto-percepção	73

Figura 10: Boxplot da nota obtida pelos sujeitos no Questionário de Auto-percepção, segundo o gênero	74
Figura 11: Boxplot da nota obtida no questionário de auto-percepção, de acordo com as fases de idade dos sujeitos	77
Figura 12: Scatterplot do tempo gasto pelos sujeitos selecionados para a segunda fase do estudo com a nota obtida na prova matemática	82

RESUMO

O presente estudo teve o objetivo de verificar a influência do desenvolvimento de alguns componentes da habilidade matemática e de outros fatores sobre o desempenho de estudantes concluintes do ensino médio na solução de problemas aritméticos.

Esta pesquisa foi dividida em duas etapas, sendo que a primeira etapa investigou a auto-percepção e o desempenho na solução de problemas aritméticos de 53 estudantes concluintes do ensino médio de uma escola pública estadual e uma escola particular das cidades de Campinas e Americana, ambas localizadas no Estado de São Paulo. Na segunda etapa foram analisados os componentes da habilidade matemática: habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, habilidade para formar generalizações, “encurtando” o raciocínio e memória matemática, além do raciocínio verbal e das atitudes em relação à Matemática de nove sujeitos selecionados a partir dos resultados obtidos na primeira etapa do estudo.

Através da análise dos resultados obtidos foi verificado que os sujeitos apresentaram maior dificuldade no primeiro estágio da solução de problemas, em que ocorre a obtenção da informação matemática a partir do enunciado verbal. Na segunda etapa do estudo foi verificado que o

desempenho dos sujeitos na solução dos problemas aritméticos não era determinada pelos componentes da habilidade matemática analisados e pelas atitudes em relação à Matemática, mas poderia estar sendo influenciado pelo raciocínio verbal e outros fatores não estudados.

Palavras-chave: Solução de Problemas, Habilidades Matemáticas, Diferenças Individuais.

ABSTRACT

The present study had the aim to verify the influence of development of mathematical abilities components and other factors over the high school students performance on arithmetical word problem solving.

This research was divided into two stages. The first stage investigated the self-concept and the performance of 53 students on the last year of high school, from a public and a private school situated in São Paulo state. In the second stage the following components of mathematical abilities were analysed: ability to perceive relations and concrete facts in the problem, ability to forming generalization (curtailment of reasoning process) and mathematical memory, beyond the verbal reasoning and the attitudes toward Mathematics, from nine subjects selected from the results on the first stage.

Through the analysis of the results it was verified that the subjects of this work showed more difficulty on the first stage on problem solving process, which was the obtention of the mathematical information from a word problem. In the second stage of this study it was verified that the subjects performance on arithmetical problem solving wasn't determined by the mathematical abilities' components have been studied and the attitudes toward Mathematics, but could be influenced by verbal reasoning and other factors wasn't analysed.

Key-words: Problem Solving, Mathematical Abilities, Individual Differences.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA

“Caminhar e falar são habilidades relativamente assombrosas, mas a humanidade realmente começa a se distanciar muito do resto do reino animal quando o pensamento é adicionado.” (Eysenck & Keane, 1994, p. 323)

O que diferencia a espécie humana das demais espécies do reino animal é a capacidade de pensar, raciocinar, formular hipóteses, representar mentalmente situações, operar sobre uma situação inicial visando uma situação desejada, enfim, solucionar problemas. Esses problemas podem ser originados em situações práticas cotidianas ou propostos através de um enunciado verbal, contendo informações sobre uma situação definida, em que deseja-se obter um estado final, sendo que o caminho, ou operações necessárias para isso não são imediatamente disponíveis: os problemas escolares ou acadêmicos.

No entanto, não há um consenso sobre o que a solução de problemas acadêmicos representa. Segundo Gagné (1974) a solução de problemas é o tipo mais elevado de aprendizagem, em que um sujeito, a partir da combinação de princípios já aprendidos, elabora novos princípios, com a finalidade de solucionar situações estimuladoras, *“adquirindo assim maior reserva de habilidades”*. Para outros autores (Krutetskii, 1976 ; Klausmeier, 1977; Henderson & Pingry, 1953; Chi & Glaser, 1992) a solução de problemas é um processo cognitivo no qual o sujeito recorre aos conceitos e princípios previamente aprendidos para elaborar uma estratégia adequada com a finalidade de encontrar a resposta ou solução desejada, aperfeiçoando esquemas já existentes em sua estrutura cognitiva. De acordo com os

Parâmetros Curriculares Nacionais (Secretaria de Educação Fundamental, 1997/1998), a solução de problemas deve ser um recurso que possibilite aos estudantes “*mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance.*” Dessa forma solucionar um problema na aula de Matemática deve ter o papel de “ponto de partida”, dando significado ao conhecimento matemático. Ao solucionar um problema, o indivíduo elabora um ou vários procedimentos de solução, compara os resultados obtidos a outros possíveis e valida os procedimentos utilizados, representando mentalmente situações, formulando hipóteses, operando sobre determinadas situações e transformando-as.

Segundo Krutetskii (1976), um indivíduo está em estado de *prontidão* (“readiness”), ou seja, tem facilidade para executar uma determinada atividade, em particular, a solução de um problema matemático, quando possui alguns fatores favoráveis a esta atividade. Esses fatores são divididos em dois grandes grupos: primeiro, a habilidade para realizar a atividade com êxito, e segundo algumas condições psicológicas necessárias para a realização da atividade com sucesso. Essas condições seriam uma atitude positiva em relação à atividade (interesses, inclinações), alguns traços da personalidade, o estado mental do sujeito e os conhecimentos, hábitos e destrezas prévios do sujeito:

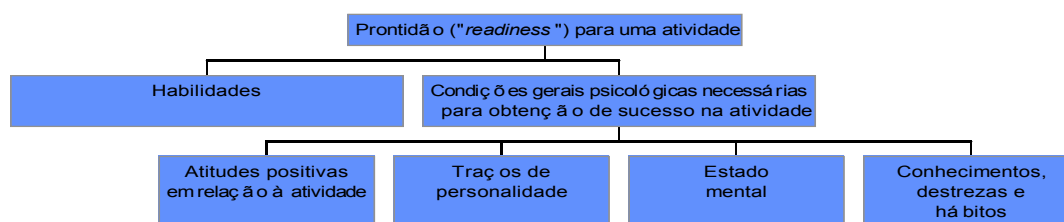


Figura 01: Estrutura do estado de prontidão para uma atividade (Krutetskii, 1976, p. 74)

Habilidades, segundo Krutetskii(1976), são características psicológicas do indivíduo relacionadas a atividades mentais, que propiciam o sucesso

escolar dos sujeitos em uma determinada disciplina (neste caso particular, na Matemática), ou ainda um domínio criativo, rápido e fácil do assunto.

Ao definir o que é essencial no ensino de Matemática para o próximo século, o NCSM (*National Council of Supervisors of Mathematics*) afirma que não é suficiente que os estudantes tenham domínio dos conceitos e princípios matemáticos componentes dos programas: mediante as constantes mudanças sociais eles precisam ser capazes de raciocinar com clareza e comunicar-se efetivamente, além de serem capazes de reconhecer e aplicar conhecimentos matemáticos ao abordar situações-problema inéditas da vida cotidiana (NCSM, 1989). Em outras palavras, o ensino de Matemática deve propiciar aos estudantes o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

Krutetskii (1976) considerou que o desenvolvimento dessa classe de habilidades não se dá por meio de exercícios típicos repetitivos; esta estratégia somente é válida para estudantes com habilidades matemáticas medianas ou fracas. Neste sentido, a Psicologia Soviética tem aprofundado seus estudos a respeito das questões relativas à dinâmica dos processos mentais e dos princípios dos processos de aprendizagem.

Tal desenvolvimento pode ser verificado nas diferenças existentes nos livros-texto de Matemática utilizados pelas escolas elementares soviéticas: seus livros são elaborados visando uma reflexão cuidadosa das atividades de aprendizagem, apresentando maior variedade de tipos de problemas, com seqüências variadas de tipos de problemas e abordando operações aritméticas com vários dígitos e cálculos mentais (Kilpatrick, 1992).

A educação básica¹, por sua vez, deve preparar os estudantes para o ingresso no ensino superior. No Brasil, o acesso à universidade ocorre através dos chamados Exames Vestibulares, cuja disputa por vagas torna-se

¹ A educação básica no Brasil corresponde ao ensino fundamental e ensino médio, com duração de 8 e 3 anos, respectivamente.

mais acirrada em Universidades Públicas, sejam elas Federais ou Estaduais. A Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) é uma instituição que se destaca neste aspecto, devido às inovações em seus exames, definindo um perfil de estudantes almejados pela instituição: “ *i) que sejam capazes de exprimir-se com clareza; ii) que sejam capazes de organizar suas idéias; iii) que sejam capazes de estabelecer relações; iv) que demonstrem capacidade para interpretar dados e fatos; v) que sejam capazes de elaborar hipóteses; vi) que dominem o conteúdo das disciplinas do ensino médio*” (Balzan, 1998). Dessa forma, a prova de Matemática do exame Vestibular da universidade “*é organizada de maneira a não exigir muita memorização e cálculos formais. Procura-se antes enfatizar as questões que avaliem no candidato sua capacidade de pensar e de recorrer a vários elementos do raciocínio, revelando ao mesmo tempo visão crítica e pensamento independente*” (Coordenadoria Executiva dos Vestibulares da UNICAMP, 1998).

No entanto, o ensino de Matemática nas escolas é baseado em aulas expositivas sobre os conceitos, seguidas de aulas de exercícios e solução de “problemas-tipo”, todos com mesma estrutura, abordando os mesmos conceitos, modificando apenas algumas quantidades. Esse tipo de estratégia no ensino dessa disciplina pode propiciar aos estudantes a aquisição de alguns hábitos, destrezas e conhecimentos relacionados aos conceitos e princípios abordados, mas pode estar dificultando o desenvolvimento das habilidades matemáticas, um dos principais fatores que influenciam a obtenção de sucesso na solução de problemas.

Este estudo foi elaborado com o objetivo de verificar a influência do desenvolvimento de alguns componentes da habilidade matemática e de outros fatores (Krutetskii, 1976) sobre o desempenho de estudantes concluintes do ensino médio em uma prova contendo problemas matemáticos adaptados dos exames Vestibulares da UNICAMP. Assim, o problema de estudo é o seguinte:

Quais componentes da habilidade matemática são requeridos para que estudantes concluintes do ensino médio obtenham sucesso na solução de problemas aritméticos?

No segundo capítulo encontra-se uma breve revisão de pesquisas desenvolvidas nas áreas de solução de problemas e habilidades matemáticas. A partir dessa revisão foi possível identificar o que já se estudou sobre o assunto, facilitando a fundamentação teórica do trabalho.

O terceiro capítulo apresenta algumas definições de “problema”. Traz ainda uma esquematização dos estágios básicos do pensamento durante a solução de problemas, descrevendo o processo à luz da Teoria do Processamento de Informações. A seguir descreve a Teoria Geral da Estrutura das Habilidades Matemáticas de Krutetskii, relacionando-a aos estágio de pensamento na solução de problemas. O capítulo encerra-se com a proposição do problema pesquisado e as hipóteses que foram verificadas.

No quarto capítulo estão descritos os procedimentos utilizados para realizar a pesquisa e responder as perguntas propostas pelo problema. Descreve as duas fases distintas pelas quais passou o estudo: a primeira fase, analisando o desempenho e a auto-percepção de um grupo maior de sujeitos, e a segunda fase com um grupo reduzido de sujeitos, onde foram analisados alguns componentes da habilidade matemática, as atitudes e o raciocínio verbal, mostrando os procedimentos e os instrumentos.

No quinto capítulo estão apresentados os resultados obtidos no estudo preliminar, e a análise dos dados obtidos na primeira e na segunda fase deste trabalho.

O sexto capítulo apresenta as considerações finais e conclusões elaboradas a partir do resultado da análise dos dados obtidos nas duas fases do estudo.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão da literatura científica relevante para este estudo foi direcionada a dois temas principais: a solução de problemas e as habilidades

matemáticas. Os trabalhos aqui referenciados foram desenvolvidos ou publicados nos últimos anos e foram considerados relevantes para este estudo em razão do problema de pesquisa, da fundamentação teórica utilizada ou dos métodos de pesquisa empregados.

A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Durante a solução de problemas matemáticos os estágios do pensamento e as formas mais eficazes de levar os estudantes a obter sucesso na execução de todos os passos necessários para a solução tem sido objetivo de muitos pesquisadores. Com o objetivo de verificar se a estrutura semântica do enunciado verbal de problemas matemáticos influenciava o desempenho dos sujeitos na atividade, De Corte, Verschaffel e Win (1985), sustentaram a hipótese que rescrever o problema de tal forma que as relações semânticas se tornassem mais explícitas, facilitaria ao sujeito a construção de uma representação mental apropriada da situação. Os autores admitiam que a estrutura semântica dos problemas verbais exercia forte influência sobre a dificuldade relativa de alguns problemas e as estratégias empregadas para a solução por estudantes de primeira e segunda séries. Assim, os autores sugeriram que, tanto a estrutura semântica como outras características da atividade, tinham um efeito importante sobre os processos de solução de problemas. Esses fatores eram a seqüência dos termos conhecidos no enunciado verbal do problema e o grau em que as relações semânticas entre as quantidades dadas e as desconhecidas eram explicitados no texto. Como fundamentação teórica para o estudo usaram seu próprio modelo dos estágios da solução de problemas matemáticos, no qual o processo semântico foi considerado o componente crucial para os sujeitos habilidosos em solução de problemas:

“1) Ocorre uma atividade de processamento de texto complexa e com objetivo determinado: iniciando pelo texto verbal, a criança constrói uma representação mental, abstrata e global do problema em termos de conjuntos e relações entre conjuntos; 2) baseado nessas representações, o solucionador do problema escolhe uma operação aritmética formal apropriada ou uma estratégia de contagem informal para encontrar o elemento desconhecido na representação do problema; 3) a ação ou operação selecionada é executada; 4) o solucionador do problema reativa a representação inicial do problema, substitui o elemento desconhecido pelo resultado da ação desenvolvida, e formula a resposta; 5) a verificação das ações é executada para confirmar a exatidão da solução encontrada no estágio precedente.”(De Corte, Verschaffel e Win, 1985, pp. 462)

A hipótese utilizada foi que, especialmente para crianças menos habilidosas e inexperientes, rescrever os problemas verbais de forma que as relações semânticas fossem melhor explicitadas, sem que se afetasse a estrutura semântica e matemática do problema, facilitaria a própria construção da representação do problema e, em consequência, o encontro de uma solução correta. Foram sujeitos dessa pesquisa 173 estudantes de primeira e segunda séries do ensino fundamental, aos quais foram aplicadas duas séries de problemas com graus de dificuldade distintos. Na primeira série os problemas eram apresentados na forma usual como são apresentados nos livros didáticos. Na segunda série, os mesmos problemas foram reformulados de forma que as relações entre os conjuntos ficassem mais claramente estabelecidas para as crianças. Na primeira série de problemas os sujeitos obtiveram desempenho inferior à segunda série, em que os problemas de livros didáticos foram reescritos, apresentando mais claramente as relações entre os termos contidos no enunciado verbal. Como conclusão, salientaram que os autores de livros didáticos dão muito mais ênfase aos aspectos puramente aritméticos dos problemas que à escrita e compreensão dos mesmos. Com isso as crianças freqüentemente fracassam na solução de problemas. Fracassam não porque lhes falta habilidade

matemática, mas porque não são bem sucedidos na construção apropriada da representação do problema.

Na solução de problemas matemáticos, após a compreensão do enunciado verbal o sujeito elabora uma representação da situação analisada. Um dos fatores responsáveis pela representação correta de um problema é a leitura correta de seu enunciado verbal. Diante da falta de estudos a respeito das falhas na leitura de problemas em aritmética e da necessidade dos professores da área desenvolverem técnicas especializadas para a leitura de textos matemáticos, Terry (1992) investigou os métodos usados por pessoas adultas na aquisição gradual de poder de leitura de numerais. Foram sujeitos da pesquisa todos os estudantes de pós-graduação em educação da Universidade de Chicago, sendo que todos apresentavam experiências com números similares a outros adultos com mesmo nível de escolarização. Foram realizados quatro estudos sendo que cada um contou com quatro a dez sujeitos. Foi solicitado aos sujeitos que utilizassem seus procedimentos habituais de solução de problemas. A partir disso, o autor propôs uma divisão da leitura do problema aritmético, com critérios de tempo despendido e atenção aos elementos do problema, em duas fases distintas: a primeira leitura e a releitura. A primeira fase foi caracterizada como uma leitura com atenção média aos numerais, tendo como objetivo “pegar o sentido” do problema. Na segunda fase o sujeito tinha a atenção voltada para os numerais do texto, sendo levado a percebê-los de maneira precisa e completa. A primeira leitura foi diferenciada em dois tipos: uma primeira leitura geral, em que havia uma percepção detalhada do numeral e uma primeira leitura parcial, na qual o numeral foi apenas reconhecido como tal, sem atentar aos seus detalhes. Nesta experiência existiu pelo menos, uma leitura parcial do numeral por todos os sujeitos e em quase todos os casos, a quantidade de dígitos foi anotada. Alguns detalhes do numeral aparentemente tiveram o mesmo valor que as condições gerais do problema, ocorrendo a obtenção simultânea das duas informações

contemporaneamente. Uma das conclusões a que o autor chegou foi a de que numerais demandam mais atenção que palavras na leitura do texto do problema:

“A explicação para esse contraste provavelmente consiste na diferença entre numerais e palavras do ponto de vista da construção. As letras nas palavras aparecem e desaparecem nas mesmas combinações regulares, tornando-se familiares nos primeiros anos de escolarização e lidas de forma geral. Os dígitos nos numerais, contudo, aparecem em combinações constantemente mutáveis. Cada dígito individual é significativo nele mesmo e todos os dígitos devem ser percebidos antes do numeral ser lido. É óbvio, então, que a mente está mais ocupada com processos de análise e combinação de dígitos componentes quando os numerais são lidos que com o processo similar quando as palavras são lidas.” (Terry, 1992)

Além disso, a releitura iniciava-se imediatamente após concluída a primeira leitura, sendo direcionada invariavelmente aos numerais e despendendo um tempo sensivelmente menor que o necessário à primeira leitura. A releitura pode ser subdividida em dois tipos distintos: uma releitura cuidadosa com objetivo de assegurar as informações adicionais a respeito do numeral antes da decisão de como proceder na solução do problema, e a releitura para uma cuidadosa inspeção dos numerais como passo preliminar para copiá-los. Em ambos os casos, imediatamente após a releitura, o sujeito copiava o numeral.

Ainda relacionado à compreensão do enunciado verbal, visando uma representação completa do problema a ser solucionado, Lewis (1989) afirmou que a principal questão na educação matemática é a necessidade de haver uma instrução mais explícita para que os estudantes adquiram destreza para compreender a estrutura semântica de um problema aritmético. Através da análise das atividades cognitivas, a autora chegou à conclusão que o processo de solução de problemas divide-se em duas partes principais: representação e solução do problema. A representação, envolve dois subestágios: a tradução do problema (em que a linguagem de

cada uma das frases do enunciado verbal é substituída pela representação matemática do problema), e a integração do problema (na qual o sujeito relaciona o problema a um tipo de problema já conhecido e coerente). A solução pode ser caracterizada pelo planejamento da solução (que envolve a seleção dos procedimentos) e a execução da solução (que envolve os cálculos necessários para se chegar a uma resposta numérica). De acordo com a estrutura semântica dos problemas aritméticos, estes podem ser classificados em três tipos distintos: problemas de transformação, de combinação e de comparação. Nesse estudo, a autora optou por trabalhar com problemas aritméticos de comparação, e essa escolha ocorreu devido à dificuldade que os estudantes têm para representar tais problemas. Os estudantes foram treinados para solucionar problemas que consistiam basicamente em rearranjar os processos mentais do indivíduo, levando-o à compreensão dos problemas de comparação, através do método de diagramação. Esse método usa uma notação externa e facilita a conferência da correção da representação. Inicialmente, o indivíduo foi treinado a identificar os tipos de dados, as relações existentes entre eles e as incógnitas. Depois, em uma linha numérica, o sujeito situava o dado numérico conhecido. A seguir tentava situar a variável desconhecida de um dos dois lados do dado numérico: à esquerda se a variável procurada fosse menor que o dado inicial e à direita em caso contrário. Em seguida, o sujeito conferia o diagrama com o texto do problema, verificando se a representação estava de acordo com os dados. Caso não estivesse o sujeito deveria mudar a posição da variável para o lado oposto. Assim que o diagrama era concluído corretamente, o sujeito convertia a representação espacial em operação aritmética: se a variável desconhecida estivesse do lado direito do dado inicial a operação usada deveria incrementar o valor inicial (adição ou multiplicação); caso contrário, a operação deveria reduzir o valor inicial (subtração ou divisão). Através desse procedimento, os indivíduos formaram uma representação gráfica externa para a comparação entre as quantidades

do problema e puderam conferir a representação com o texto do problema de forma direta .

O estudo partiu dos seguintes elementos: 1) a linguagem inconsistente em um problema aritmético de comparação (o texto do problema indica um tipo de operação, mas a operação aritmética para se chegar à resposta correta é a inversa) torna a sua representação mais difícil; 2) os grupos de sujeitos têm desempenhos equivalentes de acordo com a instrução; 3) se os estudantes, como uma pesquisa prévia havia indicado (Lewis e Mayer, 1987), têm dificuldades na representação do problema, então um treinamento efetivamente direcionado à compreensão da estrutura semântica dos problemas pode aperfeiçoar o desempenho dos estudantes nas atividades de solução de problemas; 4) aprender a identificar as propriedades estruturais mais importantes de uma situação-problema auxilia o estudante a aplicar novas habilidades a situações que tenham estruturas similares às encontradas durante o treino; 5) os efeitos desse treino para a representação de problemas aritméticos de comparação podem aperfeiçoar a compreensão da estrutura de problemas de comparação, não a compreensão do problema em si ou as habilidades de cálculo para sua solução; 6) estudantes que são instruídos a identificar os dados do problema mas não são treinados a integrar as informações do problema não conseguem aperfeiçoar a compreensão dos problemas de comparação.

Os sujeitos do pré-teste foram 299 estudantes da disciplina introdução à Psicologia. Deste total, noventa e seis apresentaram erros relativos a inversão operações aritméticas. Esses 96 sujeitos que apresentaram erro de inversão foram divididos em três grupos de trinta e dois sujeitos cada um, sendo que o primeiro recebeu treinamento em translação e em integração de informação em problemas de comparação; o segundo recebeu apenas treinamento em translação e o grupo de controle não recebeu qualquer tipo de treinamento. A autora concluiu que o treinamento para a representação remediava processos errôneos de compreensão e levava ao sucesso nas

atividades de solução de problemas. Demonstrou ainda que os sujeitos podiam aprender e usar as representações a fim de despendar menos tempo e esforço na solução.

Após a compreensão do enunciado verbal e representação do problema, o sujeito que soluciona um problema forma o “*espaço de solução do problema*”, ou seja, o conjunto de todas as operações possíveis sobre o estado inicial do problema, com a finalidade de encontrar o estado final desejado. E as operações que o sujeito realiza sobre as informações obtidas no enunciado do problema depende das estratégias utilizadas pelo sujeito na solução. Com a finalidade de examinar como os sujeitos usam as soluções de problemas mais simples (“subproblemas”) para explorar problemas originais mais complexos, Nunokawa (1997), utilizando a técnica “*thinking-aloud*”, analisou gravações (audio e vídeo) e registros escritos das soluções de um problema matemático por dois sujeitos (estudantes de pós-graduação em educação matemática). O autor partiu do pressuposto que os sujeitos podiam usar a solução de problemas mais simples para chegar à solução do problema original, apesar de reconhecer a dificuldade dos estudantes quando utilizavam a estratégia. Após a análise do material, concluiu que as soluções de problemas mais simples podiam sugerir algumas “dicas” para que o sujeito preste mais atenção ao explorar o problema original, enfatizando a importância de alguns elementos na situação. Além disso, ao solucionar problemas mais simples, o sujeito atenta para as informações relevantes da situação original. Porém, apesar da solução de “subproblemas” desempenhar um papel crucial, a solução de “subproblemas” impróprios (que não exatamente fazem parte do problema original) não necessariamente promove o fracasso da tarefa, mas ao contrário, pode ser válida por promover atividades de solução.

Também analisando estratégias que pudessem favorecer o sucesso de estudantes nas atividades de solução de problemas, Muth (1992), desenvolveu um estudo dessas estratégias empregadas por estudantes de

oitava série. A autora considerou que os resultados da Avaliação Nacional do Progresso Educacional realizada nos Estados Unidos (*National Assessment of Educational Progress: NAEP*) revelavam que os estudantes de nível médio apresentavam um desempenho fraco nas atividades de solução de problemas que continham informações desnecessárias ou que requeriam passagens suplementares para a solução. Com a finalidade de verificar detalhadamente os tipos de erros cometidos pelos estudantes durante essas atividades, construiu um teste com quatorze problemas experimentais, adaptando os problemas utilizados na avaliação nacional (NAEP). Destes problemas, quatro apresentavam informações desnecessárias ou requeriam passagens suplementares. Em uma primeira fase, 140 sujeitos foram solicitados a registrar a fórmula necessária para a solução de cada um dos 14 problemas. A seguir foi pedido que solucionassem os mesmos. Nessa fase foi verificado que os problemas apresentados com excesso de informações ou requerendo passagens extras afetavam o desempenho dos sujeitos na solução do problema, interferindo em sua habilidade de identificar a questão do problema e a forma adequada de solução. Em uma segunda fase, que visava explorar as concepções errôneas e os erros associados a esses tipos de problemas, selecionou oito estudantes (que não haviam participado da primeira fase do estudo), e esses foram submetidos individualmente ao mesmo teste. Porém, esses sujeitos foram solicitados a solucionar os problemas em voz alta. A análise dos protocolos mostrou que alguns estudantes usam estratégias imprecisas deixando de lado estratégias mais úteis.

Além de pesquisas com problemas matemáticos, foram encontrados trabalhos sobre a influência das experiências dos sujeitos na solução de problemas. Com o objetivo de investigar as diferenças no uso de estratégias de solução de problemas entre sujeitos novatos e *experts*, em determinadas áreas científicas, Tudor (1992) transcreveu e analisou os protocolos verbais e examinou as características pessoais de 86 sujeitos (estudantes

universitários, pós-graduados, profissionais da área científica ou da educação na área relacionada). A presença de diferenças significativas entre *experts* e novatos mostrou que as estratégias para resolver um problema do meio são habilidades de domínio específico da área profissional. Essas habilidades usadas para solucionar um problema em um domínio multidisciplinar, não eram adquiridas por habilidades de generalização de domínios relacionados. Foi verificado que os *experts* tiveram desempenho significativamente melhor que os novatos no uso de estratégias para solução de problemas, salvo para a estratégia de decomposição em “subproblemas”. Após a análise dos dados o autor concluiu que a habilidade para analisar e solucionar um problema sócio-científico oriundo do meio de trabalho é uma habilidade específica. Entretanto a habilidade requer um desenvolvimento especial com foco em um domínio multidisciplinar.

Isso significa que as experiências prévias dos sujeitos exercem influência no desempenho nas atividades de solução de problemas, ou seja, um dos fatores que influenciam o grau de dificuldade de um problema é a familiaridade do sujeito com a situação. Problemas que abordam situações cotidianas do sujeito tendem a parecer mais fáceis de serem solucionados, pois além dos conhecimentos, destrezas e hábitos que a tarefa requer para sua execução, o sujeito já desenvolveu habilidades de domínio específico.

HABILIDADES MATEMÁTICAS

Um dos fatores básicos que influenciam o sucesso de um sujeito em uma determinada atividade são suas habilidades, uma das principais fontes das diferenças individuais. Buscando evidenciar quais seriam as diferenças individuais perceptíveis durante as atividades mentais de estudantes das séries iniciais de escolarização, Dubrovina (1992) analisou alguns dados que

considerou fundamentais no estudo da habilidade. A autora analisou o interesse dos estudantes, analisando os trabalhos feitos em classe e as avaliações; o perfil de cada aluno segundo o professor, e as discussões individuais a respeito das atitudes de cada aluno em relação às diversas disciplinas. A partir dessa análise, a autora propôs a identificação de diferentes grupos de estudantes, de acordo com o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas. Os grupos foram divididos da seguinte forma:

“1. Os matematicamente habilidosos ... eram as crianças que aprendiam matemática sem esforço, entendiam a explicação do professor na primeira vez, resolviam os exemplos e problemas mais rapidamente que os demais, freqüentemente apresentavam soluções originais a problemas inéditos, efetuavam cálculos mentais independentes, preferiam matemática às demais disciplinas, cansavam-se o mínimo durante as aulas de matemática, etc.

2. Os estudantes médios ... foram bem sucedidos na aritmética mas despendiam mais esforço e mais tempo que os estudantes melhor dotados. Eles geralmente não aprendiam uma nova matéria imediatamente, mas apenas após numerosos exercícios. As maiores dificuldades desses estudantes consistia na transferência para a solução de problemas de um novo tipo. Mas após ter dominado os métodos de solução, eles não fizeram um mau trabalho manuseando tarefas semelhantes.

3. Os estudantes menos habilidosos ... entendiam a explicação do professor apenas com grande dificuldade e experimentavam sérias dificuldades na solução de problemas e exemplos. O professor precisou propor lições suplementares e explicar muitas vezes a matéria abordada em aula, trabalhando um único problema várias vezes. Na aula eles quase não tomavam parte nos cálculos orais, visto que não conseguiam acompanhar as outras crianças. Além disso, mostravam uma maior tendência ao cansaço durante as aulas de matemática.”²(Dubrovina, 1992)

O SAT (*Scholastic Aptitude Test*: teste de aptidão escolar), é o teste que permite aos estudantes norte-americanos a admissão nas melhores universidades (para os de desempenho excelente) ou o impedimento de acesso às mesmas (para os estudantes de baixo desempenho).

Byrnes & Takahira (1994), concentraram seus estudos justamente sobre o subteste de Matemática do SAT, preocupados com as seguintes questões: “que tipos de habilidades estão presentes quando alguém com grande aptidão matemática ou grande inteligência matemática está realizando uma tarefa?”, ou ainda, “quais habilidades são necessárias para o sucesso no conjunto de itens do subteste de Matemática?”. A partir dessas questões, os autores propuseram um modelo do conjunto de elementos essenciais para o sucesso nos itens de Matemática do SAT: a) definir corretamente o problema; b) tornar disponível o conhecimento prévio; c) armar uma estratégia efetiva; d) realizar a computação (ou, efetuar as operações matemáticas) sem erros; e) evitar ser seduzido por alternativas enganosas; e f) efetuar as operações “(a)” a “(e)” tão rápido quanto se possa solucionar cada problema em um minuto ou menos.

Um dos objetivos deste estudo foi verificar como as habilidades “(a)” a “(e)” relacionam-se entre si. Para isso, foram selecionados 40 sujeitos (20 do gênero masculino e 20 do gênero feminino) de classe média de uma escola religiosa de ensino médio. Todos os sujeitos tinham freqüentado as disciplinas de álgebra e geometria cujo conteúdo aparecia nos tópicos do teste. Todos os sujeitos foram testados individualmente em cinco itens do teste de 1987, tendo sido pedido, inicialmente, que cumprissem a tarefa de solucionar os cinco problemas em cinco minutos, ou seja, um minuto para cada problema. Depois de esgotado o tempo, para cada item do teste eram feitas as seguintes questões ao sujeito: “(a) O que está sendo pedido no problema? O que eles querem que você faça? (b) Como você tentaria solucionar esse problema?”. A primeira pergunta era feita para determinar como o sujeito definia o problema (componente “(a)”) e a segunda era feita para mostrar a estratégia usada pelo sujeito (componente “(b)”).

Os resultados mostraram que para um estudante ter um bom desempenho nos itens de Matemática do SAT, era necessário que ele

² Tradução da autora.

definisse corretamente um problema, acessasse as informações prévias, armasse uma estratégia efetiva, realizasse a computação dos dados sem erros, desprezasse as alternativas enganosas e efetuasse todo o processo rapidamente. Além disso, os autores concluíram que o processo cognitivo usado fornecia uma excelente descrição da competência necessária para os itens de Matemática do SAT. As operações de “(a)” a “(e)” eram independentes uma da outra, na maioria dos casos e as estratégias utilizadas pelos sujeitos reunidas são um constituinte particularmente importante da habilidade matemática. Assim, Byrnes & Takahira (1994) concluíram que os programas de ensino que meramente revêm conceitos e procedimentos de aritmética, álgebra e geometria não terão sucesso porque os estudantes também precisam praticar solução de problemas visando o desenvolvimento de estratégias.

Como o primeiro passo para a solução correta de um problema é a compreensão correta de seu enunciado verbal, Brito, Fini e Neumann Garcia (1994), com o objetivo de verificar as relações existentes entre a solução de problemas e o desempenho verbal, solicitaram a sessenta estudantes do primeiro e segundo ano de um curso noturno de licenciatura em Matemática que resolvessem uma prova com 12 problemas (de natureza algébrica, aritmética e geométrica), cujas questões não estavam formuladas. Inicialmente os sujeitos deveriam elaborar uma pergunta correspondente a cada enunciado de problema e, então, solucioná-lo. Após essa prova, os sujeitos foram submetidos ao teste de raciocínio verbal do DAT- *Differential Aptitude Tests* (destinado a avaliar a habilidade de abstrair e generalizar conceitos expressos em palavras). Através da análise de correlações e dos componentes principais, os autores concluíram que as habilidades envolvidas nas atividades de solução de problemas (flexibilidade de pensamento matemático, habilidade de abreviar passos e a memória específica para elementos matemáticos, etc.) são as mais relevantes dentre os componentes da habilidade matemática. Além disso, foi fundamental para

a solução: a compreensão da natureza do problema, embora essa compreensão não tenha sido fundamental para o desempenho na solução, que é o passo seguinte à compreensão do enunciado verbal do problema.

Através dos dados obtidos os autores concluíram que o raciocínio verbal não é um elemento de primeira importância dentro da estrutura das habilidades matemáticas, mas apresenta alta relação com o fator matemático geral. A habilidade verbal foi fundamental para a compreensão do enunciado. A partir dos resultados obtidos, os autores apresentaram um modelo da relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas com enunciados verbais (Brito, Fini, Neumann Garcia, 1994):

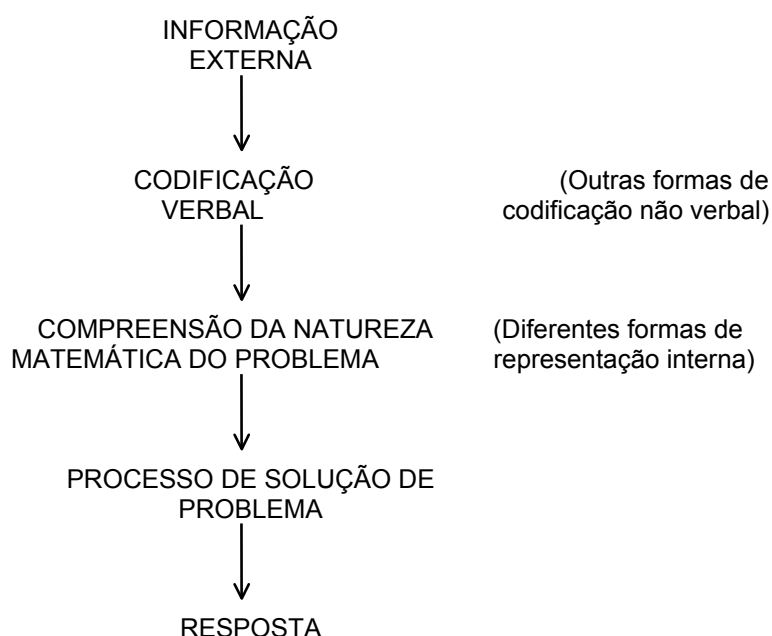


Figura 02: Modelo da relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas com enunciados verbais (Brito, Fini, Neumann Garcia, 1994)

A habilidade matemática, um dos principais fatores que influencia o raciocínio matemático, e conseqüentemente o desempenho dos sujeitos na solução de problemas, segundo Krutetskii (1976), apresentou uma estrutura

flexível, com diversos componentes, que combinados de diferentes formas, determinam diferentes tipos de habilidade. Um dos componentes da habilidade matemática, é a habilidade para resumir os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, ou seja, a habilidade para pensar através de estruturas resumidas ou abreviadas. Esta habilidade, segundo o autor é caracterizada pela substituição de uma seqüência de passos lógicos por uma única expressão equivalente. Quanto mais habilidoso for um sujeito, maior o número de seqüências lógicas omitidas e o meio de avaliar este componente da habilidade matemática é qualitativo: através da análise lógica de protocolos verbais da solução de problemas em voz alta.

Neumann Garcia (1996), realizou um estudo com o objetivo de verificar se a habilidade para pensar em estruturas abreviadas referia-se ao mesmo processo de automatização do pensamento durante o processamento de informações³. Os sujeitos foram sessenta e nove estudantes universitários de graduação, que foram submetidos a uma prova de raciocínio verbal, três testes para avaliar a automatização do processamento de informação e quatro testes para avaliar a habilidade para pensar em estruturas abreviadas. Os dados foram submetidos à análise fatorial e os resultados não mostraram relação entre o raciocínio verbal e a automatização, tampouco entre a automatização e os raciocínios verbal e matemático. O autor concluiu que os constructos são distintos, sendo a habilidade para resumir o pensamento, um fenômeno relacionado ao raciocínio matemático.

Além dessa capacidade de resumir o pensamento, a reversibilidade de pensamento é outro importante componente da estrutura das habilidades matemáticas, sendo considerado um ponto básico no processamento da

³ Aspecto central da inteligência na teoria do processamento de informação, a automatização do pensamento é um processo não controlado que não utiliza os recursos da memória, realizando-se de forma automática, permitindo ao sujeito uma seqüência rápida e fluida das atividades durante a solução de problemas.

informação matemática. Consiste, segundo Krutetskii (1976) em inverter uma associação corretamente sem transgredir a lógica, ou seja, o que é produto ou resultado de um problema passam a ser enunciados. No entanto, a reversibilidade não se trata de uma mera mudança de direção, pois nem sempre a reversão de um problema conta com os mesmos passos em ordem inversa.

Spalletta (1997), com o objetivo de analisar as relações entre o desempenho de estudantes universitários em Cálculo Diferencial e Integral e a reversibilidade de pensamento, realizou um estudo no qual foram sujeitos 91 estudantes de um curso de Engenharia Elétrica. Os sujeitos responderam a um questionário, cujo objetivo era identificar hábitos de estudo e também a um teste contendo 24 pares de problemas matemáticos, nas ordens direta e reversa, aleatorizados. Os resultados do teste foram comparados ao desempenho dos sujeitos na disciplina em questão. Foi verificado que os sujeitos com bom desempenho em Cálculo Diferencial e Integral tiveram também desempenho satisfatório no teste de reversibilidade de pensamento, evidenciando a relação entre o desempenho na disciplina e nos problemas constituintes do teste.

Os trabalhos apresentados neste capítulo mostraram que alguns componentes da habilidade matemática estão diretamente relacionados ao raciocínio matemático, influenciando o desempenho dos estudantes, em diferentes níveis de escolarização, nas atividades de solução de problema. Entretanto, alguns estudos mostraram que a habilidade matemática não é o único fator do desempenho. Estudos mostraram que as destrezas e experiências do sujeito com situações semelhantes aos problemas a que são submetidos podem influenciar seu desempenho.

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Problema, segundo Mayer (1992b), em qualquer definição, consiste de uma situação, verbal ou não, apresentada em um estado determinado, em que se deseja estar em outro estado e não há um caminho direto e óbvio de um estado ao outro.

Díaz e Poblete (1995) definem problema como uma tarefa que requer solução sob condições específicas, em que o sujeito compreende a tarefa mas não dispõe de estratégia imediata para a solução e é então, motivado a procurar a solução. Segundo esses autores, uma característica dessa tarefa é que ela requer, do sujeito, a capacidade de transformar os elementos do enunciado verbal em expressões matemáticas.

Conceituando problema, Henderson e Pingry (1953) diferenciam dois tipos de conceito: o primeiro e mais comum aquele segundo o qual um problema é uma questão proposta que pede uma resposta ou solução; o segundo conceito, apesar de admitir a necessidade de uma questão a ser solucionada, requer ainda que esta situação seja inédita para o sujeito, ou seja, sua solução não esteja imediatamente disponível, enfatizando que *“o que pode ser um problema para um indivíduo pode não ser um problema para um outro; ou ainda, um problema hoje para um indivíduo em particular, pode não ser um problema para ele amanhã”*. E para que um sujeito aprenda a resolver problemas existe um único modo: resolvendo-o e estudando o procedimento.

O processo de solução de problemas, segundo Klausmeier (1977), é uma seqüência de operações. O autor mostra algumas seqüências distintas

de operações. Embora o número de operações varie em cada sequência, devido aos diferentes métodos usados nas pesquisas, a ordem das operações que um sujeito executa ao solucionar um problema é semelhante. Em primeiro lugar o sujeito percebe a dificuldade da situação; a seguir entra em contato com o problema a fim de defini-lo; levanta então todos os dados do problema e passa a selecionar dentre as estratégias já conhecidas a mais adequada à situação. Feito isto, aplica a estratégia à situação e verifica se a resposta encontrada é a correta.

Com o objetivo de aperfeiçoar o desempenho dos estudantes em atividades de solução de problemas, Polya (1986) elaborou uma lista de indagações e sugestões⁴ a fim de basear a sequência correta de operações. Em “Como Resolver um Problema”, esse autor dividiu o processo de solução em quatro fases distintas, a saber: primeiro, a compreensão do problema a partir de questões acerca dos fatos que são conhecidos, dos que são desconhecidos e sob que condições apresentam-se; a segunda fase caracteriza-se pela necessidade de se estabelecer um plano para a solução, buscando na memória o que existe de soluções de problemas correlatos; na terceira fase o plano é executado, sendo que cada passo da execução deve ser passível de verificação; e finalmente, a solução obtida deve ser examinada, procurando se utilizar do resultado ou método na solução de outros problemas.

Porém, nem todos os sujeitos obtêm o mesmo desempenho na solução de um problema. Com o objetivo de evidenciar “*o que bons solucionadores de problemas possuem que os outros não têm*”, Mayer (1992a) descreveu o que é a “*capacidade matemática*”, diferenciando inicialmente, duas abordagens básicas: uma psicométrica e outra do processamento de informação. Na abordagem psicométrica, a capacidade matemática seria equivalente à capacidade para um bom desempenho nos

⁴ À essa lista de indagações e sugestões para direcionar a solução de um problema deu o nome de “Como Resolver um Problema”.

testes matemáticos e na abordagem do processamento de informação a capacidade matemática seria o conjunto de todas as operações cognitivas, habilidades e conhecimento matemático. Segundo o autor a abordagem do processamento de informação supera algumas deficiências da abordagem psicométrica.

Segundo Sternberg (1992) *“a psicologia do processamento de informação busca estudar a mente em geral, e a inteligência, em particular, em termos das representações mentais e processos subjacentes ao comportamento observável.”* Isto se dá através de modelos explícitos (programas de computador, gráficos, esquematização de fluxo do processamento cognitivo, etc.) sobre como determinadas atividades mentais são executadas.

Quando a capacidade matemática é enfocada a partir do processamento de informação, a solução de problemas matemáticos é dividida em duas partes: primeiro a representação do problema e, a seguir a solução em si, onde as operações são efetuadas visando a obtenção de uma resposta. A partir da análise da tarefa, Mayer (1992a) apresentou quais conhecimentos foram considerados relevantes nessas duas fases da solução de problemas:

- o conhecimento lingüístico (conhecimento sobre a língua ou idioma);
- o conhecimento factual (conhecimento sobre o mundo);
- o conhecimento do esquema (conhecimento de tipos de problemas);
- o conhecimento de estratégias (conhecimento de como desenvolver um plano de solução);
- o conhecimento algorítmico (conhecimento dos procedimentos necessários para realizar corretamente as operações matemáticas).

Com isso, a habilidade matemática para solucionar um problema pode ser analisada através desse conjunto de conhecimentos que tornam-se disponíveis quando o sujeito realiza uma tarefa.

A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS SEGUNDO A ABORDAGEM DO PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES

Apesar de haver concordância que um problema é uma situação inicial quase sempre desconhecida, da qual se deseja partir e, através de uma série de operações sobre a mesma, chegar a um estado final definido, existe uma distinção entre problemas escolares ou acadêmicos (de Matemática, Física, Química, Geometria, etc.) e problemas do cotidiano. Geralmente, os últimos mostram-se mais difíceis que os primeiros, devido à quantidade de conhecimentos necessários à sua solução. Dessa forma, a natureza do problema, e o tipo de conhecimento prévio apresentado pelo sujeito que executa a tarefa são dois fatores relevantes no estudo dos processos de solução de problemas.

Ao deparar-se com uma situação-problema, o sujeito busca interpretar a situação. Essa compreensão do problema pelo sujeito que o soluciona, chamada de *representação do problema*, é determinante do grau de dificuldade do problema a ser solucionado. Além disso, um problema é um conjunto composto por um estado inicial definido, um estado final desejado e uma série de operações possíveis sobre o estado inicial, visando o estado final. Este conjunto de operações possíveis, denominado *espaço de solução do problema*, diferencia solucionadores mais habilidosos dos menos habilidosos: os primeiros, a partir de uma representação mais concisa são capazes de escolher a melhor estratégia de solução, sem ao menos considerar as demais possíveis, reduzindo assim o espaço de solução do problema; enquanto os últimos, ao omitir restrições necessárias ou acrescentar restrições desnecessárias à representação do problema tornam-na menos clara, assim como o espaço do problema (Mayer, 1992).

Um determinante da representação do problema são os conhecimentos prévios que o solucionador possui. Ao formar uma representação do problema, o sujeito recupera na memória os procedimentos adequados aplicáveis à situação e é exatamente essa representação que orienta a recordação de tais procedimentos (Chi & Glaser, 1992). Uma forma clara de visualizar este processo é através da teoria dos esquemas⁵.

Os esquemas são estruturas modificáveis de dados que representam conceitos genéricos armazenados na memória usados para representar eventos, seqüências de eventos, preceitos, situações, relações e objetos, contendo informações prototípicas sobre situações já experienciadas (Eysenck & Keane, 1994). São características fundamentais dos esquemas possuir variáveis, serem capazes de se encaixar uns nos outros, representar conceitos genéricos que variam em seus níveis de abstração, e representar não apenas definições, mas conhecimentos (os esquemas não são definições clássicas dos conceitos, mas representam conhecimento para que possam ser usados de forma flexível). Devido à flexibilidade da natureza dos esquemas, a teoria usa esquemas tanto do modo declarativo - “saber o que é”, como de procedimento - “saber como”. Os conhecimentos armazenados nas memórias declarativa⁶ e de procedimento⁷ são ativados por estímulos externos ou pelo próprio sistema cognitivo, em consequência da execução de tarefas. A ativação de pontos (esquemas) das memórias declarativa e de procedimento, depende da freqüência que tal informação é requerida, ou seja, solicitada na memória de trabalho (Pozo, 1994).

Assim, ao se deparar com um problema, o indivíduo recorre aos esquemas que já possui, e que permite a ele formar uma representação

⁵ A Teoria Geral dos Esquemas, de Rumelhart, é uma teoria da representação e utilização dos conceitos armazenados na memória; admite a existência de diversos tipos de esquemas, em que variam os domínios de aplicação, mas todos compartilham de pressupostos comuns em relação a como se representa a informação na memória e como é adquirida (Pozo, 1994).

⁶ A Memória Declarativa é “uma rede semântica de conceitos interligados que tem níveis diferentes de ativação” e Memória de Procedimento pode ser comparada basicamente a um sistema de produção (Eysenck & Keane, 1994).

apropriada da situação. Sujeitos habilidosos, ao elaborar a representação do problema, ativam exatamente os esquemas que contém as informações estritamente necessárias à solução, enquanto os menos habilidosos ativam esquemas impróprios, aumentando desnecessariamente o espaço de solução e dificultando a obtenção do estado final de solução desejado. Os esquemas são de fundamental importância para a solução de problemas, pois: “... a habilidade dos solucionadores especializados surge da complexidade e totalidade de seus esquemas.”(Chi e Glaser, 1992)

AS HABILIDADES MATEMÁTICAS

Habilidades (em inglês, “*abilities*”), segundo Krutetskii (1976), “*são características psicológicas individuais de um sujeito, que favorecem um domínio rápido e fácil de uma determinada atividade (por exemplo, uma atividade matemática)*”. Essa habilidade matemática pode apresentar-se em diferentes níveis de atividade: como uma habilidade criativa independente (científica), onde o sujeito é capaz de produzir descobertas matemáticas de grande importância para a humanidade ou como uma habilidade escolar, onde o sujeito tem facilidade na aprendizagem e domínio das atividades propostas na disciplina ou em um curso de Matemática. A habilidade escolar pode, de certa forma, ser considerada uma atividade criativa, uma vez que o estudante redescobre produtos que, embora conhecidos pela comunidade científica, são inéditos para ele. Isso significa que embora o produto não seja necessariamente inédito, o procedimento de solução exige criatividade.

Krutetskii (1976) afirmou que a questão das habilidades está intimamente relacionada às diferenças individuais, pois se todos os indivíduos tivessem todas as habilidades desenvolvidas em um mesmo nível, o problema das habilidades deixaria de existir.

Os sujeitos não apresentam suas habilidades desenvolvidas em níveis idênticos, nem tampouco, são absolutamente inaptos a desenvolvê-las: esta é a opinião básica da psicologia soviética. As pessoas são capazes de diferentes realizações em diferentes níveis.

O sucesso de um estudante em determinada disciplina não depende apenas de seus interesses e inclinações, mas também de suas habilidades. Os sujeitos mais habilidosos apresentam realizações complexas em determinadas áreas de conhecimento e, aparentemente não têm necessidade de despender esforço e tempo. Estas são algumas das características que diferenciam os sujeitos mais habilidosos dos sujeitos menos habilidosos. Mesmo assim, sujeitos menos habilidosos são capazes de realizações pois todos têm potencialidades e, portanto, podem aprender embora essas potencialidades sejam distintas.

Contudo, as habilidades não são estáticas, podendo ser formadas e desenvolvidas durante toda a vida, através da prática e do domínio de atividades apropriadas. Na escola, o desenvolvimento das habilidades não depende exclusivamente do método de ensino utilizado pelo professor, visto que sujeitos submetidos aos mesmos métodos de ensino e exercícios, muitas vezes, apresentaram resultados distintos (Krutetskii, 1976). Essa diferença é facilmente explicada através das diferenças individuais. Mas o desempenho insatisfatório não implica em habilidades pouco desenvolvidas. Os métodos de ensino “perfeitos” não são capazes de suprimir as diferenças individuais. Não é possível igualar todos os indivíduos em um alto nível de desenvolvimento das habilidades. Todos podem ser habilidosos, mas cada um em determinada área, em um diferente nível. A escola tem papel fundamental no desenvolvimento máximo de todas as habilidades possíveis, a fim de favorecer a orientação profissional futura de seus estudantes.

Segundo Krutetskii (1976), três questões são, geralmente, abordadas no estudo das habilidades: 1) as habilidades são realmente uma

característica psicológica específica ou constituem parte da inteligência? 2) A habilidade é unitária ou complexa? e 3) Existem tipos diferentes de habilidades? Tomando como pressupostos os estudos de Krutetskii, é possível afirmar que **as habilidades matemáticas são características psicológicas específicas e complexas, sendo que existe uma estrutura de componentes básicos das habilidades matemáticas. Esses componentes combinam-se de diversas maneiras possíveis, formando diferentes habilidades matemáticas.**

De forma bastante clara e resumida, Krutetskii apresentou o perfil geral da estrutura das habilidades matemáticas durante a idade escolar, sendo esta estrutura relacionada aos três estágios básicos de atividade mental de um sujeito. Essa estrutura é evidenciada durante a solução de um problema matemático e é composta dos seguintes passos e habilidades correspondentes (Krutetskii, 1976; Neumann Garcia, 1995):

“1. Obtenção da informação matemática:

Refere-se à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema.

2. Processamento da informação matemática (que se refere às seguintes habilidades):

a. *Habilidade para pensar logicamente na área das relações espaciais e quantitativas, números e símbolos alfabéticos e à habilidade para pensar em símbolos matemáticos.*

b. *Habilidade para generalizar de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações.*

c. *Habilidade para ‘resumir’ os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além da habilidade para pensar através de estruturas reduzidas.*

d. *Flexibilidade dos processos mentais na atividade matemática.*

e. *Inclinação pela clareza, simplicidade, economia e racionalidade da solução.*

f. *Habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático).*

3. Retenção da informação matemática:

Refere-se à existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordagem).

Componente geral sintético⁸:

Refere-se à existência de um tipo de “mente” matemática.”

Os sujeitos habilidosos são capazes de diferenciar claramente três elementos em um problema: as relações que no problema têm significado matemático básico; as quantidades não essenciais para aquele tipo de problema, mas que são essenciais naquele variante; e as quantidades supérfluas para aquele problema específico. Assim, os sujeitos percebem o material matemático contido no enunciado verbal do problema simultaneamente, de forma analítica (isolando diferentes elementos da estrutura, acessando-os de maneira diferenciada, sistematizando-os e determinando sua hierarquia) e de forma sintética (combinando os elementos, estabelecendo relações matemáticas e funções de dependência entre eles).

A memória matemática não é um determinante da existência ou ausência de habilidade. Sua essência está na recordação generalizada de esquemas típicos de raciocínios e operações. Assim, a memória matemática, componente da estrutura das habilidades matemáticas relacionado ao terceiro estágio da solução de problemas, a retenção da informação matemática, é caracterizada nos sujeitos habilidosos por uma retenção e rápida elaboração de representações de problemas e relações, no domínio dos símbolos numéricos e verbais, “generalizada e operante”. Essa retenção pode ser classificada como notavelmente seletiva, ou seja, a estrutura cognitiva não retém toda a informação matemática disponível na situação, mas “refina” os dados concretos que representam estruturas abreviadas e generalizadas, o que torna o método mais econômico e conveniente, pois retendo a informação desta forma não sobrecarrega a estrutura cognitiva

⁸ Em inglês, “the mathematical cast of mind”, consiste em uma tendência do sujeito matematicamente habilidoso a interpretar fenômenos cotidianos sob categorias lógicas e matemáticas.

com informações desnecessárias, permitindo que se retenha mais informações, e conseqüentemente que sejam acessadas mais facilmente.

Embora na linguagem corrente existam duas palavras para designar habilidades, em inglês, uma distinção muito importante deve ser feita entre habilidades (“*abilities*”) e destrezas (“*skills*”): enquanto as destrezas, assim como conhecimentos e hábitos são adquiridos, as habilidades são desenvolvidas dentro de um processo de domínio das destrezas, conhecimentos e hábitos e é através do desenvolvimento das habilidades que o indivíduo tem a possibilidade de adquiri-los:

“Abilities are always the result of development. They are formed and developed in life, during activity, instruction, and training.”(Krutetskii, 1976, p.60)⁹

A presença de habilidades pode ser inferida através da análise de algumas características do pensamento durante a execução de determinadas atividades, assim como também podem ser identificadas as destrezas, os hábitos e os conhecimentos. Devido a isso a abordagem requer, como uma necessidade básica que se analise as características psicológicas que permitem, ao indivíduo, o domínio da atividade. Através de uma abordagem “analítico-sintética” de tal fenômeno complexo que é a habilidade matemática, Krutetskii (1964) afirmou ser possível separar alguns de seus componentes que, combinados de formas distintas, formam diferentes habilidades matemáticas.

Buscando evidenciar quais seriam as diferenças individuais na atividade mental, perceptíveis durante a solução de problemas matemáticos, de estudantes das séries iniciais de escolarização, Dubrovina (1992) analisou alguns dados que considerou fundamentais no estudo das habilidades no ensino de matemática. A autora analisou: a) o interesse demonstrado pelos estudantes através de seus trabalhos em classe e avaliações); b) o perfil de

cada aluno segundo o professor; e c) discussões individuais a respeito das atitudes de cada aluno em relação às diversas disciplinas. A partir de tal análise a autora propôs a identificação de diferentes grupos de estudantes, de acordo com o desenvolvimento das habilidades matemáticas, usando os critérios apresentados a seguir:

“1. Os matematicamente habilidosos ... eram as crianças que aprendiam matemática sem esforço, entendiam a explicação do professor na primeira vez, resolviam os exemplos e problemas mais rapidamente que os demais, freqüentemente apresentavam soluções originais a problemas inéditos, efetuavam cálculos mentais independentes, preferiam matemática às demais disciplinas, cansavam-se o mínimo durante as aulas de matemática, etc.

2. Os estudantes médios ... foram bem sucedidos na aritmética mas despendiam mais esforço e mais tempo que os estudantes melhor dotados. Eles geralmente não aprendiam uma nova matéria imediatamente, mas apenas após numerosos exercícios. As maiores dificuldades desses estudantes consistia na transferência para a solução de problemas de um novo tipo. Mas após ter dominado os métodos de solução, eles não fizeram um mau trabalho manuseando tarefas semelhantes.

3. Os estudantes menos habilidosos ... entendiam a explicação do professor apenas com grande dificuldade e experimentavam sérias dificuldades na solução de problemas e exemplos. O professor precisou propor lições suplementares e explicar muitas vezes a matéria abordada em aula, trabalhando um único problema várias vezes. Na aula eles quase não tomavam parte nos cálculos orais, visto que não conseguiam acompanhar as outras crianças. Além disso, mostravam uma maior tendência ao cansaço durante as aulas de matemática.”¹⁰(Dubrovina, 1992)

PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA

⁹ “Habilidades são sempre o resultado de desenvolvimento. São formadas e desenvolvidas em vida, durante atividade, ensino e treino .”

¹⁰ Tradução da autora.

Os trabalhos de pesquisa permitem supor que um estudante, ao concluir o ensino médio, deve ter desenvolvido completamente os conceitos e princípios matemáticos, sendo capaz de comunicar-se efetivamente, reconhecer as aplicações da matemática em situações cotidianas e abordar problemas matemáticos (sejam aritméticos, algébricos, geométricos ou de lógica) confiantemente, ou seja, ter desenvolvido as habilidades fundamentais necessárias para aplicar os conhecimentos adquiridos a novas situações (NCSM, 1989). Os problemas aritméticos recebem particular atenção neste trabalho devido ao fato de o currículo do grau médio de escolarização enfatizar os conteúdos algébricos e geométricos, em detrimento dos aritméticos, destacados no ensino fundamental (CENP, 1992).

Algumas pesquisas que analisam os procedimentos empregados pelos estudantes durante a solução de problemas (Byrnes & Takahira, 1994) têm demonstrado a necessidade de serem desenvolvidos alguns componentes da habilidade matemática para facilitar a execução dessas tarefas. A importância disso é destacada por Romberg (1988), quando afirma que: *“O desenvolvimento da habilidade para solucionar problemas é essencial para que ele ou ela (o estudante) seja um cidadão produtivo.”*

Considerando a importância que a solução de problemas e o estudo das habilidades e das diferenças individuais possuem, foi formulado o presente trabalho. O objetivo deste estudo foi identificar, de forma exploratória, quais dentre os seguintes componentes da habilidade matemática, relacionados aos três estágios básicos do pensamento durante a solução de um problema, são requeridos para que os estudantes do ensino médio tenham um desempenho satisfatório nas tarefas de solução de problemas aritméticos a que usualmente são submetidos, durante e ao final desse grau de escolarização. Esses componentes da habilidade matemática, que se evidenciam durante a solução de problemas são:

1. habilidade para perceber relações e fatos concretos do problema (relacionada à obtenção da informação matemática);
2. habilidade para generalizar ou perceber um tipo generalizado de problema (relacionada ao processamento da informação matemática);
3. habilidade para reter informação matemática (relacionada à retenção de informação matemática).

Assim, foi proposto o seguinte problema de pesquisa:

Quais componentes da habilidade matemática são requeridos para que estudantes concluintes do ensino médio obtenham sucesso na solução de problemas aritméticos?

O problema de pesquisa proposto deu origem às seguintes questões de pesquisa:

1. Existem diferenças significativas no desempenho dos sujeitos que possam ser relacionadas:
 - a) ao gênero;
 - b) à idade;
 - c) ao tipo de escola (pública ou particular)?
2. Existem diferenças de auto-percepção das habilidades e do desempenho que possam ser relacionadas:
 - a) ao gênero;
 - b) à idade;
 - c) ao tipo de escola (pública ou particular);
 - d) ao desempenho?
- 3) Qual o estágio da solução de problemas no qual os sujeitos apresentam maior dificuldade?
- 4) Existem relações entre o desempenho dos sujeitos na solução de problemas matemáticos e:

- a) o desempenho em testes para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema;
- b) o desempenho em testes para avaliar a habilidade para formar generalizações;
- c) o desempenho em testes para avaliar a memória matemática;
- d) o desempenho em testes de raciocínio verbal;
- e) as atitudes em relação à matemática?

CAPÍTULO IV

MATERIAIS, MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

Esta pesquisa, de caráter exploratório, foi dividida em três fases distintas, sendo realizado inicialmente um estudo preliminar, com o objetivo de verificar a adequação dos instrumentos a serem utilizados na primeira etapa do estudo, quantitativa e descritiva, e a segunda etapa qualitativa trabalhando apenas alguns sujeitos da amostra.

SUJEITOS

Foram sujeitos desta pesquisa 53 estudantes, regularmente matriculados no último ano do ensino médio, provenientes de duas escolas, sendo uma escola da rede privada de ensino da cidade de Campinas- SP e de uma escola da rede pública estadual da cidade de Americana- SP. Os sujeitos da escola particular estudavam no período diurno e os da escola pública no período noturno. A amostra foi selecionada de forma intencional, por conveniência.

INSTRUMENTOS

Foram utilizados os seguintes instrumentos:

1) Questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática (Anexo 1)

Este questionário, de caráter informativo, contém cinco questões com quatro alternativas em cada questão, foi elaborado a partir dos critérios estabelecidos por Dubrovina (1992) quando estudou as características fundamentais das habilidades matemáticas escolares. Trata-se de um instrumento elaborado com o objetivo de verificar a auto-percepção dos estudantes em relação às suas habilidades e ao desempenho em relação à matemática escolar.

2) Prova matemática para avaliar o desempenho na solução de problemas (Anexo 2)

Trata-se de uma prova contendo cinco problemas matemáticos extraídos e adaptados a partir da avaliação dos concluintes do ensino médio (Fundação Carlos Chagas, 1997) e dos exames vestibulares da Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP (Patrocínio, 1995). Todos os problemas admitiam uma estrutura de solução aritmética. Essa prova foi aplicada com o objetivo de medir o desempenho dos sujeitos na solução de problemas.

3) Testes para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema (Anexo 3)

A habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema é um componente relacionado ao primeiro estágio de pensamento na solução de problemas, a obtenção da informação matemática. O instrumento utilizado para avaliar este componente foi composto por todos os testes aritméticos de todas as séries utilizadas por Krutetskii (1976) para o estudo desta habilidade (séries I, II e III).

Este instrumento foi composto pelos 22 testes aritméticos da série I.A, problemas sem pergunta formulada, II.A, problemas com informações incompletas, e III.A, problemas com informações supérfluas.

4) Testes para avaliar a habilidade para formar generalizações, resumindo (“encurtando”) o raciocínio (Anexo 4)

O objetivo deste teste foi verificar a habilidade para formar generalizações “encurtando” o raciocínio. Esta habilidade está relacionada ao segundo estágio da solução de problemas, o processamento da informação matemática.

O instrumento foi composto pelos testes aritméticos A, B, C, D, E e F da série VI (Krutetskii, 1976, pp. 119-123). Cada teste é constituído de um conjunto de problemas, sendo que alguns deles apresentam semelhança na estrutura de solução. Os testes aritméticos da série VIII.A também compõem o teste para avaliar a habilidade para formar generalizações relativos à composição de problemas de um determinado tipo. São quatro problemas apresentados aos sujeitos, em cartões individuais, um a um, sendo solicitado que formulem problemas do mesmo tipo, com quantidades e assuntos diferentes (sendo similares apenas na estrutura matemática). Após a

elaboração desses problemas, os sujeitos são solicitados, então, a formular problemas distintos de cada um dos problemas dados.

5) Testes para avaliar a memória matemática (Anexo 5)

A memória matemática é um componente da habilidade matemática relacionada ao terceiro estágio da solução de problemas, a retenção da informação matemática. Para avaliar este componente foram utilizados os testes aritméticos da série XXII, composta por problemas com termos difíceis de recordar. Os problemas foram apresentados individualmente aos sujeitos em cartões. Os sujeitos foram orientados a ler os problemas atentamente, tendo sido solicitados a reproduzir imediatamente o problema.

6) Prova de Raciocínio Verbal do Teste de Aptidões Específicas (DAT)

Trata-se de um instrumento do tipo papel e lápis, composto por 50 questões de múltipla escolha, elaborado com o objetivo de avaliar a capacidade do sujeito em estabelecer analogias entre pares de conceitos (Bennett, Seashore & Wesman, 1993; Neumann, 1995; Anastasi, 1975).

7) Escala de atitudes em relação à Matemática (Anexo 6)

Esta escala, do tipo Likert, adaptada e validada por Brito (1996, 1998), é composta de 20 questões a respeito das atitudes dos sujeitos em relação à matemática, sendo 10 afirmações positivas e 10 afirmações negativas. Para cada questão existem quatro alternativas para resposta, variando da concordância total com a afirmação à discordância total.

PROCEDIMENTOS

Esta pesquisa foi desenvolvida em duas etapas, antecedidas por um estudo preliminar, levado a efeito com o objetivo de pré-experimentar os instrumentos que seriam utilizados na primeira fase: o questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática e a prova matemática para avaliar o desempenho na solução de problemas.

Foi feita também a escolha das escolas onde seria realizado o estudo. Foram feitos contatos com a administração das escolas para obtenção de autorização da direção, do corpo docente e dos alunos selecionados. Em seguida foi iniciada a coleta de dados, sendo a primeira etapa aquela que propiciou a seleção dos sujeitos para a etapa seguinte.

Na primeira etapa foi feita a aplicação dos instrumentos testados previamente no estudo preliminar. Os instrumentos foram aplicados no horário das aulas, na ausência do professor de Matemática. Foi aplicado inicialmente o questionário de auto-percepção (Anexo 1), dispensando qualquer instrução verbal, uma vez que as instruções escritas no início do instrumento se mostraram suficientemente claras para os sujeitos. Após o preenchimento do questionário todos os alunos receberam a prova matemática e foram solicitados a iniciar ao mesmo tempo, tendo sido marcado o tempo gasto em minutos para a solução dos cinco problemas.

A seguir, foi feita a correção manual dos instrumentos. Os problemas da prova matemática foram corrigidos e pontuados segundo os critérios estabelecidos por Charles (1988), conforme mostrado na tabela a seguir:

Tabela 01: Critérios utilizados na correção da prova matemática

Pontos	Características observadas na solução
0	Não interpretou corretamente o enunciado verbal.
0,5	Apenas interpretou o enunciado verbal, não escolheu ou escolheu estratégia de solução incorreta.
1,0	Interpretou corretamente o enunciado, escolheu a estratégia correta de solução e não efetuou ou efetuou os cálculos incorretamente.
1,5	Interpretou corretamente o enunciado, escolheu a estratégia correta de solução, efetuou corretamente os cálculos necessários e emitiu resposta incorreta.
2,0	Interpretou corretamente o enunciado, escolheu a estratégia correta de solução, efetuou corretamente os cálculos necessários e emitiu corretamente a resposta.

Para análise dos dados do questionário foram atribuídos pontos de 1 a 4 em cada questão, sendo a pontuação mais alta para respostas que demonstram auto-percepção mais positiva e mais baixa para as respostas mais negativas, perfazendo assim, uma nota variando entre 5 e 20 pontos.

A partir da pontuação obtida em cada questão do questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em matemática (Anexo 1) foi feita a soma dos pontos individuais e atribuída uma nota a cada um deles. Para os sujeitos que deixaram de responder uma única questão foi verificada a média aritmética das quatro outras questões e considerada como ponto obtido na questão em branco. Os questionários onde existiam duas ou mais questões em branco foram desconsiderados na análise.

Através das notas obtidas na prova matemática (Anexo 2), os sujeitos foram distribuídos em três grupos: bons, médios e fracos para solucionar problemas.

Foram selecionados nove sujeitos, sendo cada um deles representante de cada uma das categorias, doravante denominados, B_1 , B_2 , B_3 (bons), M_1 , M_2 , M_3 , (médios) e F_1 , F_2 , F_3 (fracos), sendo estes alunos convidados para participar da segunda etapa do estudo.

Nesta segunda etapa foi realizada a aplicação em sessões individuais dos seguintes instrumentos: **a)** Testes para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema (Anexo 3); **b)** Testes para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio (Anexo 4); **c)** Testes para avaliar a memória matemática (Anexo 5); **d)** Teste de raciocínio verbal do teste de aptidões específicas; **e)** Escala de atitudes em relação à Matemática (Anexo 6).

Após a seleção dos nove sujeitos da segunda fase do estudo foi solicitada nova autorização da direção das escolas para continuidade do trabalho. Os sujeitos foram comunicados sobre o método usado para a seleção, mas não foram informados sobre a nota e a classificação que obtiveram na primeira etapa.

Os instrumentos utilizados foram aplicados em três sessões individuais com cada sujeito, com duração aproximada de uma hora e meia cada sessão. Na primeira sessão foram aplicados os testes para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema. Na segunda sessão foram aplicados os testes da série VI de Krutetskii, que compõem os testes para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio. E na terceira sessão foram aplicados os testes da série VIII de Krutetskii, além dos testes para avaliar a memória matemática, a prova de raciocínio verbal do DAT e a escala de atitudes em relação à Matemática.

Os testes para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema são compostos pelas séries I.A, II.A e III.A (Krutetskii, 1976), que correspondem a problemas sem pergunta formulada, problemas com informações incompletas e problemas com informações supérfluas,

respectivamente. O teste I.A é composto por oito problemas matemáticos. Os sujeitos foram informados de que receberiam cartões contendo problemas matemáticos nos quais a pergunta não estava formulada. Eram informados verbalmente que deveriam ler atentamente o problema e, a seguir, formular uma pergunta adequada à situação apresentada. Foi observado e anotado o tempo gasto em cada problema, sendo marcado o tempo a partir da primeira leitura até a formulação da pergunta. Foi anotado também o número de leituras necessárias à formulação. De acordo com os resultados obtidos por Krutetskii (1976), que caracterizou o desempenho dos sujeitos “mais capazes”, “médios” e “menos capazes” nesta série, foram estabelecidos quatro níveis para as perguntas formuladas pelos sujeitos, conforme apresenta a tabela a seguir:

Tabela 02: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série I.A

Nível	Características observadas
1	Não formulou a questão, mesmo com ajuda do examinador, porque não captou as relações e percebeu apenas dados desconexos.
2	Formulou a questão e reconheceu as relações dadas no problema, mas apenas com ajuda considerável do examinador.
3	Formulou a questão independentemente, mas não imediatamente, cometendo erros e captando gradualmente as relações no problema.
4	Formulou a questão imediatamente, compreendeu as relações dadas no problema imediatamente.

Na série II.A, composta por oito problemas aritméticos, os sujeitos foram informados de que os dados do enunciado verbal eram insuficientes para solucioná-los. O examinador instruiu cada sujeito a ler atentamente o problema, e a seguir identificar a informação necessária e a informação ausente que permitiria a solução do problema; observando e anotando o

tempo gasto para a formulação da resposta e o número de leituras necessárias para tal. Para a análise das respostas foram estabelecidos quatro níveis de resposta, correspondentes às características que, segundo Krutetskii (1976), diferenciariam os sujeitos, de acordo com o nível de desenvolvimento deste componente da habilidade matemática, a capacidade de perceber relações e fatos concretos no problema. Esses níveis são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 03: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série II.A

Nível	Características observadas
1	Não detectou a informação faltante, mesmo com ajuda do examinador, porque não captou as relações e percebeu apenas dados não relacionados.
2	Detectou a informação faltante e reconheceu as relações dadas no problema, mas apenas com ajuda considerável do examinador.
3	Detectou a informação faltante independentemente, mas não imediatamente, cometendo erros e captando gradualmente as relações no problema.
4	Notou a informação faltante imediatamente, compreendeu as relações que constituíam a essência do problema imediatamente.

Os seis problemas da série III.A foram apresentados seqüencialmente aos sujeitos, em cartões individuais, sendo informado nas instruções que os problemas continham dados desnecessários à solução. Os sujeitos foram instruídos a ler atentamente o problema e, identificar a informação desnecessária para que o problema pudesse ser solucionado, não havendo necessidade de solucionar o problema. Foi anotado o tempo gasto pelo sujeito a partir da primeira leitura até a formulação da resposta, tendo sido anotado também o número de leituras necessárias à formulação da resposta. A tabela a seguir apresenta as características que segundo Krutetskii (1976) diferenciariam os sujeitos de acordo com o nível de desenvolvimento deste componente da habilidade matemática:

Tabela 04: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série III.A

Nível	Características observadas
1	Não indicou a informação desnecessária e não distinguiu a redundante, mesmo com ajuda do examinador, porque não captou as relações e percebeu apenas dados desconectos.
2	Indicou os dados desnecessários e distinguiu o que era redundante, percebendo as relações apenas com ajuda considerável do examinador.
3	Indicou os dados desnecessários e distinguiu o que era redundante independentemente, mas não imediatamente, cometendo erros e captando gradualmente as relações no problema.
4	Indicou os dados desnecessários e supérfluos, compreendeu imediatamente as relações dadas no problema.

Na segunda sessão foram utilizados os testes das séries VI.A, VI.B, VI.C, VI.D, VI.E e VI.F, que consistem de problemas de um determinado tipo. Cada série de problemas era apresentada em cartões (sendo um problema em cada cartão), sendo alguns deles semelhantes externamente e outros semelhantes na estrutura de solução.

Os sujeitos foram solicitados a agrupar os problemas que fossem semelhantes na estrutura, sem necessidade de solucioná-los. Foram anotados os problemas que cada sujeito agrupou, o tempo gasto para concluir cada agrupamento e o número de tentativas. A tabela a seguir apresenta as características de cada nível de resposta consideradas neste estudo:

Tabela 05: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série VI

Nível	Características Observadas
1	Não agrupou os problemas, mesmo com a ajuda do examinador, porque não percebeu a estrutura dos problemas.
2	Agrupou os problemas apenas com ajuda considerável do examinador, ou agrupou-os de forma incorreta.
3	Agrupou os problemas independentemente, mas não imediatamente, cometendo alguns erros e percebendo gradualmente a estrutura dos problemas
4	Agrupou os problemas independentemente, percebendo imediatamente a estrutura do problema.

Na terceira sessão foi utilizada a série VIII.A, referente à composição de problemas de um determinado tipo, teste esse usado para avaliar a habilidade de formar generalizações, resumindo o raciocínio. Nesta série, os sujeitos receberam cartões que continham, cada um, um problema matemático (quatro cartões no total), sendo solicitados a familiarizar-se com o problema (se possível sem solucioná-lo).

Em seguida, os sujeitos eram solicitados a formular problemas com mesma estrutura do original, porém com quantidades diferentes. Finalmente eram solicitados a formular problemas com estrutura diferente do problema original. Foi registrado o tempo gasto para a formulação de cada tipo de problema. Os problemas formulados foram classificados em 4 níveis, levando-se em consideração a adequação da estrutura de cada problema formulado, e a dificuldade encontrada pelo sujeito para a formulação dos problemas. Essas características são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 06: Níveis das características observadas na execução das atividades propostas na série VIII.A

Nível	Características Observadas
1	Não formulou os problemas, mesmo com a ajuda do examinador.
2	Formulou os problemas apenas com ajuda considerável do examinador, ou o fez de forma incorreta.
3	Formulou os problemas independentemente, mas não imediatamente, cometendo alguns erros e percebendo gradualmente a estrutura do problema.
4	Formulou os problemas independentemente, percebendo imediatamente a estrutura do problema.

Em seguida, os sujeitos eram confrontados com a série XXII.A, composta por problemas com termos difíceis de recordar, e tem por objetivo avaliar a memória matemática. Os seis problemas matemáticos foram apresentados aos sujeitos em cartões individuais. Era solicitado a eles que lessem o problema uma única vez e com muita atenção. Em seguida, o cartão era recolhido e o examinador solicitava ao sujeito que reproduzisse o problema que acabara de ler. Caso não conseguisse reproduzir o problema era solicitado a ele que contasse tudo o que fosse possível sobre a estrutura do problema, as relações entre os fatos, os dados numéricos, etc. Foi anotado o tempo gasto pelos sujeitos. A tabela seguinte apresenta as características estabelecidas para cada um dos quatro níveis, em que as reproduções foram classificadas.

Tabela 07: Níveis das características observadas na execução da atividades propostas na série XXII.A

Nível	Características Observadas
1	Não foi capaz de reproduzir nenhuma informação constante do problema: ou

reproduziu o problema parcialmente: estrutura do problema, relações entre os fatos, dados numéricos, etc, cometendo alguns erros.

- 2 Reproduziu o problema parcialmente: estrutura do problema, relações entre os fatos, dados numéricos, etc.
 - 3 Reproduziu o problema integralmente, mas não imediatamente, cometendo alguns erros.
 - 4 Reproduziu o problema integralmente e imediatamente.
-

As respostas dos sujeitos a todos os testes citados anteriormente foram digitadas, com a finalidade de facilitar a análise e apresentação, preservando a pontuação e acentuação dos originais.

Na terceira sessão os estudantes também responderam ao teste de raciocínio verbal do DAT, não tendo sido dadas instruções verbais, uma vez que o teste apresenta uma folha inicial de instruções e exemplos do procedimento a ser seguido. Para a correção do teste foram considerados inicialmente o número de itens corretos e em seguida o número de pares de respostas corretos.

Nessa sessão os sujeitos responderam também às questões da escala de atitudes em relação à Matemática e foram atribuídos pontos de acordo com a resposta dada a cada item da escala; em seguida, os pontos foram somados e dada a nota na escala.

DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS

Para efeitos de classificação da amostra para posterior análise, foram estabelecidas as variáveis independentes: escola, gênero, idade e fase. A

fase referia-se à idade em relação à série e os sujeitos foram distribuídos em três grupos: em fase (idade variando entre 16 e 17 anos), leve defasagem (idade variando entre 18 e 19 anos), defasagem acentuada (idade acima de 20 anos).

As variáveis dependentes foram: nota (dada pelo desempenho na prova matemática); classifi. (classificação segundo o desempenho na prova matemática) tendo sido distribuídos em três grupos: fraco (nota abaixo da média), médio (nota sobre a média) e bom (nota acima da média); questsom. (nota obtida no questionário de auto-percepção); autoperc. (classificação de acordo com a nota obtida no questionário de auto-percepção, tendo sido distribuídos em dois grupos: auto-percepção negativa (nota abaixo da média da amostra) e auto-percepção positiva (nota acima da média da amostra) e a variável tempo (de resposta à prova matemática, em minutos).

ANÁLISE DOS DADOS

A partir dos dados obtidos na primeira fase foram verificadas possíveis relações entre as variáveis dependentes (nota, classifi., questsom, autoperc. e tempo) e entre as variáveis dependentes e as independentes (escola, gênero, fase) e dependentes. Por se tratar de amostras com números diferentes de sujeitos foram utilizados testes de variância para verificar se a média das variáveis analisadas mostravam-se significativamente diferentes das médias dos demais grupos, com testes “*post-hoc*” de Tukey-HSD para a indicação de quais grupos diferiam.

Os dados obtidos na segunda fase foram analisados qualitativamente, verificando as diferenças apresentadas entre as respostas dos sujeitos às tarefas solicitadas, de acordo com a classificação na primeira fase do estudo.

CAPÍTULO V

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

ESTUDO PRELIMINAR

Com o objetivo de verificar a adequação dos instrumentos elaborados para a primeira fase desta pesquisa foi realizado um estudo preliminar, onde foram testados os seguintes instrumentos: uma prova matemática composta

por cinco problemas de estrutura aritmética e um questionário de múltipla escolha contendo questões sobre a auto-percepção do desempenho e das habilidades. Neste estudo foram observados a adequação da linguagem à amostra e o grau de dificuldade dos problemas.

Os sujeitos deste estudo 145 estudantes regularmente matriculados no 3º ano do ensino médio, provenientes de duas escolas públicas e três particulares das seguintes cidades: Campinas (1), Americana (3) e Mogi das Cruzes (1). As idades dos sujeitos variava entre 16 e 23 anos, sendo 62 do gênero masculino e 83 do gênero feminino.

Os sujeitos foram submetidos ao questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática (Anexo 1) e à prova matemática para avaliar o desempenho na solução de problemas (Anexo 2). Os instrumentos foram aplicados durante o período de aulas a todos os alunos presentes.

A soma dos pontos obtidos no questionário de auto-percepção variou entre 7 e 19, tendo sido desconsiderados 10 questionários na análise. A média obtida pela amostra foi de 13.68 (sd=1.98). A partir desses resultados os sujeitos foram distribuídos de acordo com a auto-percepção em “sujeitos com auto-percepção positiva” e “sujeitos com auto-percepção negativa”, sendo que os sujeitos com soma inferior à média foram classificados como “sujeitos com auto-percepção negativa” e os sujeitos com soma superior ou igual à média como “sujeitos com auto-percepção positiva, conforme mostrado a seguir:

Tabela 08: Distribuição dos sujeitos do estudo preliminar de acordo com a auto-percepção das habilidades e do desempenho

Classificação	Número de sujeitos	% (casos válidos)
Auto- percepção Positiva	94	69.63
Auto-percepção negativa	41	30.37
Total	135	100.0

Na prova matemática (Anexo 2) os estudantes obtiveram notas variando entre 0 e 10, com média 3.68 (sd=2.25). Dois sujeitos não solucionaram nenhum dos problemas e foram excluídos da análise. Os estudantes das escolas públicas obtiveram média 2.38 e os estudantes das escolas privadas 4.59, distribuídos por tipo de escola conforme mostrado na figura a seguir:

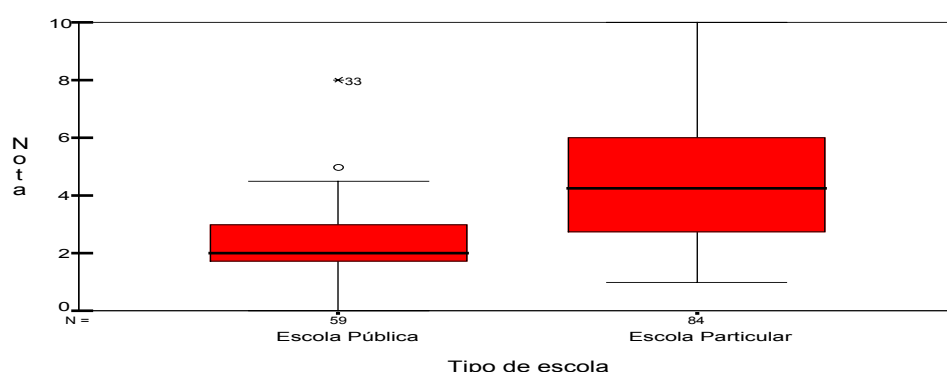


Figura 03: Boxplot¹¹ do desempenho dos sujeitos do estudo preliminar na prova matemática de acordo com a escola

Pode-se observar no gráfico anterior que o sujeito 33 (*“outlier”*) destacou-se dos demais estudantes das escolas públicas, pois apresentou nota 8, ou seja entre 1.5 e 3 vezes superior à nota 3 que corresponde ao percentil 75 para o grupo. Através de uma análise de variância foi possível verificar que as médias dos sujeitos de acordo com o tipo de escola em que estudam (pública ou particular) apresentaram diferenças altamente significativas ($p < .050$), conforme mostrado a seguir:

Tabela 09: Análise de variância das médias dos sujeitos do estudo preliminar agrupados por tipo de escola

¹¹ Boxplot é um resumo das parcelas da amostra baseado na mediana, quartis e valores extremos. O boxplot é formado por “caixas” que contêm 50% dos casos entre os percentis 25 e 75, e “whiskers”, linhas que vão desde as “caixas” até o mais alto e o mais baixo valor, excluindo os “outliers” (sujeitos com nota entre 1,5 e 3 vezes a nota representada pela borda superior da “caixa”).

Fonte	G.L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos .0000		1	169.8651	169.8651	43.3182
Dentro dos grupos	141	552.9076	3.9213		
Total N: 143	142	722.7727			

Quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a escola, foram encontradas diferenças significativas, entre os grupos ($p \leq .050$). Nesta análise foi usado o teste de Tukey-HSD (*"Tukey's honestly significant difference"*). Os resultados mostraram que, nesse grupo, os estudantes da escola particular 3, diferiram de todas as demais escola quanto ao desempenho, sendo superior a todas elas. Também os estudantes das duas demais escolas particulares, 4 e 5, mostraram-se superiores aos das escolas públicas desse grupo.

Médias	ESCOLA	1	2	5	4	3
2.3409	1					
2.4054	2					
3.6923	5	*	*			
4.7714	4	*	*			
7.5000	3	*	*	*	*	

(*) Indica diferenças significativas mostradas no triângulo

Também foi verificado o grau de dificuldade dos problemas da prova matemática através da porcentagem de acertos (2.0), acertos parciais (0.5; 1.0 ou 1.5), erros (0.0) ou em branco (*"missing case"*) em cada uma dos problemas. Foi feita a classificação em ordem decrescente de dificuldade,

sendo que a questão 01 apresentou maior grau de dificuldade, enquanto a questão 02 mostrou-se a mais fácil para a amostra estudada:

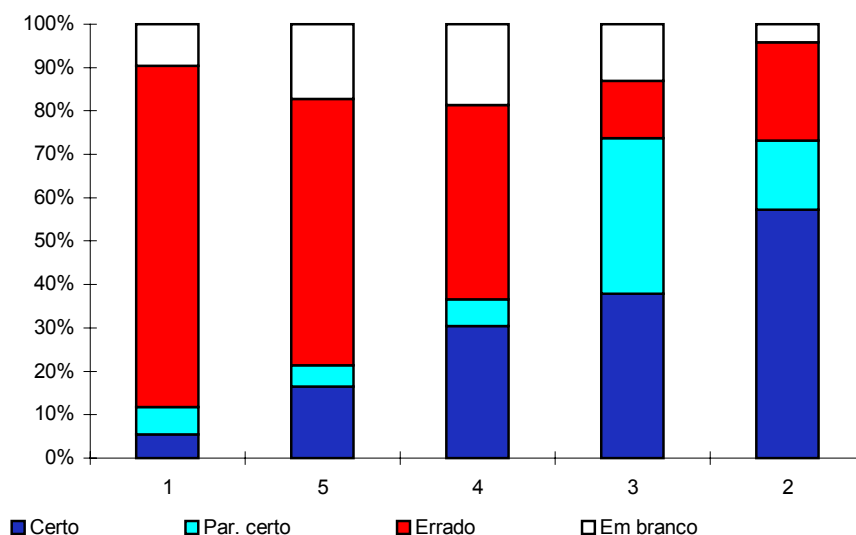


Figura 04: Porcentagem de acertos por questão em ordem decrescente de dificuldade no estudo preliminar

Após a determinação do grau de dificuldade das questões, os sujeitos foram classificados em “bons”, “médios” e “fracos” solucionadores de problemas. Foram classificados como “fracos” os sujeitos que obtiveram a nota variando entre 0.00 e 2.57 (a média subtraído metade do desvio padrão). Os sujeitos com nota variando entre 2.58 e 4.83 (média da amostra subtraído a metade do desvio padrão e média somada à metade do desvio padrão, respectivamente) foram classificados como “médios”. Finalmente, os sujeitos que obtiveram nota acima de 4.84 (média da amostra somada à metade do desvio padrão), foram classificados como “bons”. O grupo de sujeitos estudados distribuiu-se da seguinte forma: 42% “fracos”, 27.3% “médios” e 30.8% “bons” solucionadores de problemas.

Após a análise dos dados obtidos em cada um dos instrumentos, verificou-se através de uma análise de variância (com nível de significância .050) que não houveram diferenças significativas, entre os grupos, de acordo

com o desempenho (bons, médios e fracos) e a auto-percepção do desempenho (positiva ou negativa).

Através da análise dos resultados deste estudo preliminar foi possível concluir que a prova matemática utilizada (Anexo 2) estava adequada ao tipo de estudo que se pretendia realizar pois as notas obtidas pelos sujeitos distribuíam-se entre os menores e os maiores valores possíveis, sendo possível identificar “bons”, “médios” e “fracos” solucionadores de problemas, o que possibilitaria a continuidade da segunda fase do estudo. Além disso, a linguagem dos instrumentos foi considerada adequada à amostra pois em nenhum dos instrumentos os sujeitos deixaram de executar o que foi solicitado por não haver compreendido o que se pedia.

ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS DOS SUJEITOS

ASPECTOS GERAIS

Entre os 53 sujeitos desta pesquisa, 39.6% (21 sujeitos) eram estudantes da escola particular e 60.4% (32 sujeitos) eram estudantes da escola pública, sendo que 27 eram do gênero masculino e 26 feminino (50.9% e 49.1%, respectivamente).

Os sujeitos apresentaram idade variando entre 16 e 22 anos com idade média de 17.58 anos. Para o agrupamento dos sujeitos segundo a idade foi usado o critério de que a idade de ingresso no 1º ano do ensino fundamental é 7 anos completos. Assim, um estudante do 3º ano do ensino médio deve ter idade entre 16 e 17 anos. Foram considerados sujeitos “em

fase” de idade sujeitos com 16 a 17 anos de idade. Sujeitos com idade entre 18 e 19 anos de idade foram considerados com “leve defasagem” de idade, e sujeitos com idade acima de 20 anos foram considerados estudantes com “defasagem acentuada” de idade. Quando agrupados em fases de acordo com a série escolar foi obtida a seguinte distribuição:

Tabela 10: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a fase de idade

Fase	F	%	% válida	% acumulada
em fase	30	56.6	57.7	57.7
leve defasagem	19	35.8	36.5	94.2
defasagem acentuada	3	5.7	5.8	100.0
Total	53	100.0	100.0	
Casos válidos		52	Casos excluídos	1

RESULTADOS OBTIDOS NO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DAS HABILIDADES E DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA (ANEXO 1)

No questionário de auto-percepção (Anexo 1) os sujeitos não deixaram de responder nenhum dos itens. Assim, não houve necessidade de excluir nenhum caso da análise. A primeira pergunta do instrumento teve o objetivo de verificar a percepção dos sujeitos em relação à facilidade em aprender Matemática. Para o item “*Eu aprendo matemática:*”, a maioria dos sujeitos admitiu necessitar de algum tempo e esforço, mas aprendem Matemática:

Tabela 11: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “*Eu aprendo Matemática:*”

Resposta	F	%	% válida	% acumulada
Não aprendo matemática	1	2	3.8	3.8
Difícilmente com tempo e esforço	2	17	32.1	35.8
Facilmente com algum tempo e esforço	32	60.4	60.4	96.2
Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	4	2	3.8	100.0
Total	53	100.0	100.0	
Casos válidos	53	Casos excluídos	0	

Através da questão seguinte procurou-se verificar a relevância das explicações do professor para a compreensão da Matemática pelos estudantes, segundo a auto-percepção. As respostas dos sujeitos ao segundo item “*Eu compreendo as explicações do professor.*”, mostraram que apenas 3.8% dos sujeitos compreendem um conteúdo imediatamente após a explicação do professor, enquanto 69.8% dos sujeitos somente compreendem após a solução de alguns exercícios.

Tabela 12: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “*Eu compreendo as explicações do professor.*”

Resposta	F	%	% válida	% acumulada
Nunca compreendo	1	1.9	1.9	1.9
Após resolver muitos exercícios	13	24.5	24.5	26.4
Após resolver alguns exercícios	37	69.8	69.8	96.2
Na primeira vez que ouço	2	3.8	3.8	100.0
Total	53	100.0	100.0	
Casos válidos	53	Casos excluídos	0	

A fim de verificar como os sujeitos percebem-se quando solicitados a solucionar um problema matemático desconhecido, foi verificado na terceira questão, “*Diante de problemas matemáticos novos para mim.*”, que a maioria

dos sujeitos admitem a dificuldade em solucionar apenas até que dominem o método de solução, e nenhum dos sujeitos admitiu ser incapaz de solucionar problemas matemáticos inéditos, sendo que na quarta questão “Ao solucionar problemas matemáticos:”, 77,4% dos estudantes afirmam resolver todos os cálculos matemáticos no papel.

Tabela 13: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “*Diante de problemas matemáticos novos para mim:*”,

Resposta	F	%	% válida	% acumulada
Não sou capaz de resolver	0	0.0	0.0	0.0
Tenho dificuldade em resolver	18	34.0	34.0	34.0
Tenho dificuldade até dominar o método	31	58.5	58.5	92.5
Resolvo-os rapidamente	4	7.5	7.5	100.0
Total	53	100.0	100.0	
Casos válidos	53	Casos excluídos	0	

Tabela 14: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “Ao solucionar problemas matemáticos:”

Resposta	F	%	% válida	% acumulada
Nunca chego a fazer cálculos	1	1.9	1.9	1.9
Utilizo a calculadora para cálculos	10	18.9	18.9	20.8
Faço todos os cálculos no papel	41	77.4	77.4	98.1
Faço todos os cálculos mentalmente	1	1.9	1.9	100.0

Total	53	100.0	100.0
Casos válidos	53	Casos excluídos	0

A quinta pergunta do questionário de auto-percepção, “*Durante as aulas de matemática:*”, teve o objetivo de verificar a motivação dos estudantes em aulas de exercícios. Segundo Dubrovina (1992), sujeitos mais habilidosos tendem a considerar as aulas de exercícios monótonas e cansativas, enquanto os menos habilidosos aproveitam o momento para compreender melhor os conteúdos. As respostas dos sujeitos para essa questão distribuíram-se da seguinte forma:

Tabela 15: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a resposta à questão “*Durante as aulas de matemática:*”

Resposta	F	%	% válida	% acumulada
Copio todos os exercícios de alguém	1	1.9	1.9	1.9
Sinto-me motivado a resolver tudo	26	49.1	49.1	50.9
Considero-a tão cansativa quanto outra	18	34.0	34.0	84.9
Sinto-me cansado, pois é monótona	8	15.1	15.1	100.0
Total	53	100.0	100.0	
Casos válidos	53	Casos excluídos	0	

RESULTADOS OBTIDOS NA PROVA MATEMÁTICA (ANEXO 2)

Verificando a distribuição das frequências da pontuação atribuída a cada problema da prova matemática pode-se verificar que a maioria dos sujeitos tentou solucionar os problemas, sem obter sucesso. As tabelas a seguir mostram a distribuição dos sujeitos de acordo com a pontuação em cada problema:

Tabela 16: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 1 da prova matemática

Nível	Pont.	F	%	% válida	% acumulada
Interpretação incorreta	.0	28	52.8	59.6	59.6
Estratégia incorreta	.5	0	0.0	0.0	59.6
Cálculo incorreto	1.0	13	24.5	27.7	87.2
Resposta incorreta	1.5	6	11.3	12.8	100.0
Correto	2.0	0	0.0	0.0	100.0
Em branco	.	6	11.3	11.3	
Total		53	100.0	100.0	
Casos válidos 47		Casos excluídos		6	

Tabela 17: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 2 da prova matemática

Nível	Pont.	F	%	% válida	% acumulada
Interpretação incorreta	.0	6	11.3	12.2	12.2
Estratégia incorreta	.5	0	0.0	0.0	12.2
Cálculo incorreto	1.0	3	5.7	6.1	18.4
Resposta incorreta	1.5	1	1.9	2.0	20.4
Correto	2.0	39	73.6	79.6	100.0
Em branco	.	4	7.5	7.5	
Total		53	100.0	100.0	
Casos válidos 49		Casos excluídos		0	

Tabela 18: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 3 da prova matemática

	Pont.	F	%	% válida	% acumulada
Interpretação incorreta	.0	26	49.1	55.3	55.3
Estratégia incorreta	.5	1	1.9	2.1	57.4
Cálculo incorreto	1.0	14	26.4	29.8	87.2
Resposta incorreta	1.5	0	0.0	0.0	87.2
Correto	2.0	6	11.3	12.8	100.0
Em branco	.	6	11.3	11.3	

Total		53	100.0	100.0
Casos válidos	47	Casos excluídos	6	

Tabela 19: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 4 da prova matemática

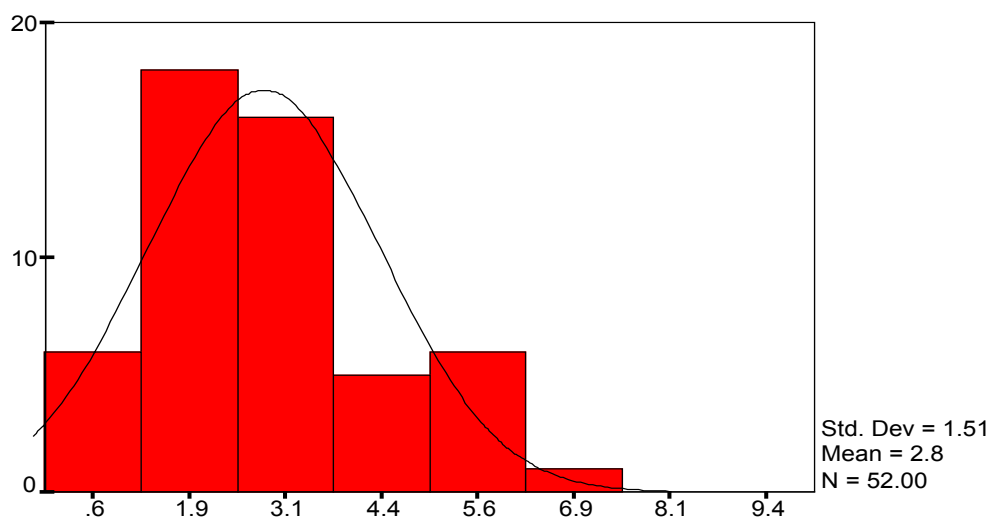
Nível	Pont.	F	%	% válida	% acumulada
Interpretação incorreta	.0	20	37.7	76.9	76.9
Estratégia incorreta	.5	0	0.0		
Cálculo incorreto	1.0	2	3.8	7.7	84.6
Resposta incorreta	1.5	0	0.0		
Correto	2.0	4	7.5	15.4	100.0
Em branco	.	27	50.9	50.9	
Total		53	100.0	100.0	
Casos válidos	26	Casos excluídos	27		

Tabela 20: Distribuição da frequência dos sujeitos de acordo com a pontuação obtida no problema 5 da prova matemática

Nível	Pont.	F	%	% válida	% acumulada
Totalmente incorreto	.0	20	37.7	76.9	76.9
Parcialmente correto	1.0	5	9.4	19.2	96.2
Totalmente correto	2.0	1	1.9	3.8	100.0
Em branco	.	27	50.9	50.9	
Total		53	100.0	100.0	
Casos válidos	26	Casos excluídos	27		

ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA PROVA MATEMÁTICA (ANEXO 2)

O desempenho dos sujeitos medido através das notas obtidas na prova matemática mostrou notas variando entre 0 e 6.5, com média 2.84 (sd=1.51), distribuídas como mostra o gráfico a seguir, sendo que um sujeito não solucionou nenhum problema e foi desconsiderado na análise.



Notas obtidas na prova matemática

Figura 05: Histograma das notas dos sujeitos na prova matemática

Embora esta variável não tenha uma distribuição normal (Teste de Lilliefors¹², $p=.0001$) a amostra é suficientemente grande, o que garante a convergência para a normalidade (Bussab & Moretim, 1986).

O desempenho dos sujeitos (medido através da variável “nota”) de acordo com a escola distribuiu-se de forma semelhante. O diagrama de ramo e folhas¹³ indica que os sujeitos da escola particular obtiveram média 2.88 e os sujeitos da escola pública obtiveram média 2.82.

Tabela 21: Diagrama de ramo e folhas das notas na prova matemática de acordo com a escola

Escola Particular		Escola Pública	
0	00	0	0
1	00	1	05
2	00000	2	000000000000
3	00000	3	00000000055
4	005	4	05
5	000	5	
6	0	6	005
7		7	
8		8	
9		9	
10		10	

Foi realizada, em seguida, uma análise de variância, com a finalidade de verificar se existiam diferenças significativas ($p \leq .050$) entre as médias dos sujeitos em relação à escola. Pode-se verificar na tabela a seguir que os grupos não diferiram significativamente (nível de significância de .050).

Tabela 22: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por escola

¹² Neste teste a hipótese nula é a normalidade da variável. Como $p \leq .050$, conclui-se que a variável não apresenta distribuição normal.

¹³ O diagrama de ramo e folhas traça um resumo similar ao histograma, porém preservando mais informações. A representação de cada caso é feita dividindo o valor observado em dois componentes: o ramo (com a parte inteira do valor observado) e a folha (com a parte decimal). Cada dígito na folha representa um caso observado.

Fonte	G. L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos	1	.0427	.0427		.892
Dentro dos grupos	50	116.2266	2.3245		
Total	51	116.2692			

Quando os sujeitos foram agrupados em relação ao gênero, verificou-se que o gênero masculino apresentava desempenho ligeiramente superior aos sujeitos do gênero feminino ($M = 3.15$ e 2.54 , respectivamente). Através da análise de variância foi possível verificar que as médias dos sujeitos de acordo com o gênero não apresentavam diferenças significativas ($p \geq .050$).

Tabela 23: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por gênero

Fonte	G. L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos	1	4.9231	4.9231		2.2107
.1433					
Dentro dos grupos	50	111.3462	2.2269		
Total	51	116.2692			

É interessante observar que apesar da média aparentemente superior obtida pelo grupo masculino a maior nota foi obtida por um sujeito do gênero feminino. De acordo com Brito (1996), diversos estudos confirmam a crença de que sujeitos do gênero masculino apresentam melhor desempenho em atividades relacionadas à Matemática, seja por diferenças no desenvolvimento das habilidades, ou mesmo por aspectos culturais (desencorajando as meninas no estudo da Matemática). A figura a seguir mostra a distribuição das notas dos sujeitos de acordo com o gênero.

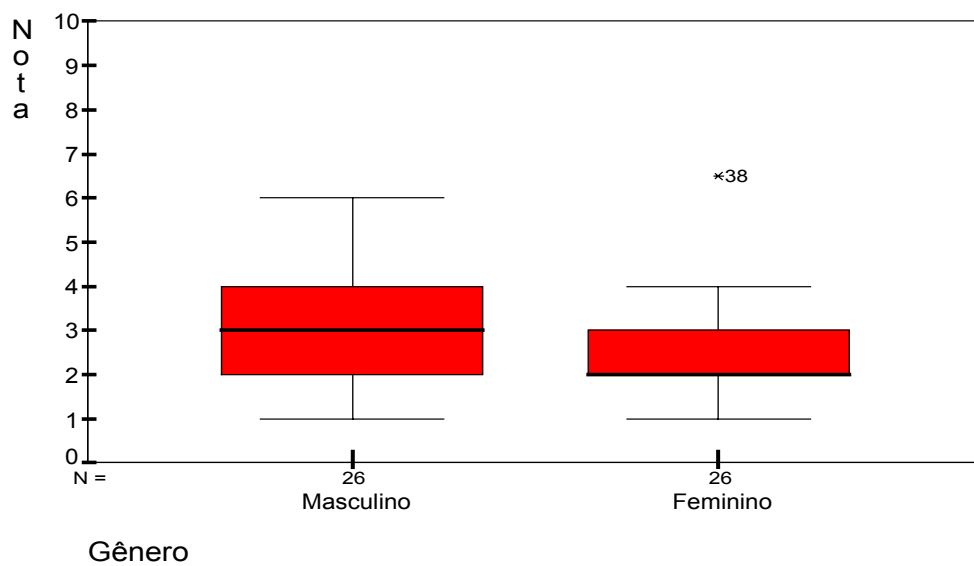


Figura 06: Box-plot das notas obtidas na prova matemática de acordo com o gênero.

Em seguida, os dados foram agrupados de acordo com a fase de idade. Comparando-se as médias das notas dos três grupos, os sujeitos “em fase”, obtiveram 2.73, o grupo com “leve defasagem” obteve média 3.0 e os sujeitos com “defasagem acentuada”, com três casos, obteve a mais baixa das médias: 2.67.

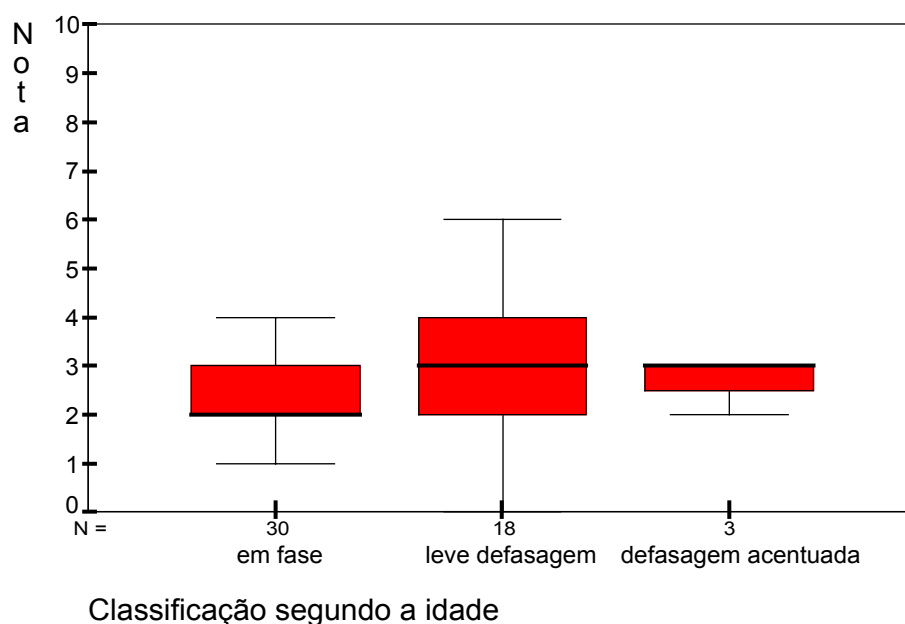


Figura 07: Box-plot das notas obtidas na prova matemática, de acordo com as fases de idade dos sujeitos

Foi aplicado, então, a análise de variância, com a finalidade de verificar se os três grupos diferiam significativamente ($p \leq .050$):

Tabela 24: Análise de variância das médias dos sujeitos agrupados por fases

Fonte	G.L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos		2	.8784	.4392	.1849
Dentro dos grupos	48	114.0333	2.3757		
Total	50	114.9118			
N= 52					

A tabela anterior mostra que a análise de variância não apontou diferenças significativas entre os grupos. A aplicação do teste de Tukey-HSD, com nível de significância de .050 mostrou que, quando os sujeitos são agrupados de acordo com as fases de idade, não existem dois grupos que

sejam significativamente diferentes, no nível de .050. Devido ao último grupo (defasagem acentuada) apresentar apenas três casos, não foi possível afirmar que a defasagem de idade seja causa do desempenho insatisfatório.

Quando foi analisado o tempo gasto na solução dos problemas da prova matemática, que variou entre 11 e 38 minutos, com média 28.79 (sd=7.80), não foram encontradas diferenças significativas que pudessem ser atribuídas à idade e ao gênero. Porém, quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a escola em que estudavam, foram encontradas diferenças significativas ($p \leq .050$), conforme mostram as duas tabelas a seguir:

Tabela 25: Distribuição das médias de tempo gasto na solução dos problemas da prova matemática, de acordo com a escola

Variável	Média	S. D.	Casos
Escola particular	21.8095	7.0258	21
Escola pública	33.3750	3.9411	32
População total	28.7925	7.8013	53

Tabela 26: Análise de variância das médias (de tempo gasto na solução dos problemas matemáticos) dos sujeitos agrupados por escola

Fonte	G. L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos	1	1695.9789	1695.9789	58.8906	.0000
Dentro dos grupos	51	1468.7381	28.7988		
Total	52	3164.7170			

Foi possível observar que os grupos diferiam significativamente ($p \leq .050$), sendo que os sujeitos da escola pública despenderam mais tempo para solucionar os problemas que os sujeitos da escola particular. Os demais testes (post-hoc) não foram processados pois somente são possíveis com três ou mais grupos. Agrupando-se os sujeitos de acordo com o tempo gasto

na solução dos problemas da prova matemática em “rápidos” (tempo de solução de 10 a 20 minutos), “médios” (21 a 30 minutos) e “lentos” (31 a 40 minutos), verificou-se que as médias de tempo gasto na solução dos problemas matemáticos não diferiam significativamente (no nível .050) entre os grupos.

Analisando as freqüências da pontuação obtida em cada um dos problemas da prova matemática, foi possível ordená-los decrescentemente, segundo o grau de dificuldade, através da figura 08:

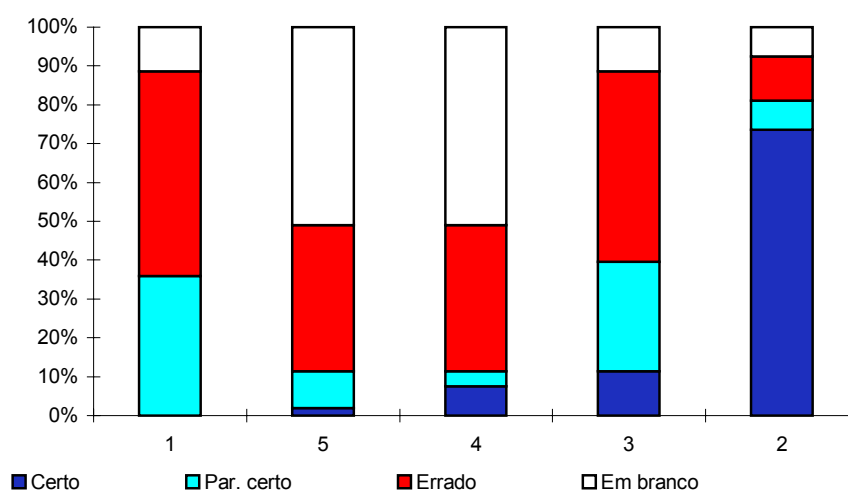


Figura 08: Porcentagem de acertos por questão, em ordem decrescente de dificuldade

Pode-se observar no gráfico anterior que a ordem de dificuldade dos problemas neste estudo confirmou os resultados obtidos no estudo preliminar. O problema 2, em que os sujeitos encontraram menores dificuldades para a solução, é um problema prático, que muitas vezes os estudantes têm que solucionar no cotidiano, abordando preços de produtos e porcentagens. O problema 1, em que os sujeitos apresentaram maiores dificuldades, é um problema que exigiu dos sujeitos a consideração de várias condições para a solução (o tempo necessário para um coelho tornar-se

adulto, tempo de gestação, número de casais de coelhos adultos) além do conhecimento dos elementos combinatórios

Após a determinação da ordem de dificuldade dos problemas da prova matemática, procurou-se verificar em que o estágio da solução de problemas os sujeitos apresentaram maiores dificuldades. Através dos critérios utilizados na correção dos problemas da prova matemática (tabela 01), foi possível relacionar a pontuação obtida no problema ao estágio que o sujeito conseguiu atingir na solução de cada problema proposto. Assim, quando o sujeito deixou um problema em branco, foi considerado que o sujeito não foi capaz de atingir o primeiro estágio da solução de problemas, não sendo capaz de interpretar o enunciado verbal. A pontuação “0” (não interpretou corretamente o enunciado verbal) para um problema estava relacionada diretamente ao primeiro estágio da solução de problema, ou seja, o sujeito deparou-se com uma informação verbal traduzindo-a para a linguagem matemática de maneira incorreta. Nos problemas em que os sujeitos receberam “0.5” pontos (apenas interpretando o enunciado, não escolhendo ou escolhendo a estratégia de solução incorreta), foram apresentadas dificuldades na escolha da estratégia adequada à solução daquele problema dentro do espaço de solução formado pelo sujeito. Quando os sujeitos apresentaram dificuldades no processamento da informação matemática, tendo interpretado corretamente o enunciado, escolhido a estratégia correta de solução e não efetuando os cálculos necessários, ou efetuando-os de modo incorreto, ou ainda efetuando corretamente os cálculos e emitindo resposta errada, receberam 1.0 ou 1.5 pontos. E finalmente quando não encontraram dificuldades na solução do problema proposto receberam 2.0 pontos.

Dessa forma, pode-se verificar que o estágio da solução de problemas no qual os sujeitos apresentaram maior dificuldade foi o estágio de interpretação do enunciado verbal, que é a primeira etapa para a compreensão do problema. Em 37.74% dos problemas propostos, a

interpretação do enunciado verbal foi atingida mas os sujeitos não foram capazes de fazê-la corretamente, enquanto 26.41% não conseguiram interpretar o enunciado.

Tabela 27: Distribuição, em porcentagens, de sujeitos de acordo com a pontuação obtida nos problemas da prova matemática

	problema 01	problema 02	problema 03	problema 04	problema 05	Total
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
em branco	11.3	7.5	11.3	50.9	50.9	26.41
0	52.8	11.3	49.1	37.7	37.7	37.74
0,5	0	0	1.9	0	.	0.38
1,0	24.5	5.7	26.4	3.8	9.4	13.96
1,5	11.3	1.9	0	0	.	2.64
2,0	0	73.6	11.3	7.5	1.9	18.87

**ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO
DO DESEMPENHO E DAS HABILIDADES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA (ANEXO 1)**

Quando foram analisados os dados obtidos no questionário de auto-percepção dos sujeitos, observou-se que as notas variavam entre 9 e 16, com média 13.50 ($sd = 1.79$), mediana 14 e moda 13. Através do Teste de Lilliefors verificou-se que a variável “questsom”(nota obtida no questionário de auto-percepção) apresentou distribuição normal.

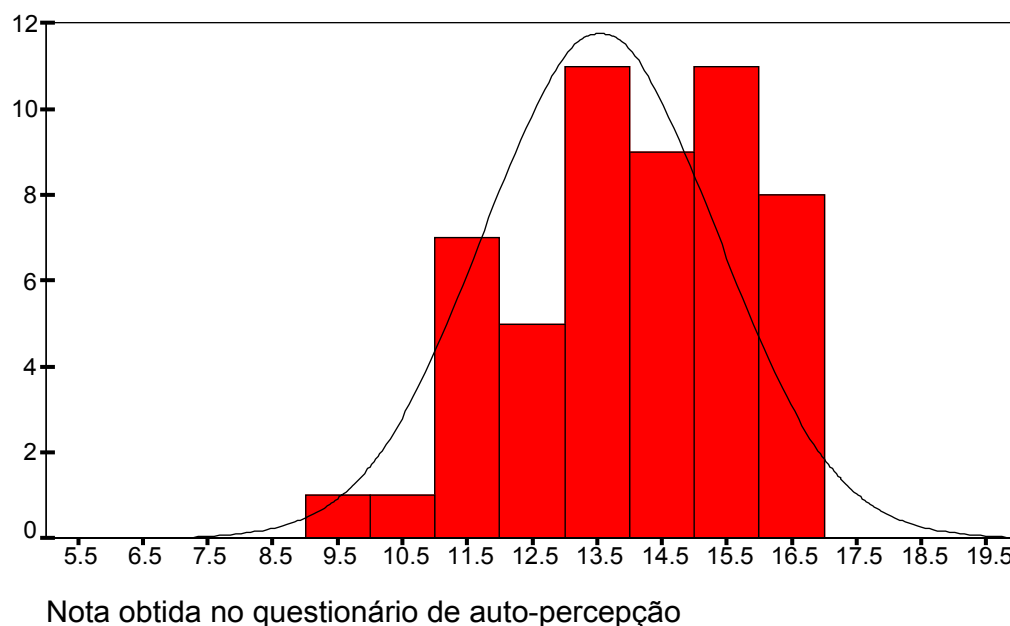


Figura 09: Histograma da nota obtida pelos sujeitos no Questionário de Auto-percepção

Quando os sujeitos foram agrupados de acordo com o gênero, verificou-se que o grupo masculino apresentou média 14,27 e os sujeitos do gênero feminino 12,92, conforme mostra a figura a seguir:

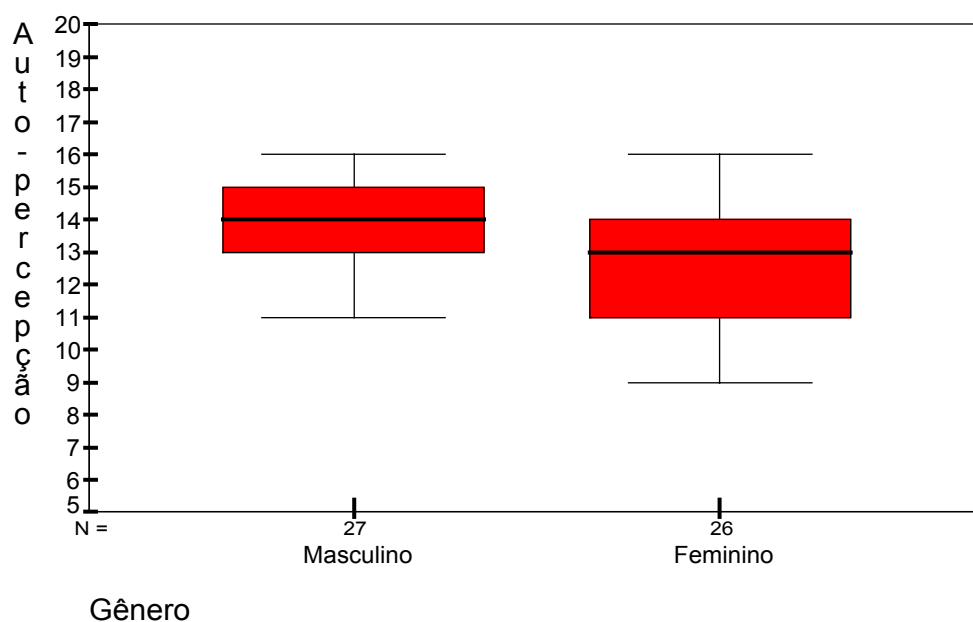


Figura 10: Boxplot da nota obtida pelos sujeitos no Questionário de Auto-percepção, segundo o gênero

Através de uma análise de variância foi possível observar que os grupos diferiram significativamente no nível de .050, sendo que o grupo masculino foi superior ao grupo feminino em relação à nota obtida no questionário de auto-percepção do desempenho e das habilidades em relação à Matemática (Anexo 1):

Tabela 28: Análise de variância das médias dos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com o gênero

Fonte	G.L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos		1	19.8785	19.8785	6.8848 .0114
Dentro dos grupos	51	147.2536	2.8873		
Total	52	167.1321			
N: 53					

Após a análise em relação ao gênero, os sujeitos foram agrupados de acordo com a escola. Os sujeitos da escola particular obtiveram média 12.90 no questionário de auto-percepção e os sujeitos da escola pública 13.97, distribuídos conforme mostra o diagrama de ramo e folhas a seguir:

Tabela 29: Diagrama de ramo e folhas das notas obtidas pelos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com a escola

Escola Particular		Escola Pública	
5		5	
6		6	
7		7	
8		8	
9		9	
10	0	10	
11	000	11	0000
12	000	12	00
13	00000	13	000000
14	000	14	000000
15	0000	15	0000000
16	0	16	0000000
17		17	
18		18	
19		19	
20		20	

Procurou-se, a seguir, verificar se as médias das notas obtidas no questionário de auto-percepção diferiam de acordo com a escola, através da análise de variância. A tabela seguinte mostra que os sujeitos da escola

pública apresentaram média superior aos sujeitos da escola particular ($p \leq .050$):

Tabela 30: Análise de variância das médias dos sujeitos no questionário de auto-percepção de acordo com a escola

Fonte	G.L.	Soma dos Quadrados	Média dos Quadrados	Razão F	Prob. F
Entre os grupos	1	14.3538	14.3538	4.7915	.0332
Dentro dos grupos	51	152.7783	2.9957		
Total	52	167.1321			

Agrupando os sujeitos de acordo com a fase de idade, pode-se observar que os sujeitos com “defasagem de idade acentuada”, apresentavam auto-percepção das habilidades e do desempenho mais positiva que os demais grupos, não havendo diferenças significativas na análise de variância ($p > .050$):

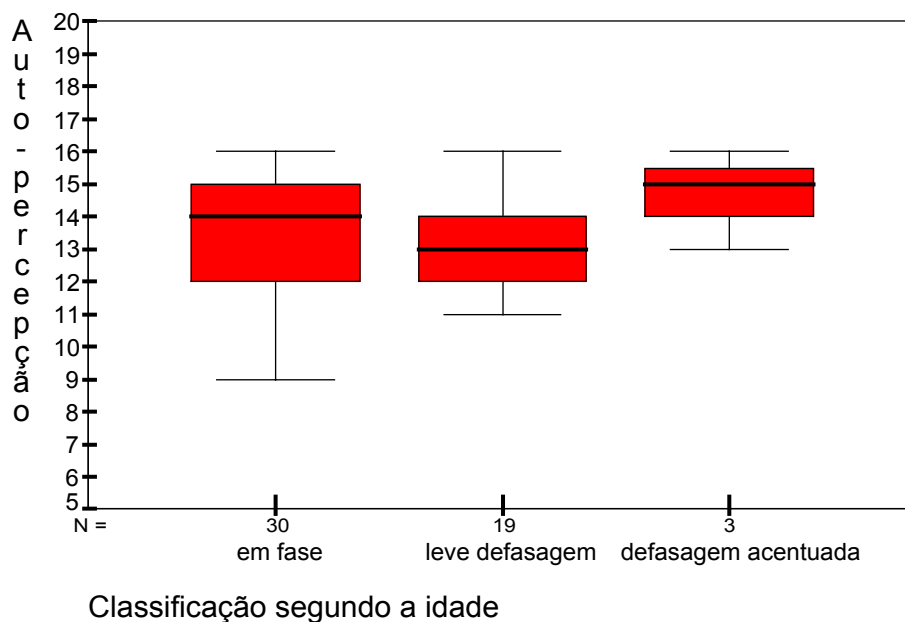


Figura 11: Boxplot da nota obtida no questionário de auto-percepção, de acordo com as fases de idade dos sujeitos

A seguir, analisou-se as notas obtidas no questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática (Anexo 1), de acordo com o tempo gasto na solução dos problemas da prova matemática. Não foram encontradas diferenças significativas entre os grupos (“rápidos”, “médios” e “lentos” na solução de problemas).

Com a finalidade de verificar se existiriam relações entre o tempo gasto na solução dos problemas da prova matemática e a resposta dada à terceira questão do questionário de auto-percepção (Anexo 1), que versa especificamente sobre a solução de problemas matemáticos: “*Diante de problemas matemáticos novos para mim:*”, o sujeito deveria assinalar uma das alternativas a seguir, considerando a maneira como se percebe ao solucionar problemas: “*a) Resolvo-os rapidamente; b) Tenho dificuldade apenas até ser capaz de dominar o método de solução; c) Tenho dificuldade em resolvê-lo; d) Não sou capaz de resolver nenhum problema matemático.*”, foi usada uma análise de variância ($p \leq .050$) mostrando que não haviam diferenças entre os grupos, de acordo com a resposta à questão. A tabela a seguir mostra que os sujeitos que afirmaram solucionar problemas novos rapidamente apresentaram média de tempo de solução superior aos demais:

Tabela 31: Média do tempo gasto pelos sujeitos na solução da prova matemática de acordo com a resposta à questão 03 do questionário de auto-percepção

Resposta	Tempo médio gasto	S.D.	Número de sujeitos
Tenho dificuldade em resolver	27,17 min	7,37 min	18
Tenho dificuldade até dominar o método	29,35 min	8,42 min	31
Resolvo-os rapidamente	31,75 min	2,75 min	4
Total	28,79 min	7,80 min	53

Quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a resposta dada a essa questão e as notas obtidas (desempenho na prova matemática),

pode-se observar, conforme mostrado na tabela a seguir, que os sujeitos que afirmam solucionar rapidamente problemas matemáticos novos tiveram desempenho inferior àqueles sujeitos que admitem ter dificuldades até serem capazes de dominar o método de solução, não apresentando diferenças significativas entre os grupos (ANOVA, no nível de .050) o que indica que a forma como os sujeitos percebem-se ao solucionar problemas matemáticos não foi confirmada através dos resultados obtidos na prova matemática (Anexo 1).

Tabela 32: Média das notas obtidas na prova matemática de acordo com a resposta dada à questão 03 do questionário de auto-percepção

Resposta	Média	S. D.	Número de sujeitos
Tenho dificuldade em resolver	2,44	1,91	17
Tenho dificuldade até dominar o método	3,11	1,31	31
Resolvo-os rapidamente	2,5	0,58	4
Total	2,85	1,51	52

**DISTRIBUIÇÃO DOS SUJEITOS DE ACORDO COM O DESEMPENHO NA PROVA
MATEMÁTICA**

Tendo em vista que a primeira etapa do estudo visava a classificação dos estudantes com base no desempenho na prova matemática, os sujeitos foram classificados em “bons”, “médios” e “fracos” solucionadores de problemas, segundo seu desempenho na prova matemática (Anexo 2), seguindo os mesmos critérios estatísticos do estudo preliminar. Os estudantes que obtiveram notas abaixo de 2.05 foram classificados como “fracos”. Os sujeitos com nota entre 2.06 e 3.55 foram classificados como “médios”. E os sujeitos que obtiveram notas superiores a 3.56 foram classificados como “bons” solucionadores de problemas. Na tabela 14, é possível observar a distribuição das frequências dos sujeitos de acordo com o desempenho na solução dos problemas da prova matemática:

Tabela 33: Distribuição das freqüências dos sujeitos, de acordo com o desempenho na prova matemática

Escola	Fracos	Médios	Bons	Total	Porcentagem
Particular	9	5	7	21	40,4
Pública	15	11	5	31	59,6
Total	24	16	12	52	100
Porcentagem	46,1	30,8	23,1	100	

SEGUNDA ETAPA DO ESTUDO

CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS

Seguindo os passos previamente estabelecidos neste estudo, os sujeitos da segunda etapa foram aqueles que obtiveram as maiores notas na prova matemática (B_1 , B_2 , B_3), as menores notas (F_1 , F_2 , F_3) e as notas mais centrais, ou seja, na mediana. Como 14 sujeitos obtiveram nota 3.0, que correspondia à mediana, foram escolhidos aleatoriamente apenas três sujeitos (M_1 , M_2 , M_3). A tabela a seguir, mostra a distribuição dos sujeitos segundo o desempenho na prova matemática e escola.

Tabela 34: Caracterização dos sujeitos da segunda etapa do estudo de acordo com a escola e a nota obtida na prova matemática

Sujeito	Escola	Nota
B₁	Pública	6,5
B₂	Particular	6,0
B₃	Pública	6,0
M₁	Pública	3,0
M₂	Particular	3,0
M₃	Pública	3,0
F₁	Particular	0,0
F₂	Particular	0,0
F₃	Pública	0,0

Com a finalidade de caracterizar os sujeitos selecionados para a segunda fase deste estudo foi construído um gráfico (*scatterplot*) do tempo gasto pelos sujeitos na solução dos problemas da prova matemática (Anexo 2) com a nota obtida. Observou-se que os sujeitos B₁ e B₃ (localizados no primeiro quadrante) obtiveram bom desempenho, porém despendendo mais tempo que o sujeito B₂ que, localizado no segundo quadrante, obteve nota satisfatória, despendendo menos tempo que os demais sujeitos do mesmo grupo. Os sujeitos médios (todos localizados no mesmo quadrante) obtiveram mesmo desempenho e despenderam mais tempo que a média do grupo, o que indica que o desempenho mediano na prova não pode ser atribuído ao desinteresse pela atividade. Entre os sujeitos do grupo “fracos solucionadores de problemas”, F₁ e F₃ (no quarto quadrante) despenderam mais tempo que a média de tempo obtido pela amostra, obtendo nota zero na prova matemática. Isso indica que os sujeitos estavam envolvidos com a atividade, porém não foram capazes de solucionar nenhum problema corretamente. Quanto ao sujeito F₂ (localizado no terceiro quadrante), que concluiu a prova mais rapidamente não se pode afirmar o mesmo.

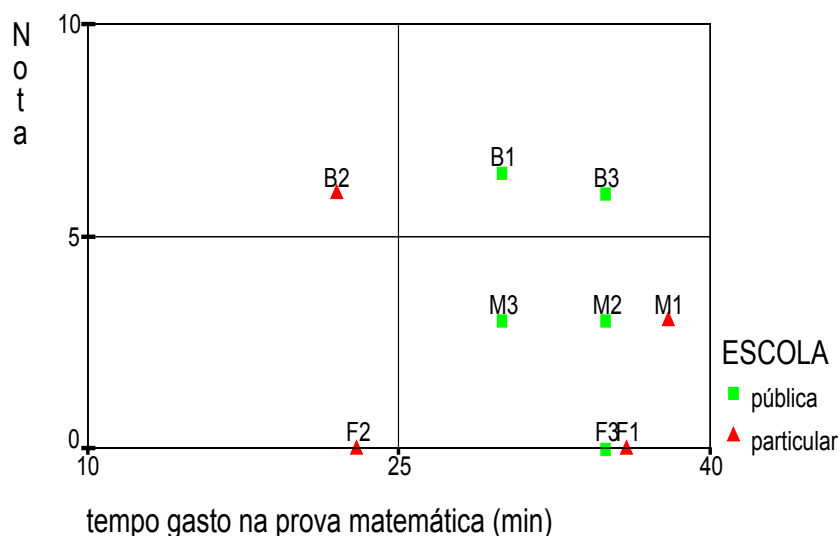


Figura 12: Scatterplot do tempo gasto pelos sujeitos selecionados para a segunda fase do estudo com a nota obtida na prova matemática

O sujeito M_1 não compareceu a nenhuma das sessões, sendo que novas sessões foram marcadas ao longo do período letivo. O sujeito B_2 evadiu-se da escola durante o período letivo não sendo possível realizar as duas últimas sessões. O sujeito B_1 , embora apresentando o melhor desempenho na primeira fase, recusou-se a realizar algumas tarefas da 2ª e 3ª sessões, alegando incapacidade.

RESULTADOS OBTIDOS NA ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA (ANEXO 6)

A escala de atitudes em relação à Matemática foi respondida por sete dos nove sujeitos selecionados. Os sujeitos obtiveram notas na escala variando entre 34 e 59, com média 49 (sd=8.7). Assim, os sujeitos foram agrupados de acordo com as atitudes em relação à Matemática, positivas ou negativas. A tabela a seguir mostra a distribuição dos sujeitos de acordo com a nota na escala:

Tabela 35: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos da segunda etapa do estudo na Escala de Atitudes em Relação à Matemática

Sujeito	Pontos na Escala	Atitudes
B ₁	40	negativas
B ₃	52	positivas
M ₂	59	positivas
M ₃	54	positivas
F ₁	52	positivas
F ₂	34	negativas
F ₃	52	positivas

A questão 21 deste instrumento teve o objetivo de verificar a auto-percepção dos sujeitos em relação ao seu desempenho em Matemática. Apenas os sujeitos M₃ e F₃ admitiram não ter um bom desempenho em Matemática. Comparando-se as respostas dos sujeitos à essa questão com a nota que obtiveram no questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática (Anexo 1) respondido na primeira fase deste estudo observou-se que os sujeitos M₃, M₂, F₁ e F₂ foram incoerentes nas respostas aos dois instrumentos, pois o primeiro apresentou auto-percepção positiva na primeira fase do estudo e percebe-se com desempenho insatisfatório em Matemática e os demais sujeitos apresentaram auto-percepção negativa na primeira fase do estudo, e na segunda fase negaram que tivessem desempenho insatisfatório em Matemática, mesmo tendo obtido notas 0.00 e 3.00 na prova matemática (Anexo 2).

Tabela 36: Distribuição dos sujeitos da segunda etapa do estudo de acordo com a auto-percepção do desempenho em Matemática

Sujeito	Não tenho bom desempenho em Matemática	Nota no questionário de auto-percepção	Auto-percepção
B ₁	não respondeu	11	negativa
B ₃	Discordo	16	positiva
M ₂	Discordo	13	negativa
M ₃	Concordo	14	positiva
F ₁	Discordo	10	negativa

F ₂	Discordo	11	negativa
F ₃	Concordo	12	negativa

**RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA PERCEBER
RELAÇÕES E FATOS CONCRETOS NO PROBLEMA (ANEXO 3)**

Sujeito B₁

Na série I.A, em que o sujeito deveria formular uma pergunta adequada à uma situação problema apresentada, foi observado que em oito situações apresentadas o sujeito foi capaz de formular a pergunta adequada em apenas dois casos. Isso não ocorreu imediatamente, e o sujeito necessitou de um número elevado de leituras da situação para compreender as relações entre os dados apresentados.

Tabela 37: Resultados obtidos pelo sujeito B₁ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	não formulou a pergunta	1'20"	2	1
2	Quanto falta no segundo caixa para que os dois fiquem com quantias iguais?	2'10"	6	1
3	Quanto foi coletado de alumínio em relação ao cobre?	3'20"	5	1
4	não formulou a pergunta	3'55"	8	1
5	Qual o número de irmãs de sua irmã?	3'25"	5	3
6	Quantas horas o segundo leva para ultrapassar o primeiro?	1'10"	3	3
7	A que horas o dia começou?	45"	4	1
8	Qual é a distância de A até B?	1'10"	4	1

A série II.A requeria que o sujeito, a partir de um problema apresentado sem todas as informações necessárias à solução, indicasse quais as informações faltantes, sem que o problema fosse solucionado. Dessa forma, era necessário que o sujeito compreendesse as relações entre os dados do problema para que fosse capaz de indicá-las. O sujeito B₁ em oito casos foi capaz de identificar corretamente a informação faltante em apenas três problemas. Em três problemas considerou as informações apresentadas no problema como suficientes para a solução, e em outros dois problemas apresentou como informação faltante exatamente o que o problema pedia para ser encontrado.

Tabela 38: Resultados obtidos pelo sujeito B₁ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	número de vagões de passageiros e número de vagões de carga	1'30"	3	1
2	qual seria a temperatura da água ambiente	1'10"	4	3
3	não falta nada	2'10"	5	1
4	porcentagem de livros russos e em inglês	2'30"	4	3
5	qual a medida inicial do barbante	2'40"	4	1
6	não falta nada	1'45"	5	1
7	quanto pesa o mel e o querosene fora do pote	1'00"	3	3

8	não falta nada	2'05"	5	1
---	----------------	-------	---	---

Entre os seis problemas com informações desnecessárias, da série III.A, o sujeito B₁ foi capaz de identificar, em quatro situações apresentadas, os dados que não seriam necessários para que o problema fosse solucionado; porém, em nenhum dos casos isto ocorreu imediatamente. Nos dois problemas restantes, a informação que o sujeito apresentou como desnecessária à solução era a principal relação entre os dados do problema.

Tabela 39: Resultados obtidos pelo sujeito B₁ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	O peso de todos os sacos de 5 kg juntos é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos	45"	1	1
2	Juntos, há 100 rodas e 40 direções (volantes).	40"	2	1
3	Ele não era capaz de comprar mais um lápis com sua quantia de dinheiro inicial.	45"	2	3
4	que o mais leve é 12 vezes mais leve que os dois intermediários juntos.	2'00"	4	3
5	há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo.	1'35"	2	3
6	Então, como o trabalho precisava ser executado o mais rápido possível,	1'50"	2	3

Através dos resultados obtidos pelo sujeito B₁ no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, pode-se concluir que o sujeito não apresenta este componente da habilidade

matemática desenvolvido de acordo com o autor no qual este estudo é baseado. De acordo com Krutetskii (1976) este componente da habilidade caracteriza-se por *“extrair ativamente de termos dados em um problema o máximo de informações necessárias para a sua solução”*. Porém, este sujeito, na maioria dos problemas matemáticos utilizados no teste, não foi capaz de extrair essas informações, fracassando na atividade proposta.

Sujeito B₂

O sujeito B₂ foi capaz de formular, corretamente, independentemente e não imediatamente, a pergunta em seis casos das oito situações problema apresentadas na série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema. No primeiro problema, a pergunta formulada pelo sujeito foi considerada não adequada pois não expressou claramente o que se pedia no problema. No último problema, *“Um ciclista faz uma viagem de A até B a 20 km por hora, mas retorna a 10 km por hora.”*, a pergunta formulada pelo sujeito não foi considerada adequada à atividade que lhe foi proposta pois foi solicitado que a pergunta deveria ser respondida a partir dos dados apresentados no problema:

Durante a viagem de A a B, qual parte do trajeto pode-se concluir que era descida e qual parte era subida.

A pergunta formulada pelo sujeito não deixa de ser adequada à situação, mas para que pudesse ser respondida a situação apresentada

deveria explicitar que o ciclista desenvolve velocidade superior ou inferior no trecho da subida ou da descida.

Tabela 40: Resultados obtidos pelo sujeito B₂ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Quantos tubos.	1'20"	3	1
2	Quantos reais os caixas da loja possuem?	1'05"	3	3
3	Da quantidade de 65 kg de fragmentos metálicos coletada, qual era o elemento mais encontrado.	1'03"	3	3
4	Quantas notas de 10 reais pagariam as compras.	1'35"	4	3
5	Qual a quantidade de irmãos e irmãs do garoto e de sua irmã.	1'05"	4	3
6	Entre o trem de carga e o trem de passageiros, qual o mais veloz.	1'45"	3	3
7	Quanto tempo falta para o término do dia, a partir de agora.	35"	2	3
8	Durante a viagem de A à B, qual parte do trajeto pode-se concluir que era descida e qual parte era subida.	45"	3	1

Na série II.A, em que o sujeito foi solicitado a identificar a informação que faltava para que o problema pudesse ser solucionado, B₂ identificou

corretamente as informações em cinco das oito situações apresentadas. Entre as três situações em que não identificou corretamente, duas considerou que as informações apresentadas eram suficientes para que o problema fosse solucionado e em outra situação apresentou como informação faltante exatamente o que o problema pedia para ser encontrado.

Tabela 41: Resultados obtidos pelo sujeito B₂ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Quantos vagões existem no total.	1'10"	2	3
2	Qual a temperatura da água ambiente, considerando os fatores climáticos.	1'10"	2	3
3	não falta nada	35"	1	1
4	Qual a porcentagem para os livros russo.	1'20"	3	3
5	Qual o tamanho inicial do barbante.	1'30"	2	1
6	não falta nada	1'00"	2	1
7	Qual o volume do pote.	2'10"	4	3
8	Em que sentido cada trem está indo.	1'25"	3	3

Nos problemas com informação supérflua da série III.A, o sujeito identificou corretamente o que não era necessário ser informado para que o problema fosse solucionado em quatro das seis situações, sendo que em uma delas a identificação ocorreu imediatamente após a primeira leitura do problema. Nos dois casos em que o sujeito identificou as informações inadequadas, estas eram a principal relação entre os dados do problema.

Tabela 42: Resultados obtidos pelo sujeito B₂ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	O peso de todos os sacos de 5 kg juntos é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos.	1'10"	2	1
2	Juntos, há 100 rodas e 40 direções (volantes).	30"	1	1
3	Ele não era capaz de comprar mais um lápis com sua quantia de dinheiro inicial.	1'10"	3	3
4	e que o mais leve é 12 vezes mais leve que os dois intermediários juntos.	1'35"	3	3
5	e há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo.	1'15"	2	3
6	Uma biblioteca precisa encadernar alguns livros alemães, franceses e ingleses,	45"	1	4

Apesar de não perceber imediatamente os dados e relações entre eles apresentados nos problemas utilizados neste teste, B₂ foi capaz de fazê-lo na maioria dos casos. Gradualmente, em cada atividade proposta o sujeito foi extraindo as informações realmente relevantes para que os problemas pudessem ser solucionados, o que segundo Krutetskii (1976) caracteriza sujeitos habilidosos para perceber relações e fatos concretos no problema.

Sujeito B₃

Na série I.A, o sujeito B₃ não foi capaz de formular corretamente apenas uma pergunta adequada entre as oito situações apresentadas, sendo que em três situações o sujeito formulou corretamente a pergunta imediatamente após a primeira leitura. Na situação em que o sujeito formulou a pergunta de maneira incorreta, (*“Eu fui às compras. Se paguei por minhas compras em notas de cinco reais, eu devo dar 8 notas mais que se eu tivesse pago em notas de 10 reais.”*) ele mostrou ter compreendido a situação, mas não foi capaz de dominar todas as relações entre os dados pois na pergunta em que formulou sugere que se pago em notas de 10 reais usará mais notas que se pago em notas de 5 reais:

Quantas notas a mais de dez eu dei

Tabela 43: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Qual a distância que cobriram somente os tubos de 8 m	1'35"	3	3
2	Qual a quantia do segundo caixa antes de transferir os 15 reais?	45"	2	3
3	Quantos kg de zinco foi coletado?	1'15"	2	3

4	Quantas notas a mais de dez dei	1'05"	3	1
5	Qual seria o nº de irmãos?	2'30"	5	3
6	Por que?	35"	1	4
7	Que horas são?	18"	1	4
8	Por que?	40"	1	4

Nos problemas da série II.A, B₃ identificou corretamente a informação que faltava para que o problema pudesse ser solucionado em cinco dos oito problemas apresentados, sendo que em um dos casos isto ocorreu imediatamente após a primeira leitura. Em uma das situações o sujeito afirmou que as informações fornecidas pelo enunciado do problema eram suficientes para a solução. No sétimo problema, apesar do sujeito reconhecer que faltavam informações a respeito de um dos itens envolvidos na situação (mel e querosene), ele não explicitou qual era a informação específica que faltava. E no último problema, a informação considerada faltante por B₃, era exatamente o que o problema pedia.

Tabela 44: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	falta a quantidade de um dos vagões	1'05"	2	3
2	falta a temperatura ambiente (medida)	2'30"	4	3
3	falta a quantia que eu gastei?	50"	2	3
4	falta a informação sobre um dos tipos de livros	35"	1	4
5	falta a medida do pedaço que sobrou	1'00"	2	3
6	não falta nada	30"	2	1
7	falta a informação sobre pelo menos de um dos itens	46"	2	1
8	falta informação sobre o tempo gasto.	1'05"	3	1

Nos problemas em que deveriam ser identificadas as informações irrelevantes para a solução, B₃ identificou corretamente essas informações em três dos seis casos apresentados. Em duas situações considerou

necessárias todas as informações apresentadas no problema, e em outra situação considerou um dado relevante como desnecessário

Tabela 45: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	sendo que há mais sacos que pesam 3 kg que sacos que pesam 5 kg.	55''	2	3
2	40 direções (volantes)	45''	2	3
3	nada é desnecessário	1'10''	2	1
4	nada é desnecessário	1'00''	2	1
5	a distância entre as duas cidades é de 1200 km	1'20''	2	1
6	cuja razão entre eles era de 3:2:1	55''	1	4

O sujeito B₃ mostrou perceber os dados e as relações apresentadas nos enunciados dos problemas matemáticos utilizados neste teste, e em alguns casos imediatamente. De acordo com a teoria que fundamenta este estudo, isso é uma característica fundamental de sujeitos habilidosos para perceber o material matemático contido no enunciado verbal do problema, ou seja o sujeito apresentou uma percepção formalizada do material matemático, componente da habilidade matemática estreitamente relacionado ao primeiro estágio do pensamento durante a solução de um problema.

Sujeito M₂

O sujeito M₂ foi capaz de formular corretamente perguntas para todas as situações apresentadas na série I.A, sendo que em um caso imediatamente após a primeira leitura.

Tabela 46: Resultados obtidos pelo sujeito M₂ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Qual será a área total coberta?	2'00"	2	3
2	Qual será a quantia do segundo?	0"	1	4
3	Qual a quantidade de zinco coletado.	2'00"	4	3
4	Quanto paguei por minhas compras?	30"	3	3
5	Qual será o número de irmãos?	2'00"	10	3
6	A que horas o primeiro trem chegará a estação.	1'00"	3	3
7	A que horas estamos?	30"	3	3
8	Qual será o tempo gasto no retorno?	3'30"	5	3

Na série II.A, M₂ identificou a informação não apresentada no problema e necessária à solução, em cinco dos oito problemas. No sétimo problema (*“Um pote de mel pesa 500 g. O mesmo pote pesa 350 g quando cheio de querosene. Quanto pesa o pote vazio?”*) o sujeito despendeu mais tempo que nos demais problemas, necessitando de um número elevado de leituras para compreender o enunciado do problema e indicar o que considerava a informação faltante.

Tabela 47: Resultados obtidos pelo sujeito M_2 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Falta o número de vagões tanque.	2'00"	3	3
2	falta a quantidade de uma das águas.	5"	1	1
3	Falta o valor que gastei para comprar os cadernos.	50"	3	3
4	Falta a quantidade de livros em inglês.	1'00"	2	3
5	Falta o quanto de barbante sobrou.	1'30"	3	3
6	Não está faltando nenhuma informação.	1'15"	3	1
7	Falta o peso do mel.	6'00"	9	1
8	Falta a direção dos trens.	5'00"	5	3

Na série III.A, M_2 identificou corretamente, mas não imediatamente, as informações desnecessárias à solução em quatro dos seis problemas apresentados.

Tabela 48: Resultados obtidos pelo sujeito M_2 na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Sendo que há mais sacos que pesam 3 kg que sacos que pesam 5 kg.	30"	2	3
2	40 direções (volantes).	5'00"	7	3
3	Todas as informações são necessárias	6'00"	7	1
4	e que o mais leve é 12 vezes mais leve que os dois intermediários juntos.	3'30"	6	3
5	se a distância entre as cidades é de 1200 km,	2'00"	2	1
6	cuja razão entre eles era de 3:2:1.	1'10"	2	3

O sujeito M_2 mostrou-se capaz de perceber o material matemático contido nos enunciados dos problemas utilizados neste teste, ainda que de forma gradual. Os resultados obtidos pelo sujeito indicam que ele é capaz de

perceber os dados apresentados e as relações nos problemas, porém não de forma analítica (isolando diferentes elementos da estrutura, acessando-os diferentemente, sistematizando-os e determinando a hierarquia entre eles) ou sintética (combinando os diferentes elementos do problema, procurando relações matemáticas e funções de dependência entre eles). De acordo com Krutetskii (1976) um sujeito com a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema desenvolvida medianamente, quando percebe um problema de um novo tipo, o faz através de elementos matemáticos separados, despendendo mais tempo para perceber as relações entre esses elementos, tal como mostrou-se o M_2 .

Sujeito M_3

Na série I.A, M₃ formulou a pergunta adequada à situação problema apresentada em apenas três das oito situações, sendo em uma delas imediatamente após a primeira leitura. Dentre as cinco demais situações, em uma o sujeito não foi capaz de formular a pergunta, e nas demais apresentou dificuldade em expressar o que desejava que fosse encontrado no problema a partir das informações fornecidas.

Tabela 49: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Qual a distância que cobriram os dois	40"	1	1
2	não formulou a pergunta	2'00"	4	1
3	Quanto kg foi coletado ao todo	1'00"	2	1
4	Que eu gastei 8 reais	1'40"	4	1
5	Quantas irmãs ele tem	1'00"	2	3
6	Quanto tempo ele gastou para ultrapassar o outro	20"	1	4
7	Quantas horas já se passaram	1'00"	4	3
8	Quanto tempo ele gastou ao todo	35"	3	1

Quando foi solicitado a M₃ que, após a leitura dos problemas da série II.A, nos quais faltavam informações para que o problema pudesse ser solucionado, identificasse as informações faltantes, o sujeito foi capaz de identificar corretamente as informações em apenas um dos oito problemas apresentados. Nas demais situações o sujeito mostrou não haver compreendido as relações entre as informações apresentadas no problema e o que se desejava encontrar, como no caso do oitavo problema (*"A distância entre duas cidades é de 225 km. Dois trens partem delas simultaneamente: um trem de passageiro vindo da primeira (a 50 km/h) e um trem de carga vindo da segunda cidade (a 40 km/h). Quando os dois trens vão se*

encontrar?”), no qual deveria ser determinado quanto tempo demoraria para que ocorresse o encontro dos dois trens. Era necessário que fosse informado no problema se os trens se deslocavam no mesmo sentido ou em sentidos opostos. A informação a respeito do horário de partida dos dois trens foi dada pela palavra “simultaneamente”. Porém, M₃ identificou como informação faltante:



Tabela 50: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	total de vagão de carga	1'00''	2	3
2	o total da água fervente e da água temperatura ambiente	1'25''	2	1
3	total de alunos que tenham em cada classe	15''	1	1
4	a quantidade de livro de francês e inglês	1'00''	2	1
5	O tamanho total do barbante	45''	1	1
6	não falta nada	1'00''	3	1
7	não falta nada	1'50''	4	1
8	A hora em que o trem sai do local	30''	1	1

Nos problemas com informações supérfluas da série III.A, o sujeito foi capaz de identificar corretamente as informações irrelevantes à solução em três dos seis problemas apresentados, em um dos casos imediatamente após a primeira leitura. Em dois dos problemas apresentados, o sujeito considerou supérfluas relações entre os dados que eram fundamentais na solução, o que indica que ele não as percebeu.

Tabela 51: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	O peso de todos os sacos de 5 kg é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos.	1'30"	2	1
2	carros e motocicletas.	25"	1	1
3	Ele não era capaz de comprar mais um lápis com sua quantia de dinheiro inicial.	50"	2	3
4	nenhuma	1'10"	2	1
5	e há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo.	1'00"	2	3
6	cujas razão entre eles era de 3:2:1.	45"	1	4

Na maioria dos problemas matemáticos utilizados no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, sujeito M_3 não foi capaz de extrair as informações contidas no enunciado dos problemas, fracassando na maioria das atividades propostas. Isso indicou que M_3 não apresenta este componente da habilidade matemática desenvolvido, de acordo Krutetskii (1976), que afirma que um sujeito com esta habilidade é capaz de extrair de elementos apresentados em um problema o máximo de informações e relações necessárias para tornar possível a solução.

Sujeito F_1

Nos problemas da série I.A, nos quais foi solicitado ao sujeito formular uma pergunta a partir de uma situação apresentada, F_1 foi capaz de formular

corretamente perguntas em todos os casos apresentados, sendo que na primeira situação foram necessárias várias leituras para a compreensão das relações entre as informações apresentadas (despendendo quatro minutos para elaborar a pergunta), e nas demais situações o tempo gasto e o número de leituras foi sensivelmente reduzido.

Tabela 52: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Quantos tubos de 5 m existem	4'00"	5	3
2	Quantos reais terá no segundo caixa	25"	2	3
3	Quanto foi coletado de zinco?	1'05"	3	3
4	Quantas notas de 10 reais eu usei p/ pagar?	1'10"	3	3
5	Quantas irmãs ele tem?	5"	1	3
6	Quanto tempo demorou p/ o A passar o B	1'05"	3	3
7	Quanto tempo passou?	17"	2	3
8	Quanto tempo ele levou p/ voltar	20"	2	3

Na série II.A, em que problemas com informações insuficientes foram apresentados ao sujeito, sendo solicitado que ele identificasse a informação faltante, F_1 foi capaz de identificá-la em quatro dos oito problemas apresentados. Nos problemas em que o sujeito identificou corretamente a informação faltante, a compreensão do problema ocorreu rapidamente, sendo que nesses problemas a média do tempo gasto desde a primeira leitura do problema até a resposta foi de 20 segundos, e nos problemas em que a resposta dada pelo sujeito estava errada a média do tempo gasto para a resposta foi de 32 segundos.

Tabela 53: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	falta a quantidade de vagões de passageiros	15"	1	3
2	falta a quantidade de água das duas	18"	2	1
3	Falta a quantidade de um tipo de caderno	20"	1	1
4	Falta a quantidade de livros russos	10"	1	4
5	A metade do comprimento	22"	2	3
6	Não falta nada	30"	2	1
7	O tamanho do pote	35"	2	3
8	O tempo de cada um	1'00"	4	1

Nos problemas da série III.A, em que o sujeito deveria identificar quais as informações irrelevantes para a solução de cada problema apresentado, F₁ identificou corretamente as informações desnecessárias em três dos seis problemas. Nos casos em que o sujeito identificou corretamente as informações desnecessárias, a média do tempo gasto foi de 18 segundos e nos demais problemas a média do tempo foi de 93 segundos. Em dois dos três problemas em que errou, o sujeito afirmou que todas as informações eram necessárias à solução e no outro caso ele considerou irrelevante a principal relação entre as informações do problema.

Tabela 54: Resultados obtidos pelo sujeito F₁ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	O peso de todos os sacos de 5 kg juntos é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos.	1'50"	3	1
2	40 direções (volantes).	15"	1	4

3	nenhuma	1'05''	4	1
4	nenhuma	1'45''	5	1
5	há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo.	04''	1	4
6	razão entre eles era 3:2:1.	35''	2	3

O sujeito F_1 foi capaz de executar corretamente todas as tarefas propostas na série I.A deste teste, e apenas a metade das tarefas propostas nas séries II.A e III.A. Foi observado nas duas últimas séries que, quando o sujeito era capaz de identificar as informações e relações do problema, isto ocorria rapidamente. Nos casos em que o sujeito não foi capaz de percebê-las, ele mostrou-se empenhado em executar as tarefas propostas, despendendo algum tempo, no entanto sem obter sucesso. Assim, quando percebeu problemas de um novo tipo, F_1 o fez através de elementos matemáticos separados, despendendo mais tempo para perceber as relações entre esses elementos. De acordo com a teoria em que se baseia este estudo essas características indicam que esse sujeito possui habilidade média para perceber relações e fatos concretos no problema.

Sujeito F_2

O sujeito F_2 foi capaz de formular perguntas adequadas às situações apresentadas na série I.A, em apenas dois dos oito casos. Em três situações apresentadas o sujeito não foi capaz de elaborar uma pergunta para o problema, mesmo relendo-o várias vezes (em média 4 leituras para cada um desses três), e em dois casos o sujeito mostrou não haver compreendido a estrutura externa do problema. No primeiro problema, por exemplo, “*Vinte e*

cinco tubos de comprimentos 5 m e 8 m enfileirados cobriram uma distância de 155 m.” após ter lido a situação seis vezes, F_2 não percebeu que se tratavam de tubos e formulou a seguinte pergunta:



Tabela 55: Resultados obtidos pelo sujeito F_2 na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Quantos “cubos” foram necessários para cobrir esta distância?	1’40”	6	1
2	Quantas caixas serão necessárias para distribuir o dinheiro?	45”	2	1
3		1’40”	4	1
4		1’55”	5	1
5		2’00”	3	1
6	Qual foi o mais veloz	1’05”	1	1
7	Que horas são?	40”	1	4
8	Quanto tempo ele gastou?	1’45”	3	3

Na série II.A, em que foram apresentados problemas com informações insuficientes, F_2 não foi capaz de identificar a informação faltante em nenhum dos casos apresentados. No primeiro problema o sujeito mostrou-se motivado a encontrar a informação, tendo lido o problema quatro vezes e demorado mais de dois minutos para indicar qual informação considerava necessária. A partir do segundo problema, o sujeito leu no máximo duas vezes cada situação apresentada, tendo despendido em média 28 segundos em cada problema, não se mostrando motivado a executar as tarefas propostas.

Tabela 56: Resultados obtidos pelo sujeito F₂ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Falta os números de vagões.	2'25"	4	1
2	A quantidade de água.	32"	2	1
3	Não falta nada.	20"	1	1
4	Falta a quantidade de livros em francês e inglês.	25"	2	1
5	O tamanho do barbante.	30"	1	1
6	Não falta nada.	25"	1	1
7	Não falta nada.	45"	2	1
8	Não falta nada.	20"	1	1

Nos problemas da série III.A, em três dos seis problemas apresentados o sujeito considerou todas as informações contidas no enunciado relevantes para a solução, sendo que em apenas um dos problemas foi capaz de identificar a informação desnecessária à solução.

Tabela 57: Resultados obtidos pelo sujeito F₂ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo	Nº de leituras	Nível
1	3 kg 5 kg	40"	2	1
2	100 rodas e 40 direções	25"	1	1
3	nenhuma	50"	1	1
4	mais leve é 12 vezes	50"	2	3
5	nenhuma	45"	1	1
6	nenhuma	1'30"	2	1

Nos problemas utilizados no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, o sujeito F_2 mostrou-se incapaz de perceber o material matemático contido em cada problema seja analítica (isolando os elementos da estrutura do problema diferenciadamente, na forma de acessá-los, sistematizá-los ou hierarquizá-los) ou sinteticamente (combinando os diversos elementos do problema através de relações e funções de dependência entre eles). Através dos resultados obtidos pelo sujeito, foi possível classificar F_2 como “incapaz”, o que “influencia especialmente a solução de problemas que requerem uma habilidade para ‘compreender’ um problema como um todo, em todas as interrelações de seus elementos” (Krutetskii, 1976).

Sujeito F_3

Nas oito situações apresentadas a F_3 , sendo solicitado que o sujeito formulasse uma pergunta adequada, a partir das informações contidas no problema, ele foi capaz de elaborá-las corretamente em apenas duas situações; não tendo deixado de formular a pergunta em nenhuma das situações apresentadas. Nas duas situações em que o sujeito obteve sucesso na tarefa, a compreensão das informações e relações entre elas ocorreu gradualmente, como pode-se observar a seguir, na pergunta formulada para a sétima situação apresentada (*“Para o final do dia restam 4/5 do tempo que transcorreu desde que o dia começou.”*), em que

inicialmente o sujeito não percebeu o dia como o todo da fração de tempo envolvida no problema.

Quanto tempo restam para transcorrer o dia?

Tabela 58: Resultados obtidos pelo sujeito F₃ na Série I.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Pergunta formulada	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Qual a distância que tem tubos de comprimento.	3'00"	4	1
2	Quanto reais terá no caixa em quantias iguais.	3'30"	4	1
3	Quanto fragmentos metálicos foi coletado?	45"	1	1
4	Quanto eu pagaria pelas compras.	50"	2	3
5	Qual a metade do número de irmãs teria igual ao número de irmãos?	50"	3	1
6	Qual a velocidade de um trem de carga por hora? Qual a velocidade de um trem de passageiros por hora?	1'50"	3	1
7	Quanto tempo restam para transcorrer o dia?	1'40"	3	3
8	Quanto tempo o ciclista leva para fazer o retorno?	2'00"	3	1

Nos problemas da série II.A, em que o sujeito deveria identificar quais as informações que faltavam para que o problema pudesse ser solucionado, F₃, foi capaz de identificar corretamente a informações faltantes em quatro dos oito problemas apresentados, sendo que foi necessário, em média, de 2 a 3 leituras de cada problema antes de indicar o que foi solicitado.

Tabela 59: Resultados obtidos pelo sujeito F₃ na Série II.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação faltante	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	Falta o número de vagões de carga.	2'20"	2	3
2	Falta a temperatura ambiente	2'25"	4	3
3	Falta saber quantos alunos tinham na classe.	2'05"	5	1

4	Falta saber quanto livros tem em russo.	45"	2	3
5	Falta saber quanto sobrou no pequeno pedaço de barbante.	1'30"	2	3
6	Falta saber quanto metros o cão percorre.	1'25"	4	1
7	Falta saber quanto que pesa o pote de mel vazio.	40"	2	1
8	Falta saber quanto km falta para os dois trens encontrarem.	1'15"	2	1

Nos problemas utilizados na série III.A, F₃ foi capaz de identificar as informações irrelevantes para que os problemas apresentados pudessem ser solucionados em quatro dos oito problemas, sendo que em um dos problemas isto ocorreu após a primeira leitura do problema. Nos demais o sujeito mostrou não haver percebido as relações entre os dados, considerando desnecessárias as principais relações do problema.

Tabela 60: Resultados obtidos pelo sujeito F₃ na Série III.A do teste para avaliar a habilidade para perceber as relações e fatos concretos no problema

Questão	Informação desnecessária	Tempo gasto	Nº de leituras	Nível
1	O peso de todos os sacos de 5 kg juntos é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos.	2'00"	5	1
2	há 100 rodas e 40 direções (volantes).	1'00"	3	1
3	Ele não era capaz de comprar mais um lápis com sua quantia de dinheiro inicial.	35"	1	4
4	12 vezes mais leve que os dois intermediários juntos.	1'30"	3	3
5	e há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo.	1'20"	3	3
6	Então, como o trabalho precisava ser executado o mais rápido possível, foi decidido dar o trabalho para as três livrarias de uma única vez.	1'00"	1	1

O sujeito F_3 mostrou-se motivado a realizar as atividades propostas no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, não tendo deixado de executar nenhuma das tarefas propostas. Porém, o sujeito F_3 não foi capaz de extrair as informações contidas no enunciado dos problemas, fracassando em mais de 50% das atividades propostas. Isto evidencia que F_3 não apresenta este componente da habilidade matemática desenvolvido, pois foi incapaz de extrair de elementos apresentados em um problema o máximo de informações e relações necessárias para tornar possível a solução (Krutetskii, 1976).

**COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA
AVALIAR A HABILIDADE PARA PERCEBER RELAÇÕES E FATOS CONCRETOS NO
PROBLEMA (ANEXO 3)**

Para comparar o desempenho dos sujeitos no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema, a cada nível de classificação (tabelas 16 a 21) foi atribuída uma pontuação (equivalente ao nível das respostas do sujeito). Para cada série (I.A, II.A e III.A) cada sujeito recebeu uma nota correspondente à soma de todos os itens, e a seguir foi calculada a média obtida por cada sujeito (variando de 0 a 10), com a finalidade de compará-los. Ordenando os sujeitos decrescentemente, de acordo com a nota obtida nesse instrumento (M_2 , B_3 , F_1 , B_2 , F_3 , B_1 , M_3 , F_3 e R_2), foi observado que o desempenho dos sujeitos na primeira etapa do estudo não estava diretamente relacionado à classificação de acordo com a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema.

Tabela 61: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema

Sujeito	Nota
B ₁	4.50
B ₂	5.75
B ₃	6.25
M ₂	6.50
M ₃	4.25
R ₁	6.25
R ₂	3.25
R ₃	4.75

RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA FORMAR GENERALIZAÇÕES, ENCURTANDO O RACIOCÍNIO (ANEXO 4)

Sujeito B₁

Foram apresentados a B₁ seis conjuntos de problemas matemáticos série VI de Krutetskii (1976), sendo solicitado que agrupasse os problemas com estrutura semelhante. O sujeito realizou corretamente os agrupamentos em dois conjuntos de problemas imediatamente após a primeira leitura dos problemas. Em dois conjuntos considerou que não haviam semelhanças nas estruturas dos problemas apresentados e no segundo conjunto de problemas agrupou os problemas que eram externamente semelhantes.

Tabela 62: Resultados obtidos pelo sujeito B₁ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo	Nº de tentativas	Nível
-------	---------------------	-------	------------------	-------

gasto				
A	2 e 3; 1 e 4	0	1	2
B	1, 2, 3 e 5	0	1	2
C	nenhum	0	1	1
D	nenhum	15"	1	4
E	1 e 2; 3, 4 e 5	0	1	4
F	1 e 3	0	1	2

Como o sujeito B₁ evadiu-se da escola em que o teste estava sendo realizado não foi possível realizar as demais atividades que compõem o teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio, não tendo sido possível analisar o desenvolvimento deste componente da estrutura das habilidades matemáticas para o sujeito.

Sujeito B₃

Na série VI, em que seis conjuntos de problemas matemáticos foram apresentados ao sujeito, sendo solicitado que agrupasse os problemas com estruturas semelhantes, o sujeito B₃ foi capaz de realizar o agrupamento correto em apenas dois conjuntos de problemas. Nos demais conjuntos de problemas o sujeito agrupou alguns problemas que considerou apresentarem estruturas semelhantes, porém de modo incorreto, o que indica que o sujeito não percebeu a estrutura dos problemas analisados.

Tabela 63: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	1 e 3; 2, 4 e 5	30"	1	2
B	1, 3 e 5	42"	2	3
C	1, 3 e 4	05"	1	3
D	1 e 2	05"	1	2
E	1, 3, 4 e 5	0	1	2
F	1, 2 e 3	0	1	2

Foi solicitado na série VIII.A que o sujeito, a partir da leitura de um problema formulasse problemas matemáticos com a mesma estrutura do problema apresentado, e quantidades e assuntos distintos do problema original, e a seguir que formulasse problemas com estrutura diferente da estrutura do problema original, o que requeria que o sujeito tivesse percebido a estrutura do problema apresentado. O sujeito B₃ foi capaz de formular corretamente problemas com estruturas diferentes da estrutura do problema original. Todos os problemas com estrutura diferente formulados pelo sujeito apresentavam dados e relações coerentes com a pergunta formulada ao final do problema, indicando que o sujeito era capaz de formular problemas matemáticos, com uma estrutura qualquer. Porém os três problemas que o sujeito conseguiu formular com o objetivo de apresentar a mesma estrutura do problema original, apresentavam estruturas diferentes, sendo que o quarto problema era impossível de ser resolvido (o problema diz que em 3 ninhos em uma árvore, o número de ovos em cada ninho é o dobro do número de ovos do ninho anterior, sendo que o último ninho possui 9 ovos; mas se em cada ninho há o dobro do número de ovos do ninho anterior, no último ninho deveria existir um número de ovos múltiplo de 4, pois os ovos aqui são elementos discretos, e não pode haver frações de ovos):

Em uma árvore existe 3 galhos e cada galho possui 1 ninho, ~~em~~ de um ninho para o outro os números de ovos dobram. Sabendo-se que no último ninho contém 9 ovos quantos ovos há no primeiro ninho?

Tabela 64: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	Um pintor demora 3 dias para pintar uma casa. Sabendo que um ajudante consegue fazer o mesmo serviço que só gastando o dobro. Quantos dias demoravam os dois juntos para pintar uma casa?	3'35"	2
01	Estrutura diferente	Um carro viajando a velocidade de 100 km/h, ele demora 6 horas para completar um percurso de A à B. Se o carro viajar a velocidade de 125 km/h quantas horas vai demorar?	3'00"	4
02	Mesma estrutura	não formulou o problema	2'15"	1
02	Estrutura diferente	Para fazer uma prova um aluno demora em média 50 minutos. quanto demoraria esse mesmo aluno para fazer 2 provas e um teste de assinala com x que leva em média 5 minutos a ser feito?	2'35"	4
03	Mesma estrutura	Em uma prova de ciclismo o ciclista demora 35 segundos para completar uma volta. Sabendo que a corrida tem 44 voltas quanto tempo ele irá demorar para completar a corrida?	3'25"	2
03	Estrutura diferente	Joana comprou um cesto de maçã com 10 maçãs, "so" que no cesto 1/5 das maçãs estavam estragadas, quantas maçãs boas tinham no cesto?	1'30"	4
04	Mesma estrutura	Em uma árvore existe 3 galhos e cada galho possui 1 ninho, de um ninho para o outro os "numeros" de ovos dobram. Sabendo-se que no último ninho contém 9 ovos quantos ovos à no primeiro ninho?	5'10"	2
04	Estrutura diferente	Um trem viajando à 60 km/h demora 3 dias para chegar em uma cidade 2000 km mais longe de onde ele sai. Se um trem viajando a 45 km/h com a distancia a ser percorrida igual a do outro trem	3'00"	4

quanto ele vai demorar para chegar nesta cidade?

Sujeito M₂

O sujeito M₂ agrupou corretamente, de acordo com a semelhança na estrutura, os problemas em dois dos seis conjuntos de problemas da série VI. No terceiro conjunto de problemas apresentado o sujeito agrupou os problemas que eram semelhantes externamente, ou seja ambos descreviam uma situação ocorrida em uma fábrica de móveis, porém um relacionava quantidades de mesas guardadas e retiradas de um armazém, e o outro tratava do salário pago aos funcionários da fábrica, envolvendo o conceito de frações em um todo discreto.

Tabela 65: Resultados obtidos pelo sujeito M₂ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	2 e 3; 1, 5 e 4	2'10"	1	2
B	todos	1'20"	1	2
C	1 e 3; 2 e 4	20"	1	3
D	nenhum	1'00"	1	3
E	2, 3 e 4	1'15"	1	2
F	1 e 3	15"	1	2

Na série VIII.A, em que quatro problemas foram apresentados ao sujeito, tendo sido solicitado que formulasse problemas com mesma estrutura do problema apresentado e em seguida com estrutura diferente, M₂ formulou incorretamente dois problemas com mesma estrutura do primeiro

problema apresentado, nos demais problemas apresentados não foi capaz de formular problemas com mesma estrutura. Nos problemas com estrutura diferente do problema original, M_2 formulou problemas considerados adequados em dois dos quatro casos, sendo que um dos problemas considerado inadequado envolvia o conceito de frações em um todo discreto; porém, a soma das frações do todo, excediam o inteiro:

Em um formigueiro, metade foram buscar alimento,
 $\frac{1}{3}$ foram assumir lugar para se mudarem, $\frac{2}{4}$ ficaram
nomeando e $\frac{1}{6}$ ficaram no formigueiro. Quantas
formigas ~~de~~ ^{há} no formigueiro?

Tabela 66: Resultados obtidos pelo sujeito M₂ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	a)Um pássaro preto e outro amarelo “sobrevoram” uma cidade durante 9 horas, e avistaram 243 casa. O pássaro amarelo viu 13 casas em 1 hora. Quantas casa o pássaro preto em 1 hora viu?	a) 2'45"	2
		b) Em uma fábrica de eletrodomésticos, treze televisões são fabricada por uma pessoa em uma hora. Sabendo que duas pessoas fazem 243 televisões em 9 horas, quantas televisões foram feitas pela outra pessoa?	b) 4'10"	2
01	Estrutura diferente	Uma bolinha de gude passou por mim já faz dois minutos, sabendo que meu amigo está distante de mim 3,0 metros e quando a bolinha chegar até ele, ela será devolvida, quanto tempo o objeto levará para chegar até mim?	3'30"	2
02	Mesma estrutura		1'00"	1
02	Estrutura diferente	Uma rádio toca 20 músicas durante uma hora, todos os dias escutamos música durante 3 horas. Se duplicarmos a quantidade de horas e somarmos 1 hora, quantas músicas irei escutar neste período de tempo?	2'30"	4
03	Mesma estrutura		1'00"	1
03	Estrutura diferente	Fui ao pomar e apanhei x laranjas, minha mãe pediu metade das laranjas que eu tinha. Então eu disse para ela pegar a metade mais meia laranja sem cortar nenhuma. Como ela pode pegar a metade mais uma sem cortar nenhuma ao meio?	2'50"	4
04	Mesma estrutura		40"	1
04	Estrutura diferente	Em um formigueiro, metade foram buscar alimento, 1/3 foram arrumar lugar para se mudarem, 2/4 ficaram namorando e 1/6 ficaram no formigueiro. Quantas formigas há no formigueiro?	3'03"	2

Sujeito M₃

O sujeito M₃ foi capaz de realizar o agrupamento correto em três dos seis conjuntos de problemas da série VI, em que alguns dos problemas matemáticos apresentados eram externamente semelhantes e outros semelhantes na estrutura, sendo solicitado que agrupasse os problemas com estruturas semelhantes. Nos demais conjuntos de problemas o sujeito agrupou alguns problemas que considerou apresentarem estruturas semelhantes, porém de modo incorreto, o que indica o sujeito não percebeu a estrutura daqueles problemas.

Tabela 67: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	2 e 3	2'00"	1	2
B	1, 3 e 5	1'10"	1	3
C	1 e 3	1'45"	1	3
D	1 e 2	1'10"	1	2
E	1 e 2; 3 e 6	3'00"	2	2
F	1 e 2	1'10"	1	3

Na série VIII.A, em que foram apresentados individualmente quatro problemas matemáticos ao sujeito, sendo solicitado que formulasse inicialmente problemas com mesma estrutura, e a seguir, com estrutura diferente, M₃ não foi capaz de formular problema com a mesma estrutura do problema original em nenhum dos casos. No terceiro problema, o sujeito demonstrou não haver compreendido a estrutura do problema tendo formulado uma situação com semelhanças externas ao problema original,

entretanto, bastante fora da realidade, ao informar que a velocidade do veículo é de 180 km/h, e com informações incompletas. Na série II.A (em que o sujeito deveria ter identificado as informações faltantes nos problemas apresentados) M₃ havia indicado as informações corretamente em apenas um problema, tendo demonstrado não ter a habilidade para perceber relações e fatos concretos do problema bem desenvolvida.

Um carro sai de sua casa em determinado tempo. Sabe que ele percorrerá a velocidade de 180 km/h e ele tem que chegar às 8:00hs e sair de sua casa às 7:00hs. Qual a velocidade que ele deveria percorrer para chegar no local sem atrasar nem 1 min/

Nos problemas com estrutura diferente do problema original, M₃ formulou-os corretamente nos quatro casos em que foi solicitado, porém todos os problemas formulados envolviam uma única operação aritmética de adição ou subtração sem reserva, com números com apenas dois dígitos.

Tabela 68: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	Uma confecção faz 200 peças por hora. Um outra confecção faz 300 peças por hora. Quantas peças fazem cada confecção o dia todo.	1'50"	2
01	Estrutura diferente	Fábio foi a farmácia e comprou dois remédios de 6,00 reais cada e Rose comprou 3 remédios e gastou 5,00 reais Quantos reais gastaram os dois juntos	2'00"	3
02	Mesma estrutura	Três crianças compraram 6 pães. Eles dividiram os pães igualmente. Logo de tarde cada criança comeu 1 pão. Quantos pães sobraram para cada criança	2'05"	2
02	Estrutura diferente	Jonas trabalha 9 horas por dia e Jaqueline 6 horas por dias. Quantas horas Jonas trabalha a mais de que Jaqueline	1'10"	4
03	Mesma estrutura	Um carro sai de sua casa em determinado tempo. Sabe que ele percorrerá a velocidade de 180 km/h e ele tem que chegar as 8:00 hs e saiu de sua casa as 7:00 hs. Qual a velocidade ele deveria percorrer para chegar no local sem atrasar nem 1 min.	1'35"	2
03	Estrutura diferente	Anderson foi a feira e comprou 6 "kilos" de tomate, 5 de batatas e 3 "kilos" de limão. Quantos "kilos" ele comprou ao todo	1'00"	4
04	Mesma estrutura	Compramos dois tipos de maçã por 2,00 reais um "kilo" de cada tipo. Quantos gastei	1'50"	2
04	Estrutura diferente	João comprou 1 calça jeans e pagou 20,00 reais e 1 blusa que pagou 15 e uma saia para sua namora que pagou 17,00. Quantos reais João gastou ao todo	1'30"	4

Sujeito F₁

Dentre os seis conjuntos de problemas matemáticos da série VI, o sujeito F_1 foi capaz de identificar a estrutura dos problemas corretamente em apenas um dos conjuntos, em que não existiam semelhanças. Em três dos demais conjuntos apresentados, após tê-los analisado durante mais de quatro minutos, em média, o sujeito não encontrou semelhanças nas estruturas dos problemas.

Tabela 69: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	1, 3 e 5	0	1	2
B	2 e 3	3'00"	1	2
C	nenhum	5'00"	1	2
D	nenhum	3'00"	1	3
E	nenhum	7'00"	1	2
F	nenhum	1'00"	1	2

Na série VIII.A, em que o sujeito deveria formular problemas com mesma estrutura e com estrutura distinta do problema original apresentado ao sujeito, F_1 formulou corretamente os problemas de mesma estrutura para dois dos quatro problemas apresentados. Nos problemas com estrutura diferente do problema original, o sujeito demonstrou ser capaz de formular problemas matemáticos envolvendo conceitos matemáticos mais avançados, tais como, porcentagem e teoria de conjuntos, sendo que os enunciados não apresentavam informações irrelevantes ou faltantes.

Tabela 70: Resultados obtidos pelo sujeito F_1 na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	a) Dois alunos em 1 hora resolvem 50 exercícios. Um deles em 30 min resolve 30. Quantos exercícios o outro faz em 20 min?	a)3'00"	2
		b) Dois lenhadores trabalhando 5 horas seguidas derrubam 30 árvores. Um deles sozinho derruba 10 árvores em 1 hora. Quantas árvores o outro derruba em 3 horas?	b)3'00"	2
01	Estrutura diferente	Duas pessoas demoram 1 hora p/ beber 2 litros de suco de maracujá. Uma delas demora 40 min p/ beber 1 litro. Quanto tempo demora o outro p/ beber 500 ml	5'00"	3
02	Mesma estrutura	Três crianças estavam num acampamento na mesma barraca. Todos gostavam de bala de hortelã, mas só uma havia trazido um saquinho. Elas dividiram em quantidades iguais antes do almoço. Pela noite cada uma havia comido 10 balas e somando o que sobrou das três crianças juntas era exatamente a quantidade que elas tinham no início. Quantas balas cada criança tinha na antes do almoço quando foram divididas?	6'00"	3
02	Estrutura diferente	Numa biblioteca existem 1000 livros de romance e drama sendo que 680 são dramáticos e românticos ao mesmo tempo e 50 são só romances. Quantos livros de drama existem na biblioteca?	3'30"	3
03	Mesma estrutura	Uma pessoa andando a 1 km/h chegará na aula 20 min atrasado e se esta pessoa fosse a 3,5 km/h chegará 10 min adiantado. A que velocidade ela deveria "amdar" p/ chegar na hora certa?	4'00"	3
03	Estrutura diferente	Um jornaleiro entrega em 3 horas 60 jornais, um em cada casa, numa bicicleta. Quantos jornais ele entrega em média p/ minuto?	2'00"	4
04	Mesma estrutura	Joãozinho compra 3 tipos de maçãs por 6 reais. Comprando 2 kg a menos de que do terceiro tipo e 1 kg a mais do que do segundo tipo, mas elas tem o mesmo preço Se 4 kg de cada tipo de maçã, sobraria 50 centavos. qual é o preço de cada tipo de maçã?	7'00"	2
04	Estrutura diferente	Numa sala de aula tem 40 alunos, sendo que 10% são meninas. Qual a porcentagem de meninos que existem na sala?	2'30"	4

Sujeito F₂

Nos seis conjuntos de problemas matemáticos da série VI que foram apresentados ao sujeito, sendo solicitado que agrupasse os problemas com estruturas semelhantes, o sujeito F₂ foi capaz de realizar o agrupamento

correto em apenas um conjunto de problemas. Nos demais conjuntos de problemas o sujeito agrupou alguns problemas que considerou apresentarem estruturas semelhantes, porém de modo incorreto, indicando que o sujeito não percebeu a estrutura dos problemas que foram analisados.

Tabela 71: Resultados obtidos pelo sujeito F₂ na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	3 e 5; 1 e 2	3'10"	2	2
B	2 e 3; 1 e 5	20"	1	2
C	2 e 3; 1 e 4	25"	1	2
D	1 e 3	5"	1	2
E	1 e 2; 3 e 5	15"	2	2
F	1 e 2	10"	1	4

Na série VIII.A, em que foi solicitado ao sujeito que formulasse problemas a partir da leitura de problemas apresentados, F₂ formulou corretamente problemas com mesma estrutura do problema original em dois dos quatro casos, sendo que esses problemas formulados pelo sujeito reproduziam todas as situações dos problemas originais, modificando apenas as quantidades e os produtos envolvidos nos problemas. No segundo problema, em que o original, apresentava uma situação que envolvia a divisão de uma determinada quantidade de cigarros entre alguns pescadores, F₂ formulou um problema, considerado incorreto, em que alguns médicos dividiam “partes de um paciente” em uma cirurgia, demonstrando não compreender a diferença do todo que estava sendo dividido nos dois casos: a divisão de cigarros feita pelos pescadores e a divisão de tarefas em uma cirurgia.

Quatro médicos passaram a noite de plantão.
 Tinha uma cirurgia para ser feita → muito
 arriscada. Eles se dividiram para ^{que} cada um
~~fez~~ fizesse uma parte. Pela manhã cada um
 tinha feito 3 partes de paciente pensando cada um
 tinha feito partes iguais.
 Quantas partes cada médico fez?

Nos problemas com estrutura diferente da estrutura do problema original, F₂ foi capaz de formular problema em apenas um caso, sendo que este apresentava informações incompletas, sendo impossível a solução.

Tabela 72: Resultados obtidos pelo sujeito F₂ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	Dois professores, trabalham 8 horas, ensinam 4 horas cada período. Um dos professores ensinam 16 horas em 2 períodos. Quantas aulas fez o outro em 2 períodos?	3'00"	2
01	Estrutura diferente	Um avião saiu da Base A e foi para Base B gastando 1:30 h. Voltando para Base A, o avião gastou 3:00 h calcule a velocidade média do avião.	2'30"	2
02	Mesma estrutura	Quatro médicos passaram a noite de plantão. Tinha uma cirurgia para ser feita muito arriscada. Eles se dividiram para que cada um "fassa" uma parte. Pela manhã cada um tinha feito 3 partes do paciente somando cada um tinha feito partes iguais Quantas partes cada médico fez?	5'50"	2
02	Estrutura diferente			1
03	Mesma estrutura	Supõe-se que um carro esteja em seu destino em um determinado momento. Sabe-se que se ele viajar à velocidade de 100 km por hora, chegará uma hora antes. Porém, se sua velocidade for de 50 km por hora, ele chegará no destino uma hora atrasada. Qual a velocidade ele deveria ter para chegar no destino na hora exata?	2'25"	4
03	Estrutura diferente			1
04	Mesma estrutura	Compramos dois tipos de aves por 15 reais. Compramos 2,5 kg mais de ave do segundo tipo que do primeiro, mas pagamos o mesmo pelas aves de cada tipo. Se 1 kg de cada tipo de carne fosse comprados, sobrariam 5 reais de troco. Encontre o preço de cada ave.	4'40"	3
04	Estrutura diferente			1

Sujeito F₃

Nos seis conjuntos de problemas da série VI, em que foi solicitado ao sujeito agrupar os problemas que apresentassem estruturas semelhantes, F₃

foi capaz de identificar corretamente os problemas semelhantes em apenas um conjunto. Nos demais, o sujeito agrupou incorretamente alguns problemas, afirmando serem semelhantes; o que indica que o sujeito não captou a estrutura dos problemas que analisou.

Tabela 73: Resultados obtidos pelo sujeito F_3 na Série VI do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Teste	Problemas agrupados	Tempo gasto	Nº de tentativas	Nível
A	1 e 2	2'00"	1	2
B	1 e 5; 2 e 3	2'00"	2	2
C	1 e 4; 2 e 3; 2 e 4; todos	1'25"	3	2
D	1 e 3	15"	1	2
E	3 e 5; 1 e 4; 6 e 3	2'00"	3	2
F	1 e 2	30"	1	4

Na série VIII.A, em que foi solicitado a F_3 que formulasse problemas matemáticos com estruturas semelhantes e distintas de problemas apresentados, o sujeito formulou incorretamente três dos quatro problemas com estruturas semelhantes aos problemas analisados, o que indicou que o sujeito não foi capaz de compreender as estruturas dos mesmos. Nos problemas com estrutura diferente da original, F_3 formulou a situação adequadamente em dois casos, envolvendo, entretanto, os mesmos conceitos de porcentagem e desconto em ambos os casos, com situações semelhantes. Um dos problemas com estrutura diferente do problema original analisado, o sujeito apresentou um enunciado confuso, com informações imprecisas, demonstrando não que não possuía domínio do que constitui um problema matemático.

Uma sala de aula tem 20 cadeiras e 20 cadeiras carteiras, e o total de alunos é de uma faixa de 15 alunos. Quantos alunos ocuparam essas cadeiras e carteiras?

Tabela 74: Resultados obtidos pelo sujeito F₃ na Série VIII.A do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Problema formulados			Tempo gasto	Nível
01	Mesma estrutura	a) Três pedreiros trabalhando 5 horas, fazem um “alicerse” de 1,65 cm. Um deles fez 1,20 em 1 hora e meia. Quantos “alicerse” fez os outros dois?	a)2’00”	2
		b) Numa firma trabalham 10 horas por dia, montando caixas em um palete. Um supervisor monta 36 caixas num palete em 2 horas. Quantas caixa ele montará em 5 horas?	b)5’00”	2
01	Estrutura diferente	Nilton foi comprar 1 kg de bife que custa 2,36 e mais um litro de óleo que custa 0,85 centavos e teve um desconto de 10%. Quanto ele pagou no bife e no óleo.	3’00”	3
02	Mesma estrutura	Joana passou a tarde na casa de sua amiga. Ela e a amiga era fumante, e só a amiga tinha um maço de cigarro elas dividiram em duas maço de cigarro iguais. No maço sobrou apenas 5 cigarros e precisavam dividir em 2. Quantos cigarros elas fumaram se no maço haviam 20 unidades?	4’00”	2
02	Estrutura diferente	Fui à feira comprar 6 kg de maçã que custou 0,65 centavos e tive um desconto de 25%. Quero saber quanto custou o kg da maçã?	3’00”	3
03	Mesma estrutura	Numa corrida de ciclista tem uma determinada hora para chegar, no ponto de chegada na velocidade de 10 km por hora, vai chegar 1 hora antes. mas sendo a velocidade de 5 km por hora ele chegara 1 hora depois da hora marcada. Qual a velocidade que ele deve seguir para chegar na hora exata?	4’00”	3
03	Estrutura diferente	Uma sala de aula tem 20 cadeiras e 20 carteiras, e o total de alunos é de uma faixa de 15 alunos. Quantos alunos ocuparam essas cadeiras e carteiras?	3’00”	2
04	Mesma estrutura	Maria foi ao mercado comprar 50 reais de carne. Mas pagou barato pela carne. Se comprasse 3 kg de carnes sobraria 40 reais de troco. Qual o preço dessa carne?	3’00”	2
04	Estrutura diferente	Numa horta vende 5 maços de alface por 1 real e 5 maços de “almerão” por 1 real, e também 1 kg de melancia por 1,85 reais. Quanto que gastei para pagar o alface, “almerão” e a melancia?	3’00”	2

COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA AVALIAR A HABILIDADE PARA FORMAR GENERALIZAÇÕES, ENCURTANDO O RACIOCÍNIO (ANEXO 4)

De modo similar ao empregado no teste anterior, os níveis de classificação foram transformados em pontuação nos testes e somados, para que se pudesse proceder a comparação entre os sujeitos. O teste para avaliar a habilidade de formar generalizações, foi composto pelas séries VI e VIII.A. Na série VIII.A os sujeitos foram solicitados a formular problemas de estrutura semelhante e distinta de um problema dado. Foi possível observar, como é mostrado na tabela a seguir, que, exceto o sujeito F_2 , todos os demais sujeitos apresentaram mais facilidade na elaboração de problemas com estruturas diferentes do problema original analisado, pois essa tarefa exigia o domínio do que é um problema matemático, enquanto a elaboração de problemas com mesma estrutura do problema original exigia dos sujeitos, além do domínio do que é um problema matemático, a compreensão da estrutura do problema analisado.

Tabela 75: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos nas diferentes séries de problemas do teste para avaliar a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio

Sujeito	Série VI	Série VIII.A (mesma estrutura)	Série VIII.A (estrutura diferente)	Nota no teste
B_1	6.25			
B_3	5.83	4.37	10.00	6.73
M_2	5.83	3.25	7.50	5.53
M_3	6.25	5.00	9.37	6.87
F_1	5.42	6.25	8.75	6.81
F_2	5.83	6.87	3.12	5.27
F_3	5.83	5.62	6.25	5.90

Ordenando os sujeitos decrescentemente, de acordo com a nota obtida nesse instrumento (F_2 , M_2 , F_3 , B_3 , F_1 , M_3), foi observado que o desempenho dos sujeitos na primeira etapa do estudo não estava

diretamente relacionado à classificação de acordo com a habilidade para formar generalizações, encurtando o raciocínio.

**RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE PARA AVALIAR A MEMÓRIA MATEMÁTICA
(ANEXO 5)**

Sujeito B₃

Na série XXII, em que o sujeito, após uma única leitura de cada um dos seis problemas matemáticos que a compõem, foi solicitado a reproduzir o problema lido, ou os elementos que fosse capaz de recordar (estrutura, relações entre os fatos, dados numéricos, etc.), B₃ foi capaz de recordar elementos corretos em quatro problemas. Dentre os elementos que ele foi capaz de recordar estavam informações numéricas e relações entre as informações, sendo que em três desses problemas a estrutura foi preservada. De acordo com a teoria em que se baseia este estudo, a memória matemática de sujeitos habilidosos caracteriza-se por reter a informação de forma abreviada e generalizada, de modo que não sobrecarregue a mente com informações desnecessárias (Krutetskii, 1976); características observadas na execução das atividades propostas no teste para avaliar a memória matemática pelo sujeito B₃.

Tabela 76: Resultados obtidos pelo sujeito B₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo	nível
----------	--------------------------	-------	-------

		gasto	
01	No dia 2/11 existiam 2 batatas. Quantas batatas existiam no 1º dia no armazém	1'10"	1
02	São vendidas 40 passagens para 1ª e 2ª classe a passagem para a 1ª classe custa 8 reais e para a 2ª 5 reais Sabendo que foi vendido um valor de 198 reais.	1'30"	2
03	Este e aquilo Quanto é a porcentagem de $\frac{3}{4}$ de	40"	2
04	O número 80 é dividido em 2 partes sabendo que uma parte é 10 menos que a outra Quais são as duas partes	55"	1
05	4 canos são conectados a um tanque sabendo que se os canos 1, 2, 3 demora 12 minutos para encher o tanque e os canos 2, 3, 4 demora 20 minutos quanto tempo vai demorar para encher o tanque se os 4 canos tiverem conectados.	2'15"	2
06	Uma empresa solicitou um certo nº de maquinas em um certo tempo Se a empresa fabricar 240 maquinas por dia ela ira fabricar 200 maquinas a menos.	1'40"	2

Sujeito M₂

Em quatro dos seis problemas matemáticos da série XXII lidos pelo sujeito M₂ ele foi capaz de recordar corretamente alguns elementos do problema; sendo que na maioria das vezes o sujeito foi capaz de recordar a

estrutura do problema, e as relações entre os fatos contidos no enunciado do problema. Diversas vezes o sujeito utilizou a incógnita “x” para indicar uma quantidade, o que indica que o sujeito atentou para a função destas variáveis nas situações lidas, em detrimento de seu valor específico na situação. De acordo com Krutetskii (1976), *“sujeitos mais capazes recordam o tipo as qualidades gerais das operações do problema que tiveram que solucionar, mas não se recordam de dados específicos ou números do problema”*. Essas características foram observadas na execução das atividades propostas na série XXII pelo sujeito M₂, que de acordo com a teoria em que este estudo baseou-se, pode ser considerado um sujeito habilidoso para reter a informação matemática.

Tabela 77: Resultados obtidos pelo sujeito M₂ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo gasto	nível
01	Em um armazém há batatas foram vendidas em um 1 ^o dia x batatas e no segundo dia 1/5 de batatas, sabendo que são x toneladas.	1'50"	2
02	São vendidas 40 passagens para 1 ^a e para 2 ^a classe. Sabendo que da 1 ^a classe custa 8 reais e da 2 ^a classe custa 5 reais.	1'37"	2

	Quantas passagens foram vendidas de cada classe?		
03	Este aquele, disto e aquilo, qual a porcentagem de $\frac{5}{3}$ daquilo?	50''	1
04	O número 80 é dividido em duas partes,	26''	2
05	Quatro canos são ligados num tanque quando liga 1, 2,3 leva para encher x minutos. Quando liga 2, 3, 4 leva x minutos e quando ligado 1, 4 leva 20 minutos. Quanto tempo levará para encher os tanques quando estiverem ligados os 4 canos.	2'01''	2
06	Uma indústria recebeu um pedido de um certo número de máquinas.	30''	1

Sujeito M₃

Em apenas dois dos seis problemas da série XXII o sujeito M₃ foi capaz de recordar corretamente algumas elementos do problema lido. Nos demais problemas o sujeito demonstrou não haver nem mesmo compreendido as informações contidas no enunciado do problema e as relações existentes entre elas. Nos problemas em que reproduziu corretamente algumas elementos, o sujeito foi capaz de se recordar de

alguns dados numéricos. “*Sujeitos menos capazes geralmente lembram-se apenas de dados numéricos específicos ou fatos específicos sobre o problema*” (Krutetskii, 1976); o que indicou que o sujeito M₃ não possui a habilidade para reter as informações matemáticas desenvolvida satisfatoriamente.

Tabela 78: Resultados obtidos pelo sujeito M₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo gasto	nível
01	Dia 12/11 1/5 de toneladas de batatas em 3 dias	35"	1
02	Foram vendidas 40 passagem Uma 8 reais e uma de 5 reais Quantas passagens foram vendidas	50"	2
03	este e aquilo Qual a porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto e daquilo	25"	2
04	O número 80 é dividido em duas partes, qual a parte maior das duas partes.	30"	1
05	Os canos 2 e 3 levam 4 minutos para serem cheios Quanto tempo levam para encher os quatro canos	43"	1
06	Foram entregues 400 máquinas para produzir 200 máquinas	31"	1

Sujeito F₁

O sujeito F₁ foi capaz de recordar-se corretamente de alguns elementos, em três dos seis problemas da série XXII lidos. Nestes problemas em que o sujeito recordou-se corretamente de elementos do problema, foi observado que o sujeito atentou para os valores numéricos contidos no problema, sendo que o sujeito reproduziu os elementos dos problemas que recordava através de esquemas, dando ênfase aos números e o que representavam:

Primeira classe: 8 reais
 segunda classe: 5 reais
 Quantas passagens de segunda classe foram vendidas.

De acordo com a teoria em que se baseia esta pesquisa, as características apresentadas por F₁ na execução das atividades propostas no teste para avaliar a memória matemática coincidem com as características de sujeitos menos capazes, que retêm de problemas matemáticos valores numéricos e fatos específicos da situação lida, em detrimento da estrutura do problema. Ao reter este tipo de informação o sujeito sobrecarrega a mente com informações desnecessárias dificultando a realização rápida de modelos mentais generalizados e a retenção de novas informações (Krutetskii, 1976).

Tabela 79: Resultados obtidos pelo sujeito F₁ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo gasto	nível
01	6/11 de batatas sobrou 48 toneladas Quantas batatas sobrou no armazém?		1
02	Primeira classe: 8 reais segunda classe: 5 reais Quantas passagens de segunda classe foram vendidas.		2
03	Este e aquele, isto e aquilo, Quantos $\frac{3}{4}$ disto e aquilo		2
04	O n° 80 é dividido em 2 partes diferentes, uma é 10 a mais que a segunda.		1
05	1, 2, 3 levam 12 min p/ encher		2

	2, 3, 4 levam 15 min	
	1 e 4 levam 20 min	
	Quanto tempo levará p/ encher se os 4 canos estiverem abertos?	
06	se produzir 240 eles terão a menos	2
	se produzir 280 eles terão a mais	
	Quantas máquinas foram fabricadas e qual o prazo p/ a entrega	

Sujeito F₂

Em três dos seis problemas matemáticos lidos pelo sujeito F₂, no teste para avaliar a memória matemática, o sujeito foi capaz de recordar-se apenas de fatos específicos do problema, não atentando para a estrutura, os dados numéricos, ou as relações entre eles. Nos outros três problemas o sujeito recordou-se corretamente de alguns dados numéricos do problema e das relações entre eles. Apesar de reter algumas informações relevantes dos problemas, foi observado que F₂ armazenava na mente muitos dados concretos do problema, não permitindo uma generalização dessas estruturas dos problemas matemáticos lidos.

Tabela 80: Resultados obtidos pelo sujeito F₂ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo gasto	nível
01	No armazém haviam $\frac{2}{11}$ de batatas. No segundo dia foram vendidas cinco vezes mais que o primeiro. Quantas batatas haviam no armazém?	1'32"	1
02	Em um trem foram vendidas 20 passagens para a primeira e para a segunda classe. Para a primeira classe foram vendidas 8 passagens. Para a segunda 4 passagens Quantas passagens foram vendidas sendo que a primeira excede	2'15"	1
03	Este e aquele, isto ou aquilo qual a porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto ou aquilo?	40"	2
04	O número 80 é dividido em duas partes, a primeira é maior que a segunda	40"	2

05	Quatro canos são conectados. Quando os canos 1, 2,3 são conectados para o tanque ficar cheio em 15 minutos quando os canos 2, 3, 4 são conectados demora 12 minutos. Quanto tempo leva para o tanque ficar cheios quando os 4 canos são conectados juntos?	2'02"	2
06	Uma indústria recebeu um pedido de máquinas. A indústria produz 240 máquinas por dia menos. Quantas máquinas a indústria terá que produzir	1'39"	1

Sujeito F₃

Nos seis problemas utilizados para avaliar a memória matemática, F₃ foi capaz, após uma única leitura do problema, de recordar poucos elementos relevantes do problemas, em apenas três dos seis casos. Nesses problemas, o sujeito lembrou-se de alguns valores numéricos, não tendo atentado para as relações entre as informações contidas no enunciado, nem tampouco para a estrutura dos problemas lidos. Nos demais problemas, o sujeito demonstrou não haver nem mesmo compreendido as relações e informações contidas no problema lido, trocando as funções das variáveis, como no sexto problema (*“Quatro canos são conectados num tanque. Quando os canos 1, 2 e 3 estão abertos o tanque é cheio em 12 minutos...”*):

Quatro tanques são conectados em 4 canos. Quante canos são abertos 1, 2 e 3.

Tabela 81: Resultados obtidos pelo sujeito F₃ na Série XXII do teste para avaliar a memória matemática

Problema	Informações reproduzidas	tempo gasto	nível
01	No primeiro dia 2/11 de batatas foram vendidas e 1/5 sobram	55"	1
02	Em um trem são vendidas 40 passagem, na 1ª classe e na segunda	50"	2
03	Este e aquele 3/4 daquilo qual é a porcentagem daquele	40"	2
04	O número de 80 são divididos em partes	30"	2
05	Quatro tanques são conectados em 4 canos. Quantos canos são abertos 1, 2 e 3.	1'10"	1
06	Uma indústria de máquinas Quantas máquinas tinham a entregar	1'20"	1

COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELOS SUJEITOS NO TESTE PARA AVALIAR MEMÓRIA MATEMÁTICA (ANEXO 5)

Para analisar comparativamente o desempenho dos sujeitos no teste para avaliar a memória matemática, novamente os níveis de classificação foram convertidos em pontuação, e a seguir somados e normalizados para o intervalo de 0.00 a 10.00. Foi observado que quatro dos seis sujeitos que executaram as atividades desse teste obtiveram mesma nota (B₃, M₂, F₁ e F₂), sendo que esses sujeitos apresentaram sensíveis diferenças nos testes que avaliaram os outros dois componentes da habilidade matemática. De acordo com Krutetskii (1976) *“a memória matemática não determina habilidade ou ausência da mesma em matemática”*, mas sua essência

consiste na recordação generalizada de esquemas típicos de raciocínio e de operações.

Tabela 82: Distribuição das notas obtidas pelos sujeitos no teste para avaliar a memória matemática

Sujeito	Nota
B ₃	4.17
M ₂	4.17
M ₃	3.33
F ₁	4.17
F ₂	4.17
F ₃	3.75

RESULTADOS OBTIDOS NA PROVA DE RACIOCÍNIO VERBAL DO TESTE DE APTIDÕES ESPECÍFICAS

Como o objetivo desse instrumento foi avaliar a capacidade dos sujeitos em estabelecer analogias entre pares de conceitos, não foi feita referência à norma do teste, nem tampouco foi limitado o tempo para a execução da prova.

Através dos crivos de acertos e erros para a prova foram estabelecidos os pontos obtidos pelos sujeitos no instrumento. Comparando os dados da tabela a seguir com os dados da tabela 61 pode-se observar que o sujeito M₂ obteve a mais baixa nota no teste para avaliar a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema e obteve a mais alta nota (pares corretos) na prova de raciocínio verbal do DAT.

Tabela 83: Distribuição dos pontos obtidos pelos sujeitos na prova de raciocínio verbal do DAT

Sujeito	Pontos
B ₁	22
B ₃	11
M ₂	16
M ₃	11
F ₁	11
F ₂	15
F ₃	12

ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS SUJEITOS AO QUESTIONÁRIO DE AUTO-PERCEPÇÃO DAS HABILIDADES E DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA (ANEXO 1)

Através das respostas dos sujeitos ao questionário de auto-percepção das habilidades e do desempenho em Matemática, utilizado na primeira fase deste estudo, foi possível caracterizar a forma como cada um dos sujeitos da segunda fase percebem-se em relação à Matemática, às aulas de Matemática, e à forma como realizam atividades matemáticas.

O sujeito B₁ afirmou que aprende Matemática com muita dificuldade, despendendo algum tempo e esforçando-se. Compreende as explicações do professor apenas após resolver muitos exercícios sobre o assunto, sendo que considera as aulas de exercícios muito motivadoras, procurando sempre resolver todas as atividades propostas com a finalidade de entender melhor os conteúdos. Quando depara-se com problemas matemáticos inéditos, o sujeito afirmou ter dificuldade em resolvê-los, tendo necessidade de registrar todos os cálculos utilizados na solução.

B₂ afirmou ter dificuldades na solução de problemas matemáticos novos para ele apenas até que consiga dominar o método de solução, fazendo parte dos cálculos no papel e parte na calculadora. Considera as aulas de exercícios tão cansativas como qualquer outra aula de Matemática, uma das características dos sujeitos altamente habilidosos, que segundo Dubrovina (1992), dominam rapidamente o método de solução dos problemas propostos. O sujeito afirmou necessitar de esforço e tempo para aprender Matemática, compreendendo as explicações do professor após a solução de alguns exercícios sobre o assunto.

O sujeito B₃ admitiu ter facilidade para aprender Matemática, sendo necessário algum tempo e esforço para isso; sendo que compreendia as explicações do professor após a solução de alguns exercícios sobre o assunto. Assim como todo sujeito altamente habilidoso, o sujeito afirmou que em aulas de exercício de Matemática sentia-se cansado pois a aula era monótona e os exercícios repetitivos. Quando solucionava problemas matemáticos inéditos, encontrava dificuldades apenas até dominar o método de solução, sendo que registrava dos os cálculos do problema no papel.

O sujeito M₁, que não compareceu a nenhuma das sessões da segunda fase, afirmou ter dificuldade para aprender Matemática, despendendo tempo e esforço, sendo que só compreendia as explicações do professor após resolver alguns exercícios sobre o assunto. Nas aulas de exercícios de Matemática sentia-se motivado a solucionar todas as atividades propostas para entender melhor os conteúdos. Quando solucionava problemas matemáticos novos para ele, afirmou que tinha dificuldade apenas até que dominasse o método de solução, sendo que tinha necessidade de fazer todos os cálculos dos problemas no papel.

M₂ afirmou que compreendia as explicações do professor de Matemática na primeira vez que ouvia, sendo que aprendia a disciplina facilmente, despendendo algum tempo e esforço para isso. Nas aulas de exercícios sentia-se motivado a resolver todas as atividades propostas, a fim

de entender melhor os conteúdos abordados. Quando solicitada a solucionar problemas matemáticos inéditos, o sujeito afirmou que apresentava dificuldades apenas até que dominasse o método de solução, e os cálculos necessários eram todos registrados no papel.

Assim como os dois sujeitos anteriores, M_3 também afirmou que se sentia motivado a solucionar todas as atividades propostas em aulas de exercícios de Matemática, para entender melhor os conteúdos envolvidos; sendo que aprendia a disciplina com facilidade, necessitando de algum tempo e esforço, e compreendia as explicações do professor após resolver alguns exercícios sobre o assunto. Ao solucionar problemas matemáticos, afirmou que registrava todos os cálculos utilizados no papel, e diante dos problemas inéditos, tinha dificuldade apenas até dominar o método de solução.

O sujeito F_1 afirmou ter muita dificuldade para aprender Matemática, tendo que se esforçar para isso e despende muito tempo. As explicações do professor eram compreendidas pelo sujeito, apenas após a solução de muitos exercícios sobre o assunto; e as aulas de exercícios eram consideradas uma forma de entender melhor os conteúdos abordados. O sujeito afirmou registrar todos os cálculos utilizados na solução de problemas, sendo que tinha dificuldade para solucionar problemas matemáticos novos para ele.

F_2 não descreveu a forma como percebia-se ao aprender Matemática, mas afirmou que “algumas matérias são mais fáceis que outras”, sendo que as explicações do professor de Matemática eram compreendidas por ele apenas após a resolução de muitos exercícios sobre o assunto. Ao solucionar problemas matemáticos o sujeito afirmou utilizava a calculadora em todos os cálculos, sendo que encontrava dificuldade na solução dos problemas inéditos.

O sujeito F_3 considerava que aprendia Matemática facilmente, necessitando de algum tempo e esforço, porém apenas compreendia as

explicações do professor após a resolução de muitos exercícios sobre o assunto. Nas aulas de exercícios considerava-se motivado a resolver todas as atividades propostas, para entender melhor o conteúdo envolvido. O sujeito afirmou que registrava todos os cálculos dos problemas que resolvia, sendo que tinha dificuldade em solucionar problemas inéditos para ele.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES DO ESTUDO

RESPOSTA ÀS QUESTÕES DE PESQUISA

Na primeira etapa deste estudo, foram verificadas as relações entre o desempenho dos sujeitos na solução de problemas, a auto-percepção do desempenho e a influência de algumas variáveis, tais como gênero, idade e tipo de escola.

Quanto ao gênero, a média do desempenho dos sujeitos masculinos foi superior aos sujeitos femininos, sendo os dois grupos equivalentes (com o mesmo número de sujeitos); ainda que os sujeitos de melhor desempenho pertençam ao grupo feminino. Em relação às faixas etárias, os sujeitos em fase cronológica escolar apresentaram média inferior aos sujeitos com leve defasagem escolar, indicando que a defasagem de idade não afeta o desempenho.

No estudo preliminar dos instrumentos, os sujeitos apresentaram diferenças significativas em função do tipo de escola. Os sujeitos estudantes de escolas particulares obtiveram desempenho significativamente superior aos sujeitos estudantes de escolas públicas. Tal resultado era esperado também na primeira fase do estudo. Porém não se repetiu. As médias foram bastante próximas e a análise de variância não indicou superioridade dos resultados dos estudantes da escola particular sobre os estudantes da escola pública.

A auto-percepção desse grupo de sujeitos em relação ao desempenho e habilidades foi analisada através de um questionário específico. Os sujeitos do gênero masculino apresentaram-se mais confiantes, obtendo média das notas obtidas no questionário de auto-percepção (Anexo 1) superior aos sujeitos do gênero feminino. Em relação à escola, os estudantes da escola pública apresentaram maior grau de confiança. Comparando a auto-percepção, de acordo com as faixas etárias foi verificado que os sujeitos com defasagem de idade acentuada, que obtiveram o mais baixo desempenho na solução de problemas, são os que apresentam auto-percepção mais positiva. Comparando auto-percepção e desempenho, não foram encontradas relações significativas neste grupo, pois os estudantes classificados médios foram os que apresentaram auto-percepção mais positiva.

Analisando os estágios da solução de problemas em que os sujeitos apresentaram maior dificuldade, foi observado que a obtenção da informação matemática, a partir do enunciado verbal, foi o estágio responsável pelo maior número de fracassos. O segundo estágio que mais apresentou dificuldades foi a escolha da estratégia correta, relacionada ao processamento da informação matemática. Quando os sujeitos ultrapassavam o primeiro estágio com sucesso, ainda encontravam dificuldade no segundo estágio, que envolvia a escolha das operações corretas. Pode ser observado que os sujeitos que percebiam e interpretavam

corretamente as informações contidas no enunciado e escolhiam as operações corretas, dificilmente fracassavam na tarefa.

O problema da prova matemática (Anexo 2) em que os sujeitos apresentaram maior facilidade na solução, apresentava uma situação sobre o preço de dois produtos alimentícios, abordando o conceito de porcentagem, bastante utilizado pelos sujeitos em atividades cotidianas. Quando o problema abordava uma situação em que era solicitado o número de coelhos adultos após um determinado período em que alguns coelhos haviam procriado, nenhum sujeito foi capaz de solucionar o problema corretamente. Isso confirmou os resultados obtidos por Tudor (1992), de que as habilidades de domínio específico e as experiências prévias do sujeito com situações similares às abordadas nos problemas influenciam o desempenho dos sujeitos na solução.

Analisando, na segunda fase do estudo, os possíveis fatores que estariam afetando o desempenho na solução de problemas, foi verificado que a habilidade para perceber relações e fatos concretos no problema não variou de acordo com o desempenho. Sujeitos classificados no grupo de desempenho médio ou fraco, obtiveram melhores resultados que os sujeitos que foram incluídos no grupo de bom desempenho. No teste para avaliar a habilidade para formar generalizações (Anexo 4), os sujeitos obtiveram resultados equivalentes, destacando-se o sujeito F_2 , que obteve os resultados mais baixos tanto neste teste, como no anterior.

Em relação à memória matemática, que não é um determinante de existência ou ausência da habilidade matemática, os sujeitos obtiveram desempenho equivalente entre si.

Devido ao primeiro estágio da solução de problemas ter constituído a maior dificuldade para a obtenção de sucesso na atividade, foi analisado o raciocínio verbal dos sujeitos. O sujeito B_1 (com o melhor desempenho na primeira fase), que apresentou grandes dificuldades nos testes matemáticos, foi quem obteve o melhor resultado no teste. Os demais não apresentaram

grandes diferenças. Isso coincide com estudos anteriores a respeito da habilidade verbal e relações desta com a habilidade matemática (Brito, Fini, Garcia, 1994).

Em relação às atitudes em relação à Matemática, que poderiam estar influenciando o desempenho, o sujeito F_2 , seguido de B_1 , que encontraram maiores dificuldades nos testes e eram do gênero feminino, apresentaram as atitudes mais negativas. Isso indica que as atitudes em relação à Matemática não influenciavam diretamente o desempenho ou as habilidades dos sujeitos, mas confirmou os resultados obtidos em estudos anteriores, que sujeitos do gênero feminino apresentam atitudes mais negativas em relação à Matemática, devido às concepções de que esta disciplina é de domínio masculino, e que o bom desempenho em atividades envolvendo Matemática é atribuído ao esforço, não às habilidades do sujeito (Brito, 1996).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Habilidades, atitudes, hábitos, destrezas, conhecimentos prévios, características da personalidade constituem uma série de fatores que influenciam o desempenho na solução de problemas.

É indiscutível que os sujeitos deste estudo apresentaram muito mais fracassos que sucessos. E o maior obstáculo para a obtenção do sucesso estava localizado no primeiro estágio do processo: a representação do problema. O elemento que determina uma representação eficiente de um problema é o conhecimento prévio que o sujeito possui armazenados em sua memória: ao formar a representação de um problema, recupera-se na memória os procedimentos aplicáveis à situação presente e essa representação é que vai orientar a recordação dos procedimentos adequados, formando assim o espaço de solução do problema. Uma representação adequada do problema culminaria em um espaço de solução do problema conciso, facilitando o processo de solução. O presente estudo

investigou vários fatores, dentre eles, alguns componentes da habilidade matemática, as atitudes em relação à Matemática e o raciocínio verbal e não foram encontrados resultados significativos que permitissem afirmar que seriam estes os fatores determinantes do sucesso ou fracasso na solução de problemas. Os resultados indicaram que os estudantes desse grupo fracassavam na atividade, e as causas desse fracasso devem ser identificadas através de estudos elaborados com essa finalidade.

É necessário dar continuidade às investigações sobre as causas do fracasso buscando, nos dados obtidos, quais os que necessitam ser aprofundados.

Considerando que o ensino de Matemática na educação básica deve propiciar aos estudantes o desenvolvimento da capacidade para compreender e aplicar os conhecimentos matemáticos às situações cotidianas, através da solução de problemas, é necessário que os fatores que influenciam o sucesso desse tipo de atividade sejam desenvolvidos. Ou seja, ao concluir o ensino médio, era esperado que os estudantes apresentassem conhecimentos, destrezas, hábitos, habilidades e atitudes que favorecessem o domínio e execução dessas atividades.

Entretanto, da forma como vem ocorrendo o ensino de Matemática na educação básica, e mais especificamente no nível do ensino médio, através de aulas expositivas, e listas de exercícios repetitivos e solução de problemas-tipo, dificilmente os estudantes desenvolverão habilidade para solucionar problemas inéditos, que abordem conceitos diferentes dos conceitos que estão sendo estudados em aula.

Concluindo, é necessário que os professores de Matemática recorram constantemente a atividades de solução de problemas, independente do conteúdo que está sendo abordado, visando o desenvolvimento de habilidades e, conseqüentemente, propiciando o sucesso desses estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anastasi, A. (1975). Testes Psicológicos. São Paulo: EPU/USP.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., Hanesian, H. (1980). Psicologia Educacional. (Nick, E., Trad.). Rio de Janeiro: Editora Interamericana Ltda.

Balzan, N. C. (1998). Inovações nos Exames Vestibulares- Em Direção à Transformação e à Equidade (Avaliação após Onze Anos de Experiências). Avaliação, , , 51-60.

Bennett, G. K., Seashore, H. G. & Wesman, A. G. (1993). Testes de Aptidões Específicas - DAT, Manual de Aplicação. (Nick, E., Trad.) Rio de Janeiro: Centro Editor de Psicologia Aplicada.

Brito, M. R. F., Fini, L. D. T. & Neumann Garcia, V. J. (1994). Um Estudo Exploratório sobre as Relações entre o Raciocínio Verbal e o Raciocínio Matemático. Pro-Posições, 5, 1, 37-44.

Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e Validação de uma Escala de Atitudes em Relação à Matemática. Zetetiké, 6, 9, 109-166.

Brito, M. R. F. (1996). Atitudes em Relação à Matemática em Estudantes de 1º e 2º Graus. Tese de Livre Docência, Faculdade de Educação - UNICAMP.

Bussab, W. O. & Moretin, P. A. (1986). Estatística Básica. São Paulo: Editora Atual.

Byrnes, J. P. & Takahira, S. (1994). Why Some Students Perform Well and Others Perform Poorly on SAT Math Items. Contemporary Educational Psychology, 19, 63-78.

CENP- Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (1992). Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Segundo Grau. São Paulo: Secretaria Estadual de Educação.

Charles, R. (1988). How do You Evaluate Problem Solving? Arithmetic Teacher, 35, 8, 49 - 51.

Chi, M. T. H. & Glaser, R. A (1992). Capacidade para a Solução de Problemas. In Sternberg, R.J. As Capacidades Intelectuais Humanas: Uma Abordagem em Processamento de Informações. Porto Alegre: Artes Médicas.

Coordenadoria Executiva dos Vestibulares da UNICAMP (1998). UNICAMP 98: Manual do Candidato. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

De Corte, E. , Verschaffel, L. e De Win, L. (1985). Influence of Rewording Verbal Problems on Children's Problem Representations and Solutions. Journal of Educational Psychology, 77, 4, 460-470.

Díaz, M. V. & Poblete, A. (1995). Resolucion de Problemas, Evaluacion y Enseñanza del Calculo. Zetetiké, 4, 51-60.

Dubrovina, I. V. (1992). A Study of Mathematical Abilities in Children in the Primary Grades. Soviet Studies in School Mathematics Education, 8, 3-96.

Eysenck, M. W. & Keane, M. T. (1994). Psicologia Cognitiva: Um Manual Introductório. (Gesser, W. & Gesser, M. H. F., trad.) Porto Alegre: Artes Médicas.

Gagné, R. M. (1974). Como se realiza a aprendizagem. (Tovar, T. M. R. , Trad.) Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora.

Henderson, K. B. & Pingry, R. E. (1953). Problem Solving in Mathematics. In NCTM, The Learning of Mathematics: its Theory and Practice, 228-270.

Kilpatrick, J. (1992). Introduction to the English Language in Issues in the Psychology of Abilities: A Colletion of Articles. Soviet Studies in School Mathematics Education, 8, xiii-xvii.

Klausmeier, H. J. & Goodwinn, W. (1977). Manual de Psicologia Educacional. (Abreu, M. C. T. A., Trad.) São Paulo: Harper & Row do Brasil.

Krutetskii, V. A. (1964). Um Estudo da Natureza, Formas de Desenvolvimento e Diagnóstico das Habilidades Matemáticas. (Brito, M. R. F., Trad.) Acta Psychologica (Atas do XVII Conges International de Psychologie).

Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren. Chicago: The University of Chicago Press.

Lewis, A. B. & Mayer, R. E. (1987). Student's Miscomprehension of Relational Statements in Arithmetic Word Problems. Journal of Educational Psychology, 79, 4, 363-371.

Lewis, A. B. (1989). Training Students to Represent Arithmetic Word Problems. Journal of Educational Psychology, 81, 4, 521-531.

Mayer, R. E. (1992a) .A Capacidade para a Matemática. In R. J. Sternberg , As Capacidades Intelectuais Humanas: Uma Abordagem em Processamento de Informações. Porto Alegre: Artes Médicas.

Mayer, R. E. (1992b). Thinking, problem solving, cognition. New York: W. H. Freeman and Company.

Fundação Carlos Chagas (1997). Avaliação de Concluintes do Ensino Médio: Matemática (noite).

Muth, K. D. (1992). Extraneous Information and Extra Steps in Arithmetic Word Problems. Contemporary Educational Psychology, 17, 278-285.

Neumann Garcia, V. J. N. (1995). Um estudo Exploratório sobre as Relações entre o Conceito de Automatismo da Teoria do Processamento de Informações de Sternberg e o Conceito de Pensamento Resumido na Teoria das Habilidades Matemáticas de Krutetskii. Dissertação de Mestrado: Faculdade de Educação - UNICAMP.

NCSM : National Council of Supervisors of Mathematics (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council Of Supervisors of Mathematics. Arithmetic Teacher, , , 27-29.

Nunokawa, K. (1997). Microanalysis of the Ways of Using Simpler Problems in Mathematical Problem Solving. Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 296-303.

Patrocínio, A. C. (1995). Problemas de Matemática: Vestibulares Unicamp, 1987-1995. Campinas: Laboratório de Ensino de Matemática.

Polya, G. (1986). A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Pozo, J. I. (1994). Teorías cognitivas del aprendizaje. Madrid: Ediciones Morata.

Resnick, L. B. e Ford, W. W. (1990). La Enseñanza de las Matemáticas y sus Fundamentos Psicológicos. (Pareja, A., Trad.) Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Riley, M. S., Greeno, J. G. e Heller, J. I. (1983). Development of Children's Problem Solving Ability in Arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The Development of Mathematical Thinking. New York: Academic Press.

Romberg, T. A. (1988). NCTM's Curriculum and Evaluation Standards: What They Are and Why They Are Needed. Arithmetic Teacher, 35, 9, 2-3.

Secretaria de Educação Fundamental (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Secretaria de Educação Fundamental (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Spalletta, A. G. (1998). Desenvolvimento das Habilidades Matemáticas: Um Estudo sobre as Relações entre o Desempenho e a Reversibilidade de Pensamento na Solução de Problemas. Dissertação de Mestrado: Faculdade de Educação - UNICAMP.

Sternberg, R. J. (1992). As Capacidades Intelectuais Humanas: Uma Abordagem em Processamento de Informações. (Batista, D., Trad.) Porto Alegre: Artes Médicas.

Terry, P. W. (1992). The Reading Problem in Arithmetic. Journal of Educational Psychology, 84, 1, 70-75.

Tudor, M. T. (1992). Expert and Novice Differences in Strategies to Problem Solve an Environmental Issue. Contemporary Educational Psychology, 17, 329-339.

ANEXOS

ANEXO 1:**Questionário de Auto-percepção das Habilidades e do
Desempenho em Matemática**

CARO ALUNO :

A seguir, você encontrará um questionário e uma prova contendo cinco problemas matemáticos. Este material faz parte de uma pesquisa a respeito das habilidades matemáticas necessárias à solução de problemas aritméticos. Essa pesquisa está sendo realizada pela Professora Érica Valeria Alves, mestranda em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, sob orientação da Prof^a Dr^a Márcia Regina Ferreira de Brito.

Não existe nota escolar e suas respostas são de grande relevância para o desenvolvimento dessa pesquisa, portanto não deixe de responder nenhum dos itens. Solicito a maior honestidade nas respostas e também que não deixe nenhum item sem resposta.

Obrigada pela atenção e disponibilidade.

NOME: _____

Nº : _____ CLASSE: 3^ª _____

ESCOLA: _____

PERÍODO : _____

IDADE : _____ anos SEXO : () MASC. () FEM.

***NO QUESTIONÁRIO ABAIXO, ASSINALE A ALTERNATIVA QUE MAIS SE APROXIMA
DE SUA REALIDADE.***

1. Eu aprendo matemática:

- () a) Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço.
 () b) Facilmente, despendendo algum tempo e esforço.
 () c) Dificilmente, despendendo tempo e esforço.
 () d) Não consigo aprender matemática.
 () e) Outros: _____

2. Eu compreendo as explicações do professor:

- () a) Na primeira vez que ouço.
 () b) Após resolver alguns exercícios sobre o assunto.
 () c) Após resolver muitos exercícios sobre o assunto.
 () d) Não compreendo em hipótese alguma.
 () e) Outros: _____

3. Diante de problemas matemáticos novos para mim:

- () a) Resolvo-os rapidamente.
 () b) Tenho dificuldade apenas até ser capaz de dominar o método de solução.
 () c) Tenho dificuldade em resolvê-los.
 () d) Não sou capaz de resolver nenhum problema matemático.
 () e) Outros: _____

4. Ao solucionar problemas matemáticos:

- () a) Faço todos os cálculos mentalmente, sem recorrer a registro em papel ou calculadora.
 () b) Faço todos os cálculos no papel.
 () c) Utilizo a calculadora em todos os cálculos.
 () d) Não chego a fazer cálculos.
 () e) Outros: _____

5. Durante aulas de exercício de matemática:

- () a) Sinto-me cansado pois a aula é monótona e os exercícios repetitivos.
 () b) Considero-a tão cansativa quanto qualquer outra aula de matemática.
 () c) Sinto-me motivado a resolver todos os exercícios, para entender melhor.
 () d) Procuro copiar os exercícios de alguém que saiba mais que eu.
 () e) Outros: _____

ANEXO 2:

Prova Matemática para Avaliar o Desempenho na Solução de Problemas

RESOLVA OS PROBLEMAS DE 1 A 5 .

Caso necessite fazer algum cálculo, não o apague

1. Sabe-se que um coelho (independente do sexo) demora seis meses para tornar-se capaz de reproduzir (adulto). Cada casal produz, após dois meses de gestação, uma ninhada de três machos e três fêmeas. Iniciando com quatro casais de coelhos adultos (não-grávidos), depois de dez meses, quantos coelhos adultos você terá?
2. Quando o arroz custa R\$0,64 o quilo, ele representa 20% do preço do quilo de uma determinada marca de café. Qual o preço do quilo desse café?
3. No mês de agosto de 1997, uma editora vendeu 1300 exemplares de uma certa revista. Nos meses seguintes, a circulação da revista passou a apresentar um aumento mensal de 75 unidades. Dessa forma, o número de revistas vendidas mensalmente pode ser expresso da seguinte forma: $R=1300+75m$, onde R é o número de revistas vendidas num determinado mês, e m o número de meses, contados a partir de setembro de 1997. Mediante as condições acima, quantas revistas a editora espera vender, em outubro de 1998?
4. Ao dividir um certo número natural P por 45 encontramos 07 como resto. Qual será o resto deixado na divisão de $P+300$ por 45 ?
5. Um recipiente, quando cheio de água tem massa de 800g e, quando contém $\frac{3}{4}$ de sua capacidade com água tem massa de 640 g.
 - a. Qual a massa do recipiente vazio?
 - b. Qual a massa máxima de água que o recipiente pode conter?

ANEXO 3:

Testes para Avaliar a Habilidade para Perceber Relações e Fatos Concretos no Problema

Aluno:

Escola:

Examinador: _____

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Primeira Sessão

Série I.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo alguns problemas em que a pergunta não foi formulada.

Leia atentamente o problema e, a seguir, formule uma pergunta adequada à situação apresentada.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto desde a primeira leitura até a formulação da pergunta: _____

b) Número de leituras necessárias à formulação da pergunta: _____

c) Adequação da pergunta às informações contidas no enunciado do problema:

d) Outras observações relevantes: _____

SÉRIE I.A - Problemas sem pergunta formulada : Testes Aritméticos :

1. Vinte e cinco tubos de comprimento 5 m e 8 m enfileirados cobriram uma distância de 155 m.
2. Há 140 reais em dois caixas de uma loja. Se nós transferirmos 15 reais do primeiro caixa para o segundo, os dois caixas terão quantias iguais.
3. Alguns garimpeiros coletaram 65 kg de fragmentos metálicos, sendo que o que foi coletado de cobre e alumínio juntos supera em 1 kg o que foi coletado em zinco, e foi coletado em cobre 15 kg mais que em alumínio.
4. Eu fui às compras. Se paguei por minhas compras em notas de 5 reais, eu devo dar 8 notas mais que se eu pagasse em notas de 10 reais.
5. Um garoto tem o mesmo número de irmãos e irmãs e sua irmã tem metade do número de irmãs igual ao número de irmãos.
6. A velocidade de um trem de carga é 38 km por hora, e a de um trem de passageiros é de 57 km por hora. O primeiro deixa a estação A 7 horas antes do último, mas o último ultrapassa o primeiro e chega à estação B 2 horas antes do outro.
7. Para o final do dia restam $\frac{4}{5}$ do tempo que transcorreu desde que o dia começou.
8. Um ciclista faz uma viagem de A até B a 20 km por hora, mas retorna a 10 km por hora.

Aluno:

Escola: _____

Examinador: _____

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Primeira Sessão

Série II.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo alguns problemas, em que as informações do enunciado são insuficientes para solucioná-los.

Leia atentamente o problema e, a seguir, identifique qual a informação necessária para que o problema possa ser solucionado.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto desde a primeira leitura até a formulação da resposta: _____

b) Número de leituras necessárias à formulação da resposta: _____

c) Adequação da resposta às informações contidas no enunciado do problema:

d) Outras observações relevantes: _____

Série II.A - Problemas com informação incompleta : Testes Aritméticos :

1. Um trem é composto de vagões-tanque, vagões de carga e vagões de passageiros. Há 4 vagões-tanque menos que vagões de passageiros e 8 vagões-tanque menos que vagões de carga. Quantos vagões de cada tipo têm no trem?
2. Quanta água fervente e quanta água à temperatura ambiente são necessárias para produzir 10 litros de água à temperatura de 58°C ?
3. Uma classe recebeu cadernos regulares e especiais - 80 no total. Um caderno regular custa 8 reais, e um especial 2 reais. Quantos cadernos de cada tipo a classe recebeu?
4. Uma biblioteca possui um total de 6100 livros em russo, francês e inglês. Há 25% mais livros em francês que em inglês. Quantos livros há em cada idioma?
5. Metade do comprimento de um barbante mais 0,5 m foram cortados, então metade do que sobrou mais 0,5 m foram cortados, e finalmente metade do que sobrou pela segunda vez mais 0,5 m foram cortados. Então somente um pequeno pedaço de barbante sobrou. Encontre o comprimento inicial do barbante.
6. Um cão perseguindo uma raposa está a 30 m dela. O cão pode saltar 2m de cada vez e a raposa, 1 m de cada vez. Que distância deve percorrer o cão para alcançar a raposa?
7. Um pote de mel pesa 500 g. O mesmo pote pesa 350 g quando cheio de querosene. Quanto pesa o pote vazio?
8. A distância entre duas cidades é de 225 km. Dois trens partem delas simultaneamente : um trem de passageiro vindo da primeira (a 50 km/h) e um trem de carga vindo da segunda cidade (a 40 km/h). Quando os dois trens vão se encontrar?

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Primeira Sessão

Série III.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo alguns problemas que apresentam algumas informações que são desnecessárias à solução.

Leia atentamente o problema e, a seguir, identifique qual a informação desnecessária para que o problema possa ser solucionado.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto desde a primeira leitura até a formulação da resposta: _____

b) Número de leituras necessárias à formulação da resposta: _____

c) Adequação da resposta às informações contidas no enunciado do problema:

d) Outras observações relevantes: _____

Série III.A - Problemas com informação supérflua : Testes Aritméticos :

1. Num mercado, 24 sacos de batatas pesam 3 kg e 5 kg, com mais nos primeiros que nos últimos. O peso de todos os sacos de 5 kg juntos é igual ao peso de todos os sacos de 3 kg juntos. Quantos sacos de cada peso existem?
2. Há 40 veículos num estacionamento - carros e motocicletas. Juntos, há 100 rodas e 40 direções (volantes). Quantos veículos de cada tipo há no estacionamento?
3. Um garoto tinha alguns reais. Quando ele ganhou 14 reais a mais, ele comprou 4 lápis com todo seu dinheiro, pagando duas vezes mais por cada lápis que se tivesse comprado com a quantia inicial. Ele não era capaz de comprar mais um lápis com sua quantia de dinheiro inicial. Quanto dinheiro ele tinha antes de receber os 14 reais?
4. Quatro “pesos” juntos pesam 40 kg. Determine o peso do mais pesado, sabendo-se que cada peso é 3 vezes mais pesado que o próximo, e que o mais leve é 12 vezes mais leve que os dois intermediários juntos.
5. Um trem partiu da cidade A em direção à cidade B com velocidade de 48 km/h. Duas horas depois um segundo trem seguiu-o com velocidade de 56 km/h. A que distância do ponto inicial o segundo trem irá alcançar o primeiro, se a distância entre as cidades é de 1200 km, e há duas vezes mais vagões no primeiro trem que no segundo?
6. Uma biblioteca precisa encadernar alguns livros alemães, franceses e ingleses, cujo razão entre eles era de 3:2:1. Três livrarias ofereceram-se para fazer o serviço, cada uma trabalhando independentemente: a primeira em 20 dias, a segunda em 30 dias, a terceira em 60 dias. Então, como o trabalho precisava ser executado o mais rápido possível, foi decidido dar o trabalho para as três livrarias de uma única vez. Em quantos dias as três livrarias trabalhando simultaneamente concluirão o trabalho?

ANEXO 4:

**Testes para Avaliar a Habilidade para Formar
Generalizações, Encurtando o Raciocínio**

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Segunda Sessão

Série VI.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.A - Sistemas de problemas de diferentes tipos : Testes aritméticos :

1. Quanto pesa um peixe se sua cauda pesa 4 kg, sua cabeça pesa tanto quanto sua cauda e metade de seu corpo, e seu corpo pesa tanto quanto sua cabeça e sua cauda juntas?
2. Nós pagamos 4 reais e 80 centavos por 2 kg de um tipo de peixe e 3 kg de um segundo tipo de peixe. Se o preço do primeiro tipo fosse reduzido em 10% e o preço do segundo em 15%, então nós pagaríamos 4 reais e 20 centavos pela nossa compra. Quanto custa o kg de cada tipo de peixe?
3. Uma mãe e seu filho e sua filha gastaram juntos uma certa quantia de dinheiro, sendo que a mãe e o filho juntos gastaram 22 reais, e o filho e a filha juntos gastaram 15 reais, e a mãe e a filha juntas gastaram 20 reais. Quantos reais cada um gastou separadamente?
4. A pista de uma corrida de revezamento foi dividida em 4 partes. Nós precisamos encontrar o comprimento total da pista, sabendo-se que o comprimento da primeira e segunda partes juntas é de 100 m; da segunda e terceira, 200 m; da terceira e quarta, 300 m ; e da quarta e primeira, 400 m.
5. Quantos peixes foram pescados por um time de pescadores após 3 dias, sabendo-se que no primeiro dia pescaram 3,2 tanques, 1,5 vezes mais no segundo dia, e no terceiro dia 10% mais sobre o segundo?

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h____min.

Segunda Sessão

Série VI.B

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.B - Sistemas de problemas de diferentes tipos : Testes aritméticos :

1. Há alguns coelhos e algumas tocas. Se for colocado um coelho em cada toca, um coelho ficará sem toca. Se dois coelhos forem colocados em cada toca, uma toca permanecerá vazia. Quantos coelhos e quantas tocas existem?

2. Galinhas e coelhos estão correndo pelo terreiro. Juntos eles têm 35 cabeças e 94 pés . Quantas galinhas e quantos coelhos existem?

3. Se 5 crianças sentarem-se em cada banco numa sala de aula, 4 ficarão sem lugar. Se 6 crianças sentarem-se em cada banco, sobrarão 2 lugares. Quantas crianças e quantos bancos tem a sala de aula?

4. Um real foram trocados em moedas de 5 centavos e de 10 centavos. Quantas moedas de cada tipo foram necessárias, sabendo-se que foram usadas 13 moedas no total?

5. Uma garota está colando algumas fotografias num álbum. Se for colada uma fotografia em cada página, sobrarão 4 fotografias, e se 2 forem coladas em cada página, sobrá uma página vazia. Quantas fotografias existem e quantas páginas tem o álbum?

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Segunda Sessão

Série VI.C

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.C - Sistemas de problemas de diferentes tipos : Testes aritméticos :

1. De acordo com a previsão, uma fábrica de móveis deve fazer 48 mesas todo dia. No entanto, ela faz por dia 2 mesas a mais que o estipulado no planejamento. Dessa maneira, três dias antes do prazo final faltam apenas 100 mesas a fazer. Quantas mesas supostamente devem ser feitas?

2. Em 4 armazéns de uma fábrica de móveis foram guardados números idênticos de mesas prontas. Quando 90 mesas foram retiradas de cada armazém sobrou junto nos quatro armazéns, tantas mesas quanto havia em cada armazém anteriormente. Quantas mesas haviam sido guardadas em cada armazém?

3. Foi solicitado a um viveiro transplantar um certo número de árvores e um determinado período de tempo para que o transplante fosse efetuado. Se o viveiro transplantar 240 árvores por dia, então serão transplantadas 400 árvores menos que o planejado. Se transplantar 280 árvores diariamente, transplantará 200 árvores mais que o planejado. Quantas árvores o viveiro deve transplantar, e em que período de tempo isto deve ser feito?

4. Dois operários numa fábrica de móveis trabalham pelo mesmo salário. O primeiro fez $\frac{3}{5}$ do trabalho, e o segundo fez o restante. O segundo operário recebeu 8 reais. Quanto o primeiro operário recebeu por seu trabalho?

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h____min.

Segunda Sessão

Série VI.D

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.D - Sistemas de problemas de diferentes tipos : Testes aritméticos :

1. Um carro viajou a distância de A até B à velocidade de 20 km/h e voltou com uma velocidade de 30 km/h. Qual foi sua velocidade escalar média no percurso completo?

2. A distância entre A e B é de 135 km. Um caminhão partiu de A em direção a B e um carro partiu, também de A em direção à B, 1 hora e 10 minutos depois. Determine a velocidade de cada veículo , sabendo-se que o carro viajou com o dobro da velocidade do caminhão e chegou em B 20 minutos antes.

3. Um navio viaja a uma velocidade constante do porto A para o porto B e volta. Se houver corrente a viagem pode ser concluída mais rapidamente?

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Segunda Sessão

Série VI.E

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.E - Sistemas de Problemas de tipos diferentes : Testes aritméticos :

1. Um antigo problema: um homem levou 14 dias para beber uma tina de água sozinho, junto com sua esposa levaram 10 dias para beber uma tina de água . Quanto tempo sua esposa levaria para beber uma tina de água sozinha?

2. Uma família de duas pessoas usa 20 litros de água por dia. Nos sábados esse consumo é aumentado em 15%, mas nos domingos é diminuído em 7,5%. Em quantas semanas essa família consumirá 424,5 litros de água?

3. Um datilógrafo pode datilografar 1000 cartões bibliográficos em p horas, um segundo em q horas. Em quantas horas eles datilografarão os 1000 cartões juntos?

4. Um antigo problema: um leão come uma ovelha em 2 horas, um lobo pode fazer o mesmo em 3 horas, e um cão em 6 horas. Quanto tempo demorarão para comer a ovelha juntos?

5. Uma piscina é cheia de água por um cano em 1 dia (período de 24 horas), por um segundo cano em 2 dias, e por um terceiro em 3 dias. Em quanto tempo a piscina estará cheia se os três canos forem abertos conjuntamente?

6. Dois turistas estão nos pontos A e B, respectivamente. O primeiro percorre a distância entre A e B em x horas, o segundo em y horas. Em quantas horas os dois turistas encontrarão, sabendo-se que ambos deixaram os pontos A e B no mesmo instante, com o objetivo de um encontrar ao outro.

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Segunda Sessão

Série VI.F

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Alguns deles são semelhantes externamente. Outros são semelhantes em suas estruturas de solução. Agrupe os problemas cujas estruturas são semelhantes, se possível sem solucioná-los.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para a conclusão do agrupamento: _____

b) Número de tentativas: _____

c) Necessidade de esboçar a solução dos problemas:

d) Outras observações relevantes: _____

Série VI.F - Sistemas de Problemas de Diferentes tipos : Testes aritméticos :

1. Algumas crianças juntaram 13 reais e compraram 55 ingressos para teatro e cinema. Quantos ingressos de cada tipo eles compraram se cada ingresso para o teatro custa 35 centavos e cada ingresso para o cinema custa 10 centavos?

2. Um auditório é iluminado por 100 lâmpadas elétricas. Acender uma lâmpada grande por uma noite custa 1,5 centavos, e uma pequena custa 1 centavo. Quantas lâmpadas grandes e pequenas há no total, sabendo-se que o total gasto numa noite acendendo-se todas as lâmpadas é de 1,35 reais?

3. Um trem é composto de vagões com dois, três e quatro eixos de roda, com número idêntico de vagões com três e quatro eixos. O número total de vagões é 36, e o número de eixos é 111. Encontre o número de vagões de cada tipo.

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h ____min.

Terceira Sessão

Série VIII.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Inicialmente, familiarize-se com o problema, se possível sem solucioná-lo.

A seguir, formule o maior número possível, com mesma estrutura do problema original, e quantidades e assuntos diferentes.

Por último, formule problemas com estrutura diferente do problema original.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Necessidade de solucionar os problemas para familiarizar-se: _____

b) Tempo gasto para a formulação de cada problema: _____

c) Número de problemas formulados de cada tipo: _____

d) Adequação dos problemas formulados: _____

e) Outras observações relevantes: _____

SÉRIE VIII.A - Composição de Problemas de um dado tipo : teste aritmético :

1. Dois operários, trabalhando 9 horas, fazem 243 peças. Um deles fez 13 peças em 1 hora. Quantas peças fez o outro em 1 hora?

2. Três pescadores passaram a noite num pesqueiro. Todos eram fumantes, mas apenas um tinha um maço aberto de cigarros. Eles dividiram os cigarros igualmente. Pela manhã cada um tinha fumado três cigarros, e somando os cigarros que sobraram dos três juntos era exatamente a quantidade que cada um tinha inicialmente. Quantos cigarros cada pescador tinha quando os cigarros foram igualmente divididos?

3. Supõe-se que um ciclista esteja em seu destino em um determinado momento. Sabe-se que se ele viajar à velocidade de 15 km por hora, chegará uma hora antes. Porém, se a sua velocidade for de 10 km por hora, ele chegará no destino uma hora atrasado. Qual a velocidade ele deveria ter para chegar ao destino na hora exata?

4. Compramos dois tipos de carnes por 36 reais. Compramos 1,5 kg mais de carne do segundo tipo que do primeiro, mas pagamos o mesmo pelas carnes de cada tipo. Se 5 kg de cada tipo de carne fossem comprados, sobrariam 9 reais de troco. Encontre o preço de cada carne.

ANEXO 5:

Testes para avaliar a memória matemática

Aluno:

Escola:

Examinador:

Data: ____/____/____

Horário: ____h____min.

Terceira Sessão

Série XXII.A

INSTRUÇÕES:

Você receberá uma série de cartões contendo problemas matemáticos. Leia-o com muita atenção.

(Imediatamente após o cartão ser recolhido) reproduza o problema que acabou de ler. caso não seja capaz reproduza o que for possível: estrutura do problema, relações entre os fatos, dados numéricos, etc.

OBSERVAÇÕES DO EXAMINADOR:

a) Tempo gasto para reproduzir informações contidas no problema: _____

b) Informações que foi capaz de reproduzir corretamente: _____

c) Outras observações relevantes: _____

SÉRIE XXII.A - Problemas com termos difíceis de recordar : testes aritméticos

1. No primeiro dia $\frac{2}{11}$ das batatas de um armazém foram vendidas, duas vezes mais foi vendida no segundo dia, e $\frac{1}{5}$ do restante no terceiro dia, depois disso sobraram 48 toneladas. Quantas batatas haviam no armazém?

2. Em um trem são vendidas 40 passagens para a primeira e segunda classe. A passagem para a primeira classe custa 8 reais e a passagem para a segunda classe custa 5 reais. Quantas passagens foram vendidas para a primeira classe se sua soma excede 190 reais à soma das passagens de segunda classe?

3. Este e aquele, um meio disto e daquilo, qual é a porcentagem de $\frac{3}{4}$ disto e daquilo?
4. O número 80 é dividido em duas partes diferentes, tal que a metade da parte maior é 10 a mais que a parte menor. Quais são essas duas partes?
5. Quatro canos são conectados num tanque. Quando os canos 1, 2 e 3 estão abertos o tanque é cheio em 12 minutos; quando os canos 2, 3 e 4 estão abertos, isso leva 15 minutos; quando apenas os canos 1 e 4 estão abertos, demora 20 minutos. Quanto tempo levará para encher o tanque se os quatro canos estiverem abertos?
6. Uma indústria recebeu um pedido de um certo número de máquinas agrícolas, e um determinado prazo para a entrega. Porém se a indústria produzir 240 máquinas por dia, serão produzidas 400 máquinas a menos que o combinado para a entrega no prazo. Se a indústria produzir 280 máquinas por dia, então serão 200 prontas a mais dentro do prazo. Quantas máquinas foram solicitadas e qual o prazo combinado?

ANEXO 6:

Escala de atitudes com relação à Matemática

ESCALA DE ATITUDES COM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

(Aiken e Dreger, 1961, Aiken, 1963)
(Adaptada e validada por Brito, 1994, 1995)

INSTRUÇÃO: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que pessoas apresentam com relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta com relação à Matemática.

01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.

() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente

02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.

() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente

- 03-** Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 04-** A Matemática é fascinante e divertida.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 05-** A Matemática me faz sentir seguro(a) e é, ao mesmo tempo estimulante.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 06-** “Dá um branco” na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 07-** Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 08-** A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 09-** O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 10-** A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 11-** A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 12-** Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 13-** Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 14-** Eu gosto realmente da Matemática.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 15-** A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 16-** Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a).
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 17-** Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que mais me dá medo.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 18-** Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente
- 19-** Eu me sinto tranquilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.
() Discordo Totalmente () Discordo () Concordo () Concordo Totalmente

20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.

(☐) Discordo Totalmente (☐) Discordo (☐) Concordo (☐) Concordo Totalmente

21- Não tenho bom desempenho em Matemática.

(☐) Discordo Totalmente (☐) Discordo (☐) Concordo (☐) Concordo Totalmente