

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

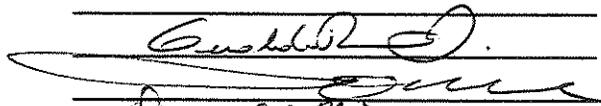
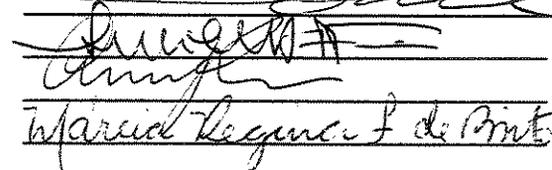
TESE DE DOUTORADO

**INFLUÊNCIAS DAS HABILIDADES E DAS ATITUDES EM
RELAÇÃO À MATEMÁTICA E A ESCOLHA PROFISSIONAL**

Elizabeth Adorno de Araujo

Orientadora: Márcia Regina F. de Brito

COMISSÃO JULGADORA:



Márcia Regina F. de Brito

1999

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	Ar 15d
V.	Ex.
TÍTULO	BC/40688
PROG.	278/00
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	\$99,00
DATA	25/03/00
N.º CPD	

CM-00135105-0

**CATALOGAÇÃO NA FONTE ELABORADA PELA BIBLIOTECA
DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP**

Ar15i

Araujo, Elizabeth Adorno.

Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional / Elizabeth Adorno Araujo. – Campinas, SP : [s.n.], 1999.

Orientador : Márcia Regina Ferreira de Brito.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Educação matemática. 2. Capacidade matemática.
3. Atitudes (Psicologia). 4. Vocação. 5. Álgebra. I. Brito, Márcia Regina Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Este exemplar corresponde à redação
final da tese de doutorado defendida
por Elizabeth Adorno de Araujo e
aprovada pela comissão julgadora .

Campinas, 17 de Novembro de 1999

Márcia Regina J. de Brito

*Dedico este trabalho ao meu marido,
Jairo, e aos meus filhos, Guilherme,
Inaê e Ceci, com amor*

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida e que tem sempre guiado os meus passos.

Aos jovens que participaram com entusiasmo deste trabalho, permitindo a coleta dos dados. E, também, às escolas e aos cursos universitários que abriram as portas para a realização da pesquisa.

À professora Márcia Regina F. de Brito, que possibilitou, com sua orientação, leitura e sugestões, que este trabalho acontecesse. Aos professores desta pós-graduação que, com carinho e dedicação, me receberam e me guiaram.

À banca, que participou da qualificação deste trabalho, e o enriqueceu com suas preciosas contribuições.

Ao meu grande companheiro Jairo, que sempre me apoiou em todos os momentos da minha vida, e que, juntamente com nossos filhos, Guilherme, Inaê e Ceci, é parte importante deste trabalho, seja pela compreensão nas ausências ou por compartilhar os momentos difíceis e as minhas angústias neste caminhar.

Aos meus pais, pelo sacrifício que fizeram para que eu pudesse investir nos meus estudos, e pela confiança que sempre em mim depositaram. Ao meu sogro, Osvaldo, pelo seu constante incentivo.

Aos companheiros do grupo de estudo PSIEM e aos amigos do COPEMA, com quem tanto aprendi, e pela amizade e carinho demonstrados. À Irene Cazorla pela assessoria na análise estatística.

À PUC – Campinas que ofereceu condições para a minha capacitação.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO.....	x
ABSTRACT.....	xi
INTRODUÇÃO	
INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA.....	1
CAPÍTULO 1	
O DESEMPENHO MATEMÁTICO.....	7
CAPÍTULO 2	
HABILIDADES MATEMÁTICAS E ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA	
2.1 HABILIDADE MATEMÁTICA.....	15
2.2 O ESTUDO DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS DE V. A. KRUTETSKII	22
2.2.1 OBTENÇÃO DA INFORMAÇÃO MATEMÁTICA NA SOLUÇÃO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	29
2.2.2 PROCESSAMENTO DA INFORMAÇÃO MATEMÁTICA	
– Habilidade para generalizar objetos, relações e operações matemáticas.....	30
– Habilidade para “resumir” o processo do raciocínio matemático e o sistema de operações correspondentes; a habilidade para pensar através de estruturas reduzidas	31
– Flexibilidade dos processos mentais.....	32
– Esforço para esclarecer, simplificar e racionalizar soluções.....	33
– Habilidade para a reversibilidade do processo mental.....	33
2.2.3 - RETENÇÃO DA INFORMAÇÃO MATEMÁTICA.....	34
2.2.4 - COMPONENTE GERAL SINTÉTICO.....	35
– Inteligência e Habilidade Matemática.....	36
– A Mente Matemática.....	37

2.3 A APRENDIZAGEM E O PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES	39
--	-----------

2.4 AS ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA	44
--	-----------

CAPÍTULO 3

ALGUNS FATORES RELACIONADOS À ESCOLHA PROFISSIONAL

3.1 O CENÁRIO	52
----------------------------	-----------

3.2 O MOMENTO DA ESCOLHA	59
---------------------------------------	-----------

3.3 FATORES SOCIAIS E O MOMENTO DA ESCOLHA PROFISSIONAL	61
--	-----------

3.4 PRINCIPAIS INFLUÊNCIAS NA ESCOLHA PROFISSIONAL	63
---	-----------

3.5 A MATEMÁTICA E A ESCOLHA PROFISSIONAL	64
--	-----------

CAPÍTULO 4

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ÁLGEBRA

4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ÁLGEBRA	67
---	-----------

4.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS PERTINENTES AO ENSINO/APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA	69
---	-----------

4.3 PROBLEMAS ALGÉBRICOS COM ENUNCIADOS	73
--	-----------

CAPÍTULO 5

PROBLEMA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS

5.1 O PROBLEMA	76
-----------------------------	-----------

5.2 OS OBJETIVOS DA PESQUISA	77
---	-----------

5.3 OS SUJEITOS	78
------------------------------	-----------

5.4 OS INSTRUMENTOS UTILIZADOS NA INVESTIGAÇÃO	79
---	-----------

5.5 OS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS NAS DUAS ETAPAS DA PESQUISA.....	83
5.6 PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA	87

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS – PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA

6.1 ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS NA PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA POR ÁREA E NÍVEL DE ENSINO	
6.1.1 ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS OBTIDOS COM OS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR	88
– Considerações Gerais - Ensino Superior	108
6.1.2 ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS OBTIDOS COM OS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO	120
– Considerações Gerais - Ensino Médio	134
6.2 RELAÇÃO DAS VARIÁVEIS COM A AUTOPERCEPÇÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA, COM A ATITUDE DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E COM O DESEMPENHO NO TESTE ALGÉBRICO.	141
6.2.1 ANÁLISE DAS VARIÁVEIS QUE ESTÃO SIGNIFICATIVAMENTE RELACIONADAS NO ENSINO SUPERIOR	
– Autopercepção de desempenho em matemática durante o ensino médio.....	143
– Atitude em relação à matemática dos sujeitos do ensino superior	146
– Teste algébrico dos sujeitos do ensino superior.....	150

6.2.2 ANÁLISE DAS VARIÁVEIS QUE ESTÃO SIGNIFICATIVAMENTE RELACIONADAS NO ENSINO MÉDIO	
– Autopercepção do desempenho em matemática dos sujeitos do ensino médio.....	157
– Atitude em relação à matemática .dos sujeitos do ensino médio.....	159
– Teste algébrico dos sujeitos do ensino médio.....	163
6.3 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE O DESEMPENHO ALGÉBRICO E A ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA	
6.3.1 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE O DESEMPENHO NO TESTE ALGÉBRICO	164
6.3.2 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE A ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA.....	165
6.4 RELACIONAMENTO DO DESEMPENHO ALGÉBRICO E DA ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA POR ÁREA E POR NÍVEL DE ENSINO.....	167
CAPÍTULO 7	
RESULTADOS E ANÁLISE DA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA.....	169
ANÁLISE E CATEGORIZAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS	178
1- PROCEDIMENTO DO TIPO A_1	180
2 – PROCEDIMENTO DO TIPO A_2	182
3 – PROCEDIMENTO DO TIPO NA_2	186
4 – PROCEDIMENTO DO TIPO NA_3	187
5 – PROCEDIMENTO DO TIPO NA_4	188
OUTROS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS.....	192

CAPÍTULO 8	
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	197
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	210
ANEXO 1	
QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR	219
ANEXO 2	
QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO	221
ANEXO 3	
ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA.....	223
ANEXO 4	
TESTE DE ÁLGEBRA.....	224
ANEXO 5	
PROBLEMAS ALGÉBRICOS	226
ANEXO 6	
GRÁFICOS: DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA & ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA DE ACORDO COM A ÁREA E NÍVEL DE ENSINO.....	227
ANEXO 7	
TABELAS: DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS DA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA E PROCEDIMENTOS INDIVIDUAIS NO TESTE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA.....	229

RESUMO

O objetivo da presente pesquisa foi investigar a existência de relações entre a escolha profissional e as habilidades e atitudes em relação à matemática. Investigou também a forma como alunos, de diferentes níveis de habilidade matemática, das áreas de exatas, biológicas e humanas resolviam problemas algébricos. Os sujeitos foram 145 alunos concluintes do ensino médio, de uma escola pública e uma particular e 233 universitários. Os instrumentos foram: questionário, escala de atitude, teste contendo 10 questões gerais de álgebra e uma série de problemas algébricos.

Os resultados apontaram diferenças no desempenho entre as áreas, e a de exatas foi superior às outras. Na escola particular o desempenho foi melhor, porém na pública as atitudes foram mais positivas. A atitude em relação à matemática foi mais positiva para os sujeitos de exatas, nos dois níveis. A maioria da área de humanas, no ensino superior, zerou no teste, demonstrando um desconhecimento total do assunto. Dentre as variáveis analisadas, a autopercepção de desempenho mostrou forte relação com o desempenho e com a atitude em relação à matemática.

No processo de solução de problemas, os alunos “menos capazes” não utilizaram de procedimentos algébricos, recorrendo a estimativas ou simplesmente realizando operações com os números do enunciado. Ocorreram erros devido a dificuldades da própria álgebra, tanto em nível conceitual quanto pelo uso incorreto de propriedades ou operações. Os resultados evidenciam a necessidade de um trabalho escolar que busque tornar o ensino da álgebra mais significativo para todos os indivíduos, independentemente de sua opção profissional.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate the relationship between career choice and abilities and attitudes towards mathematics. It was investigated the way students of different levels of mathematical abilities from the fields of exact sciences, biology and humanities solved algebra problems. The subjects were 145 high school students from a public and a private school in their senior year, and 233 university students. The instruments used were: a questionnaire, an attitude scale, a test containing 10 general questions on algebra and a series of algebra problems.

The results showed differences in the performance of students from the different areas, and those from exact sciences had superior performance. The performance in the private school was better; however, in the public school the attitudes were more positive. The attitude towards mathematics was more positive among the subjects from exact sciences, at both levels. Most subjects from humanities, at university, failed the test completely, which showed total lack of knowledge on the subject matter. Among the variables analyzed, the subject's self-perception of performance showed a strong relationship with the performance and with the attitude towards mathematics.

In the process of problem solving, the "less capable" students did not use algebra procedures, but rather resorted to estimates, or simply carried out operations with the numbers from the proposal. There were mistakes due to algebra difficulties, at a conceptual level and due to the incorrect use of properties or operations. The results clearly show the need for school work that aims at making the teaching of algebra more significant for all individuals, regardless of their career choice.

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO À ÁREA GERAL DO PROBLEMA

A atual estrutura do ensino, em nosso país, a superação das dificuldades que se apresentam para a melhoria do ensino da matemática a fim de se obter um ensino eficiente e que atinja um contingente maior de alunos, constituem alguns dos grandes desafios da Educação Matemática. Tais desafios necessitam de esforço conjunto na busca de soluções.

A experiência, como docente do ensino superior, em cursos vinculados à área de exatas, mostrou que muitos alunos ingressantes possuem falhas conceituais graves, relacionadas aos conteúdos de matemática já estudados no ensino fundamental e médio, apresentando dificuldades para acompanharem as aulas, para realizarem demonstrações simples e mesmo para generalizar resultados. Procuram sempre um caminho baseado em modelos padronizados para resolverem as atividades matemáticas, buscando apenas encontrar uma "fórmula" para cumprir uma tarefa proposta. Alunos de outras áreas, com frequência, parecem desinteressados e têm atitudes negativas frente à matemática e ao seu ensino; além de apresentarem deficiências na compreensão de conteúdos anteriormente estudados no ensino fundamental.

Os cursos de licenciatura em matemática, que formam professores, profissão que atualmente goza de pouco prestígio social, recebem muitos alunos com dificuldades para trabalhar os conteúdos matemáticos. Esse preparo insuficiente dos alunos ingressantes impede-os de acompanhar, satisfatoriamente, as disciplinas do curso. Isso constitui um alerta para a necessidade de disciplinas de nivelamento com o objetivo de suprir essa deficiência.

Que leva os alunos que não possuem um bom desempenho em matemática e, muitas vezes, desconhecem os conteúdos básicos por não terem tido uma preparação anterior adequada, a procurar um curso que privilegia a matemática? Até que ponto a escolha profissional é influenciada pelas atitudes em relação à matemática? Existe influência das habilidades, na escolha profissional?

O estudo dessas questões foi incentivado pela leitura dos trabalhos de Krutetskii (1976), psicólogo russo, que desenvolveu um estudo buscando delinear, de maneira geral, a

estrutura das habilidades matemáticas. Também foi subsidiado pelos trabalhos de pesquisa levados a efeito com o objetivo de conhecer as atitudes dos alunos em relação à matemática. Constatar a “frustração” que muitas pessoas sentem no contato com a referida matéria e, por outro lado, descobrir o imenso prazer que outras encontram com o estudo dessa disciplina, direcionaram o caminho da presente investigação.

O momento rico e novo de possibilidades profissionais que se descortina neste final de milênio leva o jovem que hoje necessita fazer uma opção profissional, a várias indagações sobre a escolha do curso, o gosto por uma determinada área, as profissões do futuro, as expectativas pessoais e da família e as habilidades necessárias para a auto realização profissional.

Os fatores que influenciam na escolha profissional do indivíduo são numerosos, e as habilidades e as atitudes das pessoas em relação a essa ou aquela área específica são sempre destacadas. Com a inserção, cada vez maior, da matemática em todas as áreas do conhecimento, um maior ou menor grau de habilidade nessa disciplina é exigido dos indivíduos, nas mais diversas profissões. Em concursos, para as mais diferentes profissões, geralmente são colocadas questões matemáticas.

Kilpatrick (1994) destacou que a matemática tem sido historicamente considerada um tema complexo no contexto escolar e, talvez, por esta razão tem sido utilizada como filtro que seleciona elementos úteis à estrutura do poder, um filtro selecionador de lideranças.

De acordo com D'Ambrósio (1990):

"A Matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, (...), a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo como o modo de pensamento lógico e racional que passou a identificar a própria espécie. Do Homo sapiens se fez recentemente uma transição para o Homo rationalis. Este último é identificado pela sua capacidade de utilizar matemática, uma mesma matemática para toda humanidade e, desde Platão, esse tem sido o filtro utilizado para selecionar lideranças." (D'Ambrósio, 1990, p.10).

A dificuldade que muitos encontram diante da matemática escolar leva ao questionamento do sistema educacional, dos seus objetivos, de como se processa o ensino e da concepção dos professores em relação à matemática e ao seu ensino. Essas questões passam, necessariamente, pela formação dos professores, pelos currículos e pelos materiais didáticos disponíveis.

Em relação ao ensino pode-se perguntar: Que acontece na maioria das salas de aulas? Como está se realizando o ensino da matemática? Sabe-se que a postura que ainda impera em muitas das nossas escolas é a de alunos sentados em suas carteiras, em fileiras, silenciosos, diante de teorias apresentadas por seus professores as quais terão que ser repetidas nos exercícios que farão em seus cadernos. Isso parece confirmar a opinião de Fremont (1979) de que, para assegurar a aprendizagem, os professores pensam ser necessário e suficiente "encher completamente a garrafa vazia", ou seja, o professor, conhecedor do conteúdo, deve "despejar" esse conhecimento dentro dos estudantes que ainda não o possuem. A questão do êxito da aprendizagem está na velocidade e na repetição desse "despejar".

Reforçando as concepções acima, Imenes (1989), analisando a matemática que é apresentada nos livros didáticos, concluiu que ela se apresenta descontextualizada, isto é, desligada da vida e das coisas que as pessoas fazem, não se relacionando com as outras áreas do saber e nem com as artes. Acrescentou que a matemática vem sendo apresentada de forma a-histórica. Esse modo de apresentar a matemática, como um corpo de conhecimento pronto e acabado, não permite que os estudantes participem da construção do seu conhecimento.

Atualmente existem situações inovadoras em aulas de matemática, segundo diversos relatos de experiências realizadas em algumas partes do mundo (Poletini, 1996; Poblete, Gusmán e Méndez, 1996; Cooney e Hirsch, 1990; D' Ambrósio 1993; dentre outras) apontando para um ensino-aprendizagem no qual os alunos participam ativamente do processo.

O "*National Council of Supervisors of Mathematics*" (1990) no documento "*A Matemática Essencial para o Século XXI*" destaca que é primordial que a pessoa tenha uma profunda compreensão dos relativos conceitos e princípios, raciocine e se comunique claramente em matemática, reconheça e enfrente, com confiança, os problemas matemáticos. Para alcançar esses objetivos, o referido documento ressalta a necessidade de um ambiente de aprendizagem onde os alunos explorem a matéria com métodos adequados de ensino, uma vez que a simples transmissão de técnicas, de conceitos, de propriedades que são memorizados

através da repetição, nem sempre leva a resultados satisfatórios. Pode-se observar, ainda hoje, alunos que se frustram e não conseguem ter um desempenho satisfatório nas aulas de matemática, muitas vezes por não perceberem sua utilidade. Conforme Orton (1990) “*é possível que, não entendendo a matemática, os alunos se sintam frustrados, experimentem ansiedade e cheguem a rechaçar a matemática como atividade significativa e valiosa*” (p.12).

Fremont (1979) já ressaltava que muitos esforços haviam sido feitos, em todo o mundo, para mudar o currículo e as estratégias do ensino da matemática, porém, os fracassos eram frequentes devido aos processos de avaliação externa à escola.

Em concursos, como em muitos vestibulares, são cobrados, até hoje, aspectos que valorizam mais os recursos de memória que os de interpretação e de raciocínio. Mudanças de enfoque devem ser acompanhadas de mudanças nos sistemas de avaliação externa, que devem levar em conta também as mudanças na prática docente.

Com a finalidade de contribuir para a melhoria do ensino da matemática essa pesquisa, em um primeiro momento, investigou a existência de relações entre a escolha profissional e as habilidades e atitudes em relação à matemática, tendo como sujeitos, alunos concluintes do ensino médio e alunos que cursavam o primeiro ano da universidade em diferentes áreas de conhecimento: exatas, biológicas e humanas.

Posteriormente, foi realizada uma análise sobre a forma como os alunos, com diferentes níveis de habilidades matemáticas e diferentes opções profissionais, resolviam problemas matemáticos, destacando suas diferenças e semelhanças. Esta análise teve por objetivo completar a primeira etapa da pesquisa, possibilitando uma compreensão mais global das relações entre as variáveis selecionadas para o estudo.

Neste sentido, o problema principal da presente pesquisa foi formulado da seguinte maneira: **Existem relações entre as habilidades matemáticas, as atitudes relacionadas à matemática e a escolha profissional?**

Espera-se que os aspectos que foram enfocados neste trabalho, contribuam para a melhoria do processo ensino/aprendizagem da matemática, uma vez que poderiam colaborar para uma melhor compreensão da dimensão e da abrangência das habilidades e das atitudes em relação à matemática na vida dos indivíduos, considerando suas escolhas profissionais.

Assim, os capítulos deste trabalho foram organizados da seguinte maneira:

No **Capítulo 1 – DESEMPENHO MATEMÁTICO** – são destacadas pesquisas que compararam o desempenho matemático de alunos de diferentes países, analisando alguns fatores que contribuíram para o fraco desempenho. Pesquisas, realizadas no Brasil, retratavam o fraco desempenho matemático dos alunos em diversos níveis de escolaridade. A revisão da literatura mostrou que as diferenças de desempenho podem estar relacionadas a diversos aspectos, dentre eles destacam-se as habilidades e as atitudes em relação à matemática.

No **Capítulo 2 – HABILIDADES MATEMÁTICAS E ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA** – são apresentados o estudo das habilidades matemáticas nas abordagens psicométrica e cognitiva e alguns aspectos da teoria Krutetskii sobre a estrutura da habilidade matemática, relacionando-os com outros trabalhos desenvolvidos na teoria do processamento de informações. Um segundo aspecto desenvolvido relaciona-se à questão das atitudes em relação à matemática, para o qual foi considerada a pesquisa desenvolvida por Brito (1996a), que trouxe uma importante revisão sobre os trabalhos publicados sobre este tema.

No **Capítulo 3 – ALGUNS FATORES RELACIONADOS À ESCOLHA PROFISSIONAL** – são estudados diferentes fatores que permeiam a escolha profissional dos indivíduos, com o objetivo de propiciar uma visão mais clara de diversas variáveis que interferem nessa escolha. Neste capítulo são apontadas algumas pesquisas que trazem inferências relativas às influências das atitudes e das habilidades em relação à matemática, na escolha profissional.

Ressalta-se que, entre outros fatores, que contribuem para esta relação, poderiam ser apontadas as dificuldades dos alunos de utilizarem os conceitos básicos de álgebra, sendo, provavelmente, consequência de um ensino que privilegia a técnica ao invés da compreensão. Apesar de pouco questionado, o ensino de álgebra tem sido a tônica no ensino de matemática de 7ª e 8ª série do ensino fundamental, sendo, geralmente, no ensino superior exigido dos alunos um conhecimento ou domínio da álgebra elementar e de suas relações. Justifica-se a opção pela área da álgebra, neste trabalho, pela sua inerente exigência, pelas questões que envolvem o seu ensino e pelas dificuldades que muitos alunos encontram diante do pensamento algébrico.

No **Capítulo 4 – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ÁLGEBRA** – são abordados aspectos relacionados à Álgebra e à análise de questões que envolvem o seu ensino.

No **Capítulo 5 – PROBLEMA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS** – são apresentados o problema e os objetivos da pesquisa, a descrição dos sujeitos, os métodos de coleta de dados e os procedimentos adotados para o desenvolvimento do trabalho e para a análise dos resultados.

No **Capítulo 6 – RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS – PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA** – são apresentados os quatro estágios do trabalho: no primeiro estão descritos os dados coletados no primeiro momento da pesquisa, bem como a análise dos resultados, considerando a área de opção e o nível de ensino, procurando responder às questões propostas; no segundo, a exploração das relações das diversas variáveis com a expectativa do aluno quanto ao seu desempenho em matemática, a atitude em relação à matemática e o desempenho no teste algébrico, essa análise foi realizada considerando-se o nível de ensino; o terceiro estágio que verificou a existência da interação do nível de ensino e da área de opção profissional sobre o desempenho no teste algébrico e sobre a atitude em relação à matemática; e o último, no qual buscaram-se as relações entre o desempenho no teste algébrico e a atitude para com a matemática nos dois níveis de ensino.

No **Capítulo 7 – RESULTADOS DA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA** – são descritas as análises das soluções apresentadas pelos sujeitos aos problemas algébricos, que fazem parte da segunda etapa desta pesquisa, ressaltando aspectos algébricos inerentes ao processo.

No **Capítulo 8 – CONSIDERAÇÕES FINAIS** – além das conclusões são apresentadas algumas implicações metodológicas dos resultados obtidos através da análise dos dados.

Em seguida, são apresentadas as **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** desta pesquisa e os anexos, contendo os instrumentos utilizados.

Convém salientar que a revisão bibliográfica, dada a amplitude da área e dos diversos aspectos que envolvem o presente trabalho, foi realizada e agrupada aos temas desenvolvidos ao longo dos capítulos.

Assim, a presente pesquisa busca contribuir para uma possível reflexão sobre as habilidades e as atitudes em relação à matemática no contexto da educação matemática. Além disso, como no final de cada etapa começa um novo caminhar, novos questionamentos emergem e a procura de respostas abre novos horizontes.

O DESEMPENHO MATEMÁTICO

CAPÍTULO 1

O DESEMPENHO MATEMÁTICO

“O conhecimento de como e porque as crianças de diferentes nações variam na rapidez e nível de desempenho matemático é fundamental, porque as habilidades matemáticas básicas e a subsequente força de trabalho influenciam fortemente o bem estar econômico das respectivas nações” (Bishop, 1989, in Geary, 1995, p.231).

Geralmente, a família e a escola, elementar e média, que para muitos constitui uma ponte para o ensino superior, centram, no desempenho do aluno, a expectativa de ingresso na universidade. Historicamente, a maioria das escolas volta o seu ensino para o exame vestibular a que os alunos deverão se submeter, ao final do ensino médio. Inúmeros estudos comparativos de desempenho, envolvendo alunos de diferentes países, têm sido realizados nas ultimas décadas utilizando a matemática. Tal utilização torna-se possível pela universalidade desta ciência, pois a matemática é a única disciplina que apresenta um caráter de universalidade dentro do sistema educacional, como citou D’Ambrósio (1990):

“Todas as escolas de todo o mundo, em todas as séries e graus ensinam a mesma Matemática. O que uma criança brasileira de 10 anos aprende é o mesmo que aprende uma africana ou japonesa. A Matemática tornou-se o substrato de todo o pensamento moderno, a ponto de parecer algo imutável e que todos adotam como necessário para a manutenção global do sistema de dominação.” (p. 9).

Observando as diferenças obtidas em um estudo envolvendo vários países, Geary (1995) afirmou que as habilidades matemáticas podem influenciar a produtividade econômica do trabalhador, o seu salário e também a sua estabilidade no emprego.

A partir dos anos sessenta, vários países passaram a utilizar a aplicação de provas de desempenho matemático e a comparar os resultados entre si. Dessa comparação pôde-se perceber que as crianças americanas apresentaram um baixo rendimento. De acordo com

Geary (1995), estes resultados levaram os Estados Unidos em 1991, no documento *América 2000*, a estabelecer, como uma das principais metas, a melhoria do desempenho matemático das crianças americanas. Segundo tal documento: “os estudantes americanos deverão ser os primeiros do mundo em desempenho em ciências e matemática até o ano 2000” (p.231).

O referido autor relatou vários estudos, comparando o desempenho em matemática de crianças de diversos países: o primeiro, em 1964, do qual participaram doze países (Austrália, Bélgica, Inglaterra, Finlândia, França, Alemanha, Holanda, Israel, Japão, Escócia, Suécia e Estados Unidos), comparava crianças de treze e de dezessete anos; o segundo, realizado em 1981, envolveu vinte e quatro países, incluindo vários do terceiro mundo. Mais recentemente, em 1991, realizou-se um estudo em que participaram crianças de nove e treze anos de vinte países. Além desses estudos, o autor citou também as pesquisas de Stevenson, em 1980 e 1990, que comparou as habilidades matemáticas básicas de crianças de 1ª e de 5ª séries do Japão, Taiwan e Estados Unidos. Todos esses estudos revelaram que as crianças americanas estavam entre as que apresentaram os piores resultados em matemática e a diferença aumentava a cada série sucessivamente.

Neste mesmo trabalho, Geary (1995) buscou analisar as causas destas diferenças. Entre elas concluiu que uma das crenças americanas geradora do mau desempenho em matemática seria a crença de que o desempenho em matemática é determinado mais pela inteligência do que pelo trabalho árduo.

Comparando o número de horas-aula e os escores obtidos pelos alunos o autor verificou que as crianças americanas recebiam menos instruções em matemática que as crianças dos países com elevados escores no desempenho matemático. Assim, as diferenças que as provas revelaram podem, em parte, ser explicadas pelas ênfases nacionais nos currículos.

Outro fator citado que poderia estar influenciando nos resultados, refere-se ao tipo de ensino nos diferentes países. As crianças americanas dedicavam menos horas para os deveres de casa e estes eram recebidos de forma negativa, enquanto as crianças, com elevados escores nas provas, dedicavam mais tempo aos deveres de casa e estes eram vistos como algo positivo.

Em uma comparação entre os livros-texto utilizados nos diferentes países, Geary (1995) verificou que, na maior parte, os conceitos trabalhados eram os mesmos, porém, em muitos pontos, a matéria era conceitualmente mais difícil e apresentada em séries mais baixas

naqueles países em que as crianças apresentaram os melhores desempenhos. Também mostrou que, nos livros-texto americanos, os problemas com enunciado apareciam desorganizados e incompletos, além de, geralmente, descontextualizados, e apenas os problemas mais fáceis eram apresentados. Além disso, os livros americanos incluíam conteúdos desnecessários. Nos outros países participantes, os livros-texto apresentavam o básico do conteúdo e era esperado que o professor trabalhasse mais o conteúdo em classe e que o aluno refletisse sobre como resolver problemas. Nos Estados Unidos eram apresentados nos livros-texto longos procedimentos, passo-a-passo, e longas listas de exercícios eram resolvidas em cada aula. Nos outros países, muitas vezes o tempo todo de uma aula era gasto discutindo-se e resolvendo poucos problemas; as aulas envolviam discussões e os erros eram analisados para assegurar que as crianças entendiam os conceitos subjacentes aos problemas.

O autor apontou ainda que as crianças americanas tendiam a sentir mais confiança em suas habilidades matemáticas que as crianças dos outros países envolvidos. Apesar da elevada expectativa que a sociedade possuía em relação a elas, as crianças dos países que apresentaram os melhores resultados, mostraram, nas respostas dadas a questionários, que buscavam levantar fatores que poderiam afetar o desempenho, que não se sentiam tão confiantes nas suas habilidades e também não sentiam que suas atividades acadêmicas fossem tão desgastantes. As crianças americanas responderam com alta frequência, que sentiam sintomas relativos ao “stress” em atividades matemáticas. Por outro lado, pais americanos pareciam satisfeitos com o desempenho dos filhos, apesar dos baixos níveis de rendimento matemático das crianças. Nos outros países, os pais acreditavam que esse baixo desempenho poderia ser recuperado por um maior esforço do aluno no trabalho com esse conteúdo.

As diferenças culturais também são citadas como causa das diferenças de desempenho. A cultura americana não valorizava as habilidades matemáticas como em outras culturas. A cultura americana é mais aberta, no sentido de permitir que os indivíduos persigam seus próprios interesses e, na maior parte, as atividades matemáticas não interessam à maioria dos indivíduos. De acordo com os dados obtidos, as crianças americanas valorizavam mais o esporte que atividades como leitura ou matemática, pois o esporte é associado à auto-competência e ao reconhecimento social. Tendo em vista que os Estados Unidos destinavam maior recurso à educação que os demais países que participaram das pesquisas, o referido autor concluiu que os resultados são reflexos desses aspectos culturais. Apesar de os

resultados comentados na pesquisa de Geary (1995) serem relativos aos dados dos Estados Unidos, os mesmos levam a refletir sobre o ensino de matemática no Brasil.

Em relação ao Brasil, um artigo "Turma Reprovada"¹ denunciava que em uma Olimpíada Internacional de Matemática e Ciências, que reuniu estudantes de vinte países, da qual participaram alunos de duzentos e vinte escolas públicas e privadas das cidades de São Paulo e Fortaleza, as provas avaliaram os conhecimentos dos estudantes de nove a treze anos de idade. Os alunos brasileiros ficaram em penúltimo lugar, sendo que Moçambique foi o último colocado. Foi a primeira vez que o Brasil participou de uma competição internacional, sendo os testes promovidos pelo *Educational Testing Service* dos Estados Unidos, que ficou num décimo sexto lugar. O referido artigo concluiu que os países em que os alunos apresentaram melhor desempenho matemático são aqueles que tratam com carinho e respeito o processo de aprendizagem.

No final do ano de 1995, uma pesquisa promovida pela SAEB², em 2289 escolas públicas e 511 escolas particulares de todo o país, envolvendo 90499 alunos da 4ª e da 8ª séries do 1º grau (atual ensino fundamental) e da 3ª série do 2º grau (atual ensino médio), revelou que, nas provas de matemática, os resultados foram considerados os piores possíveis. O aproveitamento nacional médio de acertos foi de 29,5% na 4ª série, 35,8% na 8ª série e de 35,6% na 3ª série do 2º grau. O Estado de São Paulo também não apresentou melhores resultados, ficando com 31,5%, 38,7% e 37,2% de acertos nas três séries, respectivamente (SAEB,1997).

A respeito dos resultados dessa pesquisa, Pinto³ (1996) afirmou que, na 8ª série, em uma questão, na qual foi pedida a soma de $0,47 + 8 + 0,082 + 2,4 + 3,048$, o acerto variou de 10% à 17%. A maioria dos alunos realizou a operação adicionando a parte inteira à parte decimal. A reportagem citou, também, que em uma outra questão que pedia a melhor condição de compra, ou seja, a opção mais econômica entre comprar 6 (seis) lápis

¹ Revista Veja 12/02/92.

² SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, do Ministério de Educação. A SAEB tem um programa bianual de avaliação escolar. Dados obtidos pela Internet em dezembro de 1997.

³ PINTO, S.P. " MEC divulga rendimento escolar do país", Folha de São Paulo, 25/maio/1996, Cotidiano, p. 3.

por R\$1,20 ou 4 (quatro) lápis por R\$1,00 ou comprar 10 (dez) lápis por R\$1,60, houve apenas 31% de acerto.

Sobre os resultados da referida pesquisa, Castro (1999) comentou que alunos da 8ª série de alguns estados brasileiros apresentaram resultados semelhantes aos de alunos de 4ª série, e que alunos do 3º ano do ensino médio tiveram ganhos ainda menores quando comparados aos de 8ª série.

Em uma comparação, entre séries, nos diversos estados brasileiros, o Estado de São Paulo ficou em segundo lugar em relação à 4ª série, em terceiro em relação à 8ª série e em quarto lugar em relação à 3ª série do ensino médio. O Distrito Federal foi o que apresentou os melhores resultados, figurando duas vezes em primeiro lugar. A Região Norte ficou duas vezes em último lugar. (SAEB, 1996)

No Estado de São Paulo, foi instituído, em 1996, o SARESP⁴ com o objetivo de estabelecer uma cultura avaliativa, do qual participam todos os alunos da rede pública estadual de ensino, estimulando-se, também, a participação das escolas municipais e particulares. Na primeira avaliação de 1996, foram envolvidos todos os alunos da 3ª série e da 7ª série do Ensino Fundamental. Os resultados da 3ª série foram considerados muito bons – 65% de acerto nas questões de matemática. E os resultados da 7ª série apresentaram 30,6% de acertos, no diurno, e 28,06% de acertos, no noturno, considerado o pior resultado em relação às demais disciplinas.

Os resultados obtidos, revelam a grave situação do ensino da matemática no Brasil e, especificamente, no estado de São Paulo. A questão que surge é a mesma explicitada por Sousa⁵ (1996) “(...) frente às diferenças de desempenho, ou frente ao mau desempenho como serão ponderadas as inúmeras e complexas variáveis que condicionam o desempenho escolar?”.

Frente a essa questão, convém afirmar que muitos fatores determinantes interferem, negativamente, no processo escolar e contribuem para o mau desempenho dos estudantes; entre eles estão as questões ligadas às políticas econômicas em relação à educação, à

⁴ SARESP - Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, criado pela Secretária Estadual de Educação.

⁵ SOUSA, S. Z. "Avaliação do desempenho escolar". Folha de São Paulo, 14/maio/1996, Cotidiano, p.2.

viabilização de melhores condições de trabalho de todo o corpo de profissionais da Educação e à formação inadequada dos professores. Existem também problemas de ordem social em que o resgate da cidadania da imensa maioria da população brasileira ainda não ocorreu e muitas crianças sobrevivem em condições de miséria, ficando difícil, para elas perceberem a necessidade de aumentar o seu desempenho em matemática, uma vez que isto não responde às suas necessidades mais urgentes.

Outro fator que interfere no mau desempenho matemático dos estudantes relaciona-se ao profissional da Educação. Como cobrar dos professores uma melhoria no ensino que ministram sem lhes proporcionar condições adequadas para o exercício de seu trabalho? É necessária e urgente uma política no sentido de revalorizar a carreira do magistério, resgatando o prestígio social dessa profissão. Tal revalorização passa, necessariamente, pela melhoria dos salários (o salário médio nacional de 5ª à 8ª série, relativo ao ano de 1997 era de R\$ 605,07 – Castro, 1999), de tal forma a torná-los compatíveis com o de outros profissionais do mesmo nível universitário. Salários melhores atraem pessoas mais qualificadas e levam à necessidade de uma constante melhoria na qualificação.

As pesquisas sobre o desempenho matemático de estudantes brasileiros mostram uma triste realidade nacional, levando à conclusão de que são necessárias imediatas mudanças no sistema atual de ensino. Cabe destacar aqui as recomendações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, Brasil (1997), distribuídos pela Secretaria de Educação Fundamental do MEC, em 1998, aos professores das escolas públicas. Neles encontram-se novas orientações para o ensino de modo geral. Em relação à aprendizagem da matemática os Parâmetros apontam que essa não seja feita pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação reflexiva que constrói conhecimentos. Além disso, enfatizam que a aprendizagem da matemática deve se apoiar na resolução de problemas, visto que esta abordagem “(...) proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (p.44).

Neste sentido, Araujo, U. (1999), em uma entrevista à revista cultural do SINPRO⁶ de março de 1999, alerta que o objetivo principal da Educação, definido pelos Parâmetros, passou a ser a cidadania, e que este objetivo não será atingido com a escola trabalhando com os

⁶ Sindicato dos Professores de Campinas e Região.

conteúdos da forma tradicional. Acredita que os Parâmetros trazem uma mudança de paradigma em termos educacionais, nos quais a matemática e outras disciplinas não constituem um fim em si mesmas e que os conteúdos devem ser trabalhados relacionados às questões do cotidiano das pessoas.

É bom salientar, que a efetiva implantação dos Parâmetros dependerá de um árduo trabalho junto aos professores, pelas Secretarias de Educação, tendo em vista a necessidade de subsídios que os mesmos terão para a sua utilização. A respeito da orientação às escolas para o trabalho com os temas transversais - ética, saúde, meio ambiente, orientação sexual, pluralidade cultural e educação e trabalho – proposto pelos Parâmetros, o professor Ulisses F. Araújo, assim se manifestou: *“existe um grande movimento das editoras que estão se mobilizando para produzir materiais didáticos e livros de formação de professores coerentes com esta nova concepção”* (p. 21). Citou ainda, na entrevista, que cada professor deve cuidar de sua formação, que a proposta do governo surgiu por causa da pressão da sociedade e que as pessoas devem se adaptar às mudanças. A esse respeito, ele assim se posiciona: *“o estado que cria as reformas se desobriga de formar estes professores (...) ou elas se adaptam ou estão fora do mercado de trabalho”* (Araújo, U., 1999, p. 22)

Além disso, nas universidades, os alunos geralmente encontram dificuldades nas disciplinas básicas que envolvem conteúdos de matemática, especialmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ministradas na maioria dos cursos da área de exatas. Nessa disciplina trabalha-se, especificamente, com o conceito de funções, que não só se utiliza da linguagem específica da álgebra, mas constitui em si um “pensar algébrico”.

Espera-se que alunos que passaram por todo um ensino escolar básico possuam um domínio específico e tenham facilidade para lidar com o pensamento algébrico. A maior dificuldade que muitos apresentam relaciona-se, justamente, com estas questões, o que não lhes permite ter um desempenho conveniente na disciplina.

Badano e Doderá (1998) citaram que 93,9% dos 524 sujeitos de sua pesquisa, alunos do primeiro ano da Universidade de Buenos Aires que freqüentavam as disciplinas de Matemática ou de Análise/Álgebra, foram incapazes de resolver corretamente uma equação linear simples. Muitos alunos, por essas dificuldades, segundo o autor, acabavam sendo retidos nas disciplinas básicas.

Recuperar as falhas da formação anterior não é simples, entretanto, muitos trabalhos estão sendo desenvolvidos nesse sentido.

No âmbito nacional, Miskulin (1999) referiu-se ao trabalho desenvolvido pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) no Instituto de Matemática, intitulado: Ensino de Cálculo através de projetos: módulos de aprendizagem informatizada. Tal projeto integra a filosofia do “ensino através de projetos” com a incorporação da informática, como suporte para uma melhor compreensão dos conceitos e realizações de tarefas. Nesse projeto utiliza-se o software Mathematica (Fonte: <http://www.emu.ime.unicamp.br>), sendo o objetivo principal minimizar os problemas e as dificuldades encontrados pelos alunos na disciplina de Cálculo.

Nesse sentido, ressalta-se o trabalho realizado na Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC – Campinas), denominado *Projeto Nivelamento* (1997/1999) destinado aos alunos do primeiro ano do curso de licenciatura em Matemática, com o objetivo de revisar os conteúdos básicos da matemática, preparando-os para um melhor desempenho nas disciplinas do curso.

Com os resultados e as idéias delineadas acima, a respeito do desempenho matemático dos estudantes nos diversos níveis de escolaridade, tendo em vista os objetivos da presente pesquisa, faz-se necessário destacar a importância que as habilidades específicas da matemática assumem nesse desempenho. Os estudos parecem comprovar que a educação abrange diversos aspectos importantes, e que o desempenho matemático não pode ser desassociado do desenvolvimento de habilidades próprias e da formação de atitudes positivas em relação à matemática e ao seu ensino.

**HABILIDADES MATEMÁTICAS E
ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA**

CAPÍTULO 2

HABILIDADES MATEMÁTICAS E ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

2.1 HABILIDADE MATEMÁTICA

O primeiro capítulo, relativo ao desempenho em matemática, apontou como está o desempenho das crianças, e apresentou algumas pesquisas que buscam as causas dos insucessos, mas não forneceu informações do porque certas pessoas são melhores que outras em matemática. O objetivo deste capítulo é estudar as diferenças individuais em habilidades matemáticas.

É importante ressaltar que ninguém é desprovido totalmente de habilidades, ou incapaz em tudo. A capacidade de cada um se manifesta em diferentes graus nas diversas atividades. Assim, o fato de alguém ser considerado menos capaz em uma determinada área não significa que ele seja uma pessoa inferior ou sem nenhum talento em geral. Entre alunos, é possível observar que alguns realizam determinados tipos de atividades com sucesso, sem esforço especial, em curto espaço de tempo; enquanto que outros, mesmo com muita vontade e esforço, não conseguem o mesmo nível de realização. Os dois tipos de alunos têm potencialidades, só que o segundo tipo é considerado menos capaz para esta atividade que o primeiro, pode-se então dizer que ele tem seus talentos voltados para outros tipos de atividades.

Geary (1995) analisou dois tipos de abordagens que visam estudar as diferenças de habilidades: a psicométrica e a cognitiva. A abordagem psicométrica busca estudar as diferenças cognitivas pela identificação dos fatores ou estruturas mentais responsáveis pela diferença de desempenho. Através da aplicação de um grande número de testes, tipo lápis e papel, o pesquisador desta abordagem busca, por meio da análise fatorial, agrupar os fatores comuns. Posteriormente pela estabilidade do fator, o que é obtido através de vários estudos,

sugere-se que o fator represente um domínio básico da habilidade humana, diferente de outros fatores.

Os estudos, dentro desta abordagem, sugerem dois fatores na habilidade matemática em geral: **Facilidade Numérica** e **Raciocínio Matemático**.

O fator **Facilidade Numérica** aparece em testes aritméticos e abrange: contagem; aritmética simples; memória para números e conhecimento geral sobre relações quantitativas. Ele começa a emergir como habilidade distinta em crianças a partir dos cinco anos, tornando-se quase exclusivamente aritmética para as crianças em níveis mais adiantados de escolaridade.

O fator **Raciocínio Matemático** requer uma habilidade para encontrar e avaliar relações quantitativas e para tirar conclusões baseadas em informações quantitativas. A maior parte dos testes de **Raciocínio Matemático** incluem resolução de problemas matemáticos. Geralmente, esse fator emerge como habilidade distinta da habilidade aritmética e do raciocínio geral, em crianças de séries mais adiantadas (Geary, 1995).

O referido autor entende que podem existir outros domínios matemáticos sugeridos por diversos estudos: “contagem de pontos” – contar rápida e precisamente seqüência de pontos; “flexibilidade dos algarismos” – manipular, arranjar e comparar números; “estimativa” – criar e avaliar novas hipóteses, rapidamente, e tirar conclusões.

Já na abordagem cognitiva, os estudos têm como interesse a identificação dos processos cognitivos que subjazem ao desempenho nos testes. Propõem, assim, compreender os processos individuais que contribuem para as diferenças de desempenho. Estudos, nessa abordagem, têm, segundo Geary (1995), complementado os estudos psicométricos. Dessa maneira, as diferenças individuais, em testes de facilidade numérica, aparecem relacionadas à busca por estratégias alternativas em resolução de problemas e influenciam na rapidez e na obtenção da resposta correta. Em relação aos testes de raciocínio matemático, a revisão realizada por Geary (1995) apontou como fonte das diferenças de performances individuais, a rapidez com que os processos básicos são executados e a habilidade para reter informações na mente, enquanto se executam operações matemáticas. O autor também ressaltou que a facilidade para estabelecer representações mentais e a facilidade para desenvolver esquemas de solução, na resolução de problemas com enunciado algébrico ou aritmético, são importantes fontes de diferenças individuais no raciocínio matemático. Afirmou que

dificuldades associadas a esses aspectos constituem importantes causas de erros dos estudantes universitários.

Dentre suas observações, Geary (1995) salientou que:

“(...) indivíduos que têm habilidade para o raciocínio matemático parecem executar cálculos rápida e automaticamente, são hábeis para guardar informações importantes na mente enquanto executam outra operação e têm esquemas desenvolvidos para auxiliar na representação, translação e solução de problemas matemáticos” (p. 146).

Os fatores, levantados por Geary (1995), para a habilidade matemática – *facilidade numérica e raciocínio matemático* – têm significado amplo. Assim, o raciocínio matemático consistiria em um processo geral do pensamento para resolver problemas, conectando-o com a rapidez da execução dos processos básicos e a retenção da informação, além da translação e representações mentais.

Parece que os estudos, citados por Geary (1995), consideravam a habilidade matemática a partir de resultados obtidos pela aplicação dos testes, isto é, as habilidades estariam diretamente ligadas à resolução de problemas ou testes matemáticos.

Referindo se às habilidades, Krutetskii (1976) afirmou não existir concordância entre os pesquisadores a respeito de uma possível definição da habilidade matemática, porém mencionou existir concordância entre diversos pesquisadores a respeito da necessidade de se diferenciar habilidade matemática escolar da habilidade matemática criativa. A primeira consiste em dominar a informação matemática, reproduzindo-a e utilizando-a de modo independente; a segunda estaria relacionada à criação de teorias novas, com valor para a sociedade matemática.

Na presente pesquisa, a habilidade matemática foi considerada a habilidade matemática escolar.

Krutetskii (1976) apresentou algumas definições, de diferentes autores, dadas a habilidade matemática, que serão apresentadas a seguir:

Definições de habilidade matemática citadas por Krutetskii (1976)

Autor	Ano	Definição de habilidade matemática
Rogers	1918	<i>“Habilidade para perceber claramente as conexões internas nas relações matemáticas e pensar precisamente usando os conceitos matemáticos”.</i>
Backwell	1940	<i>“Habilidade para o pensamento seletivo no domínio das relações quantitativas (pensamento quantitativo) e para o raciocínio dedutivo, bem como habilidade para aplicar princípios gerais em casos particulares nos domínios dos números, símbolos e formas geométricas”.</i>
Révész	1952	<i>“Habilidade é apresentada em duas formas: <u>aplicativa</u> (habilidade para rapidamente encontrar relações matemáticas, sem tentativas preliminares, aplicando a informação apropriada em instâncias análogas) e <u>produtiva</u> (habilidade para perceber relações que não aparecem imediatamente nas informações disponíveis)”.</i>
Lee	1955	<i>“Habilidade para compreender e manipular os conceitos básicos da matemática”.</i>
Werdelin	1958	<i>“Habilidade para compreensão da natureza do problema (e similares), dos símbolos, métodos e provas se para aprendê-lo, retê-lo na memória e reproduzi-lo, combiná-lo com outros problemas, símbolos, métodos e provas e aplicá-lo em soluções de atividades matemáticas (e similares)”.</i>
Krutetskii	1976	<i>“Habilidade matemática é um conjunto de características psicológicas individuais, que respondem aos requisitos da atividade matemática escolar e que influenciam o sucesso no domínio criativo da matemática como objeto escolar – em particular, um domínio relativamente rápido, fácil e completo do conhecimento matemático”.</i>

Na ampla revisão do assunto feita por Krutetskii (1976), foram destacados alguns tópicos, entre eles, os tratados pelos seguintes pesquisadores:

- Hamley (1934-1935) que isolou três tipos de operações que compõem o pensamento matemático: operações de classe (separar elementos por características comuns);

operações de ordem (ordenar elementos dentro de um grupo) e operações de correspondência (relacionar elementos de diferentes grupos).

Esse autor afirmava que, para se obter sucesso em matemática, seria necessário que a habilidade correspondesse à realização das operações acima, independentemente do conteúdo matemático.

- Barakat no início da década de cinquenta, identificou seis fatores presentes na habilidade matemática, sendo um fator geral e os outros fatores: verbal; espacial; numérico; de memória e o matemático (capacidade para manipular esquemas e relações matemáticas).
- Werdelin em 1958, usando análise fatorial, construiu uma grande série de testes para medir diversos fatores. Constatou que o fator raciocínio matemático teria um papel decisivo na estrutura da habilidade matemática e que tal fator se correlacionaria com o fator geral.
- Ruthe em meados da década de vinte, observou que as pessoas capazes em matemática se caracterizavam por apresentar habilidade para abstração, habilidade para conceitos espaciais e pela natureza funcional do pensamento; apresentando ainda habilidade para dedução, talento para relações espaciais e aritméticas e uma grande habilidade de concentração.
- Cameron na década de vinte, selecionou os seguintes fatores componentes da estrutura da habilidade matemática: habilidade para analisar a estrutura matemática e recombina elementos; habilidade para comparar e classificar dados espaciais e numéricos; habilidade para aplicar princípios gerais e operar com quantidades abstratas; além de alto poder de imaginação.

Krutetskii (1976) criticou esses trabalhos, e outros semelhantes, porque não apresentavam um sistema teórico regular e consistente sobre as habilidades. Considerou que alguns são extremamente gerais e outros vagos, além do fato de muitos deles apresentarem significados confusos.

Por outro lado Krutetskii atribuía uma grande importância a Thorndike, pois esse autor, ao pesquisar as habilidades algébricas, havia isolado diversas habilidades, classificando-as em habilidades gerais e específicas em relação a álgebra. Considerou como habilidades gerais as habilidades: de manejar símbolos; de selecionar e estabelecer relações; de generalizar e sistematizar; de selecionar apropriadamente os elementos e os dados essenciais e a de sistematizar idéias e práticas. Em relação às habilidades específicas da álgebra considerou as habilidades: de entender e compor fórmulas; de expressar correlações quantitativas numa fórmula; de transformar fórmulas; de compor equações expressando relações numéricas dadas; de resolver estas equações; de realizar cálculos algébricos e a de expressar graficamente a dependência de uma variável em relação à outra.

Segundo Krutetskii (1976), foram os pesquisadores Haecker e Ziehen, que em 1931, delinearam os componentes básicos do núcleo do pensamento matemático e, posteriormente, estudaram os elementos constituintes de cada um dos seguintes componentes: espacial; lógico; numérico e simbólico.

Além desses, Krutetskii (1976) revisou artigos e livros de pesquisadores russos e ocidentais que apresentaram os componentes das habilidades matemáticas, e estes variavam desde a habilidade para manipulação de objetos espaciais, para o raciocínio abstrato, para a leitura e o entendimento de textos científicos, até aspectos relacionados com a memória, com a rapidez mental, e com a presença de pensamentos inconsistentes, incluindo a curiosidade.

Tais componentes, segundo o referido autor, não forneciam um conceito claro e aceitável da estrutura das habilidades matemáticas.

Apesar das críticas feitas por Krutetskii (1976) aos trabalhos sobre as habilidades matemáticas pode-se inferir que muitos deles influenciaram os seus trabalhos relacionados à estrutura das habilidades matemáticas. Dentre essas influências pode-se perceber a dos trabalhos desenvolvidos por Duncker em 1965 destacando que as diferenças de habilidades matemáticas estariam na facilidade das reconstruções feitas, a partir do exame dos dados iniciais de um problema, para obtenção da solução. O sujeito, com baixa capacidade matemática, não efetuará facilmente essas reconstruções, pois, para ele, o conteúdo é fixo e rígido. Tais considerações aparecem na estrutura das habilidades proposta por Krutetskii, quando se refere à flexibilidade dos processos mentais.

Uma outra influência se apresenta nos trabalhos de Maier, de 1965, (*in* Krutetskii, 1976) que introduziram o conceito de “direção do processo de pensamento” – a flexibilidade do pensamento – como condição de sucesso na solução de problemas.

Pode ser percebida ainda a influência das conclusões de Shevare, que realizou pesquisas nas décadas de quarenta e cinquenta, sobre os processos de raciocínio na solução de problemas algébricos, destacando a presença da habilidade para “resumir o processo de raciocínio”. Essa “redução” do processo aparece diretamente relacionada com a rapidez, a qualidade dos processos e os passos na resolução de problemas.

Por ultimo podem ser citados os trabalhos de Khinchin, de 1961 (*in* Krutetskii, 1976), sobre o pensamento matemático; nele encontram-se referências ao empenho dos alunos matematicamente capazes em encontrar o caminho mais curto, isto é, um caminho que contenha menos passos na solução de problemas matemáticos.

No presente trabalho, optou-se pelo referencial teórico elaborado por Krutetskii (1976), considerando-se a consistência de seus trabalhos, a cuidadosa revisão bibliográfica por ele realizada e a abrangência das pesquisas que tiveram, por finalidade, compreender a estrutura da habilidade matemática. Outro fator levado em consideração para essa opção foi o fato deste trabalho estar vinculado a outros já realizados (Neumann, 1996; Spalleta, 1998; Oliveira, 1998) pelo grupo de pesquisa Psicologia da Educação Matemática, e que trataram de diversos aspectos relacionados à habilidade matemática.

2.2 O ESTUDO DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS DE V. A. KRUTETSKII

O psicólogo russo, Vadin Andreevich Krutetskii, realizou trabalhos teóricos e empíricos publicados em 1976, nos quais descreveu a natureza e a estrutura das habilidades matemáticas.

Embora Krutetskii (1976) se situe entre os estudiosos da psicologia soviética tradicional, ele se destacou dos demais pela preocupação demonstrada com os fenômenos internos, ou seja, pelos procedimentos individuais utilizados pelo sujeito na execução de uma atividade. Diferenciou-se, principalmente, pelo fato de realizar estudos, nos quais os sujeitos pesquisados eram submetidos, individualmente, aos testes. Ele acreditava que, somente identificando os caminhos e os procedimentos utilizados pelo sujeito, seria possível identificar os componentes na habilidade matemática.

Krutetskii (1976) atribuiu considerável importância às diferenças individuais, afirmando que as pessoas se diferenciavam, tanto quantitativa quanto qualitativamente, nas habilidades utilizadas para realizar atividades específicas. Considerou que conhecer ou diagnosticar as diferenças particulares seria de importância fundamental na formulação dos objetivos educacionais, e também auxiliaria na escolha profissional do indivíduo. O autor afirmou que:

“deve-se lutar para desenvolver todas as habilidades de cada aluno até a extensão máxima possível, propiciando o desenvolvimento das habilidades próprias que fundamentarão sua orientação profissional futura” (p. 6).

Considerou que tais diferenças se devam à presença de pré-condições inatas – inclinações – que seriam “condições internas” dos indivíduos que favoreceriam o desenvolvimento das habilidades. Diferenciou “inclinação” de habilidade da seguinte maneira:

“uma inclinação não é uma habilidade em potencial (e uma habilidade não é uma inclinação desenvolvida) ... O que é fixado no sistema nervoso e passado de geração em geração, na forma de inclinações explícitas, também é resultado de um longo desenvolvimento filogenético” (p. 61).

Assim, inclinações para habilidades significam propriedades tipológicas do sistema nervoso, cujo significado não é totalmente claro. As propriedades tipológicas constituiriam a base natural das diferenças individuais e, sobre esta base surge, por influências externas, um sistema complexo de “elos” temporários. A velocidade, a força e a facilidade com que esses “elos” podem ser formados, dependem das propriedades tipológicas que determinam o poder de concentração e a capacidade de trabalho mental do indivíduo.

O papel das inclinações difere, de acordo com o nível de habilidade, e Krutetskii (1976) acreditava que todas as pessoas normais possuiriam inclinação suficiente para desenvolverem a capacidade de assimilar a matemática escolar, porém nem todas possuiriam inclinação para desenvolverem a habilidade matemática de alto nível, que é ligada à criação científica.

Desta forma as inclinações teriam características inatas e constituiriam condições necessárias, mas não suficientes, para o desenvolvimento de habilidades.

O autor assinalou também que nenhum esforço persistente substitui o talento, mas esforços produzem bons resultados quando combinados com talentos. Destacou também que talento só produz bons resultados quando é combinado com esforços dirigidos a determinadas ações ou objetos.

Neste sentido, o autor referiu-se às palavras de Marx, citando o seguinte trecho: *“Todos que possuem um Raphael devem ter oportunidades de se desenvolverem sem dificuldades”*. Porém, nessa idéia, está contido o fato de que nem todos, mesmo com o máximo de empenho, se tornarão um Raphael, pois isso é reservado àqueles que trazem dentro de si *“um Raphael”*, isto é, àqueles que possuem inclinações inatas.

Considerando a existência das inclinações, torna-se possível explicar casos particulares, como o aparecimento precoce de determinada habilidade, em crianças, mesmo antes de serem iniciadas no processo de aprendizagem; por outro lado, existem pessoas que, mesmo se dedicando inteiramente a uma atividade, não produzem resultados satisfatórios; além de existirem indivíduos que possuem habilidades de alto nível e que surgiram em ambientes desfavoráveis.

Portanto, para Krutetskii (1976), as habilidades teriam uma natureza sócio-histórica, pois são desenvolvidas no processo social de apropriação da cultura, na interação com o meio, havendo ainda certos fatores herdados que influenciam o seu desenvolvimento.

Considerou, ainda, que a definição de habilidade é algo extremamente complexo e difícil, enfatizando que as habilidades são qualidades internas das pessoas, que lhes permitem realizar uma determinada atividade, com sucesso. Porém, uma definição de habilidade deve esclarecer o tipo de fenômeno ao qual ela se refere, tendo em vista que nem todos os processos internos são habilidades. O conceito de habilidade deve referir-se às esferas sensoriais, cognitivas e motoras e incluir aspectos como a percepção, a atenção, a memória, a imaginação e o pensamento.

Para Krutetskii (1976), o sucesso na realização de uma atividade ou tarefa – denominado prontidão – não depende apenas das habilidades do indivíduo, mas essas são uma das condições necessárias para que ele ocorra.

O esquema abaixo, apresentado pelo referido autor, e utilizado também por Neumann (1996), permite uma melhor compreensão dos fatores que intervêm no sucesso de uma atividade.

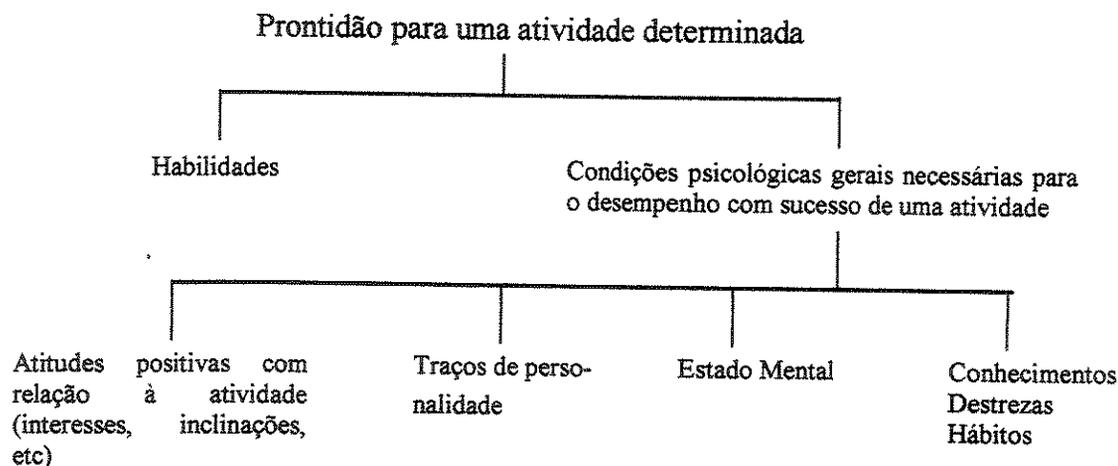


Figura 1 – Representação dos fatores que contribuem para o sucesso (Krutetskii 1976, p. 74), traduzido por Neumann, 1996.

Entre as condições psicológicas necessárias para o sucesso no desempenho de uma atividade, aparecem os conhecimentos, as destrezas e os hábitos. O autor destacou que os últimos diferem das habilidades pois são adquiridos e automatizados pela prática, ao passo que as habilidades são desenvolvidas. Enquanto conhecimentos, destrezas e hábitos estão ligados à

atividade que a pessoa está executando, as habilidades são qualidades ou “traços” característicos do sujeito que está executando a atividade. As habilidades permitem que os conhecimentos, as destrezas e os hábitos sejam dominados com maior facilidade e mais rapidamente. Por outro lado, quando conhecimentos, destrezas e hábitos são adquiridos, as habilidades próprias são desenvolvidas.

Sabe-se que, em qualquer campo do conhecimento, algumas pessoas se mostrarão mais capazes e outras menos capazes; algumas farão grandes realizações e terão grandes progressos sem muito esforço, outras, mesmo com muita vontade e esforço, não obterão o mesmo progresso ou terão muitas dificuldades para obtê-lo.

Convém salientar que o sucesso no desempenho de uma atividade escolar, depende do assunto, dos métodos de instrução, bem como do envolvimento do indivíduo com a atividade. Porém, mesmo no caso da melhor atuação docente possível, os alunos ainda apresentariam diferenças individuais, pois os diferentes níveis de habilidades não seriam eliminados.

Em relação às habilidades matemáticas, Krutetskii (1976) fez algumas suposições e, sobre elas, apoiou todo seu trabalho. De acordo com esse autor:

- Habilidades são sempre habilidades para uma atividade específica. Assim, as habilidades matemáticas existem apenas na atividade específica e se manifestam através dessa atividade. Deste modo, a investigação das habilidades matemáticas das pessoas é também uma investigação de suas atividades matemáticas.
- Habilidade é um conceito dinâmico. As habilidades matemáticas são formadas e estão sendo sempre desenvolvidas nas atividades matemáticas.
- Em alguns períodos do desenvolvimento da pessoa, surgem condições mais favoráveis para se desenvolverem determinados tipos de habilidades individuais.
- Progresso, em uma atividade matemática, não depende de uma habilidade específica, mas de um conjunto de habilidades combinadas.

- Pode ocorrer que uma deficiência, em uma habilidade específica, seja compensada por outra habilidade.

Assim, para inferir a habilidade matemática é necessário analisar o processo utilizado na solução de atividades matemáticas, pois a simples análise do resultado final avalia apenas o conhecimento, a destreza, as experiências e o resultado do ensino e, muitas vezes, a obtenção de resultados idênticos pode ser resultante de processos mentais distintos, o que não significa a presença da habilidade.

O método de investigação utilizado por Krutetskii (1976) foi a análise qualitativa-quantitativa dos procedimentos empregados pelos sujeitos na solução de problemas de matemática. O autor selecionou vinte e seis séries de problemas aos quais denominou “problemas experimentais”, sendo que estes são diferentes dos, usualmente, usados pela psicometria, já que os problemas experimentais não visam selecionar ou medir o grau de talento matemático, mas sim, estudar as habilidades; os problemas experimentais não são voltados apenas para o resultado final, visto que os procedimentos utilizados nas soluções são de maior importância.

Krutetskii (1976) teve como sujeitos de sua pesquisa, aproximadamente, duzentos alunos da segunda à décima série, de escolas de Moscou, agrupados em três níveis: capazes, médios e não capazes.

O referido pesquisador considerou, para formar estes grupos, que as habilidades poderiam ser estudadas através da investigação das diferenças individuais em atividades determinadas, pois acreditava que o melhor caminho para realizar esta investigação consistiria em comparar o desempenho dos que realizavam as atividades matemáticas com sucesso (considerados os capazes) com aqueles que não conseguiam realizar essas atividades (que foram denominados por ele de não capazes).

Para a seleção desses alunos, Krutetskii (1976) usou, inicialmente, o estabelecimento de critérios por examinadores, constituído por um grupo de experientes professores de matemática de escolas de Moscou. Convém salientar que os critérios levaram em conta os traços psicológicos dos alunos, como independência e criatividade. Foram considerados capazes aqueles alunos que manipulavam a matemática com facilidade, que apresentavam destreza nas operações matemáticas, que conseguiam pensar independentemente e de modo

criativo, apresentando soluções originais e depuradas para problemas não padronizados. Já os alunos que resolviam problemas padronizados, mas encontravam dificuldades para resolver problemas que requeriam novas formas de pensamento, não foram classificados como capazes. Para o grupo de alunos com habilidade média foram selecionados aqueles que necessitavam de uma maior dedicação e esforço para realizarem as tarefas matemáticas. No grupo dos não capazes foram selecionados os que não apresentavam habilidades em matemática. Esses alunos foram escolhidos entre aqueles que, apesar de demonstrarem entusiasmo e esforço com os estudos da matemática, não apresentavam sucesso nas atividades. Nesses, os hábitos em matemática formavam-se com muitas dificuldades e necessitavam realizar um grande número de exercícios fáceis para a sua prática. É bom salientar também, que esses alunos não encontravam as mesmas dificuldades em outras disciplinas.

Um quarto grupo, também foi estudado por Krutetskii (1976): os dos alunos muito capazes, ou matematicamente talentosos, que apresentaram precocemente habilidades desenvolvidas para a matemática. Desse grupo, participaram vinte e seis crianças de diversas idades (de seis anos para cima) e de diversas localidades e elas foram acompanhadas individualmente, durante vários anos (de 1958 à 1966).

Os problemas utilizados pelo autor envolviam os diferentes ramos da matemática escolar, isto é, a aritmética, a álgebra e a geometria, e eram apresentados em gradação do mais simples ao mais complexo. Os problemas foram selecionados de modo a permitir que a atividade mental específica, relacionada à atividade matemática se manifestasse durante a solução dos problemas.

Os sujeitos eram submetidos, individualmente, aos testes, com a finalidade de permitir ao pesquisador interagir e observar o desempenho de cada um, durante a execução da tarefa. O mesmo problema era resolvido por diversos sujeitos e para cada sujeito eram oferecidos vários problemas, pois o pesquisador considerava que a solução depende das peculiaridades de cada problema e das peculiaridades das pessoas que o resolvem. Essa idéia deixa transparecer que, na solução, existe uma interação do indivíduo com o problema, sendo produzidas transformações no indivíduo manifestadas sob forma de novos conhecimentos ou reformulação dos anteriormente existentes.

A partir da análise dos protocolos dos examinandos, evidenciava-se a atividade mental dos alunos, capazes e menos capazes, durante a solução dos problemas e o estudo das

diferenças poderia revelar aspectos individuais da atividade mental, durante a execução da tarefa.

Assim sendo, Krutetskii (1976) distinguiu três estágios básicos na atividade mental no processo de solução dos problemas matemáticos:

1. Obtenção da informação do problema;
2. Processamento da informação obtida para a solução e obtenção do resultado;
3. Retenção da informação.

Com os resultados obtidos, através da análise das diversas pesquisas realizadas, experimental e não experimental, e, também, através do estudo da literatura especializada, o autor delineou, de maneira geral, a estrutura das habilidades matemáticas, ligando-as aos três estágios básicos que ocorrem na atividade mental durante o processo de solução dos problemas matemáticos.

1 - Obtenção da informação matemática

- A. A habilidade para perceber de maneira formalizada o conteúdo matemático para a compreensão da estrutura formal de um problema.*

2 - Processamento da informação matemática

- A. A habilidade para pensamento lógico na esfera das relações quantitativas e espaciais, dos números e dos símbolos; a habilidade para pensar com símbolos matemáticos .*
- B. A habilidade para generalização rápida e ampla dos objetos, relações e operações matemáticas.*
- C. A habilidade para “resumir” o processo de raciocínio matemático e o sistema de operações correspondentes; a habilidade para pensar através de estruturas reduzidas.*
- D. Flexibilidade de processos mentais, na atividade matemática.*
- E. Inclinação pela clareza, simplicidade, economia e racionalidade das soluções.*
- F. A habilidade para uma reconstrução rápida e livre da direção de um processo mental, mudando uma instrução de pensamento direto para o inverso (reversibilidade do processo mental no raciocínio matemático).*

3 - Retenção da informação matemática

A. Memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e demonstrações, métodos de resolução de problemas e princípios de abordagem).

4 - Componente geral sintético

A.. Tipo de mente matemática.

(Krutetskii, 1976, p. 350)

Ressalta-se que Neumann (1996), ao estudar as relações entre o conceito de automatismo na teoria do processamento de informações e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas, referiu-se às mesmas considerações gerais de Krutetskii concernentes às estruturas das habilidades matemáticas.

Krutetskii (1976) não incluiu, na estrutura apresentada, fatores como: velocidade dos processos mentais; habilidade de cálculos; memória para símbolos, números e fórmulas; habilidade para conceitos espaciais e a habilidade para visualizar relações matemáticas abstratas e de dependência. O autor chamou atenção para o fato de que o grau de desenvolvimento desses fatores determina o tipo de “mente matemática” dos sujeitos, mas que eles não são obrigatórios na estrutura do talento matemático. Como exemplo, pode ser citado que o tempo que o sujeito gasta na solução de um problema não tem um valor decisivo para a atividade matemática, pois um trabalho vagaroso pode ser perfeito e profundo, ou vice-versa.

Destacam-se a seguir, as habilidades apresentadas anteriormente nos estágios básicos da atividade mental, bem como alguns dos resultados obtidos por Krutetskii (1976).

2.2.1 Obtenção da informação matemática na solução de problema matemático

Na solução de problema matemático as dificuldades básicas, muitas vezes, referem-se às atividades de decifrar os dados iniciais do problema. Isto foi verificado por Brito, Fini e Neumann (1994) em um trabalho que buscava analisar as relações entre o

raciocínio verbal e o raciocínio matemático de alunos de licenciatura em matemática. Concluíram que a compreensão da natureza do problema e a solução do problema são duas variáveis fortemente associadas. Tal fator também foi ressaltado por Krutetskii (1976) quando mencionou a necessidade de o sujeito isolar os elementos essenciais presentes no enunciado do problema:

“Para resolver um problema é necessário capacidade de avaliar e descartar dados não necessários, mais precisamente, capacidade de isolar das informações dadas, aquelas que são necessárias para resolver o problema” (p. 227)

O autor destacou também, que alunos de diferentes níveis apresentaram diferenças no processo de leitura e obtenção das informações contidas no enunciado do problema. Enquanto alunos capazes percebiam, através da análise, os elementos matemáticos presentes no problema (na obtenção das informações eram capazes de isolar, avaliar, sistematizar, hierarquizar, combinar e estabelecer dependências entre os dados), os alunos medianos identificavam os elementos de forma isolada, sentiam dificuldades na conexão entre os componentes do problema e também na distinção dos dados essenciais dos não essenciais. Alunos “não capazes” tinham dificuldade de processar o pensamento matemático, não percebiam o problema como um todo e não conseguiam separar os elementos necessários para resolvê-lo. Além disso, aplicavam, com frequência, procedimentos baseados em semelhanças aparentes.

2.2.2 Processamento da informação matemática

Habilidade para generalizar objetos, relações e operações matemáticas

A diferença entre um aluno se utilizar, em casos particulares, de uma fórmula já conhecida por ele e de deduzir uma fórmula ainda desconhecida, baseada em casos particulares, fez com que Krutetskii (1976) considerasse que a habilidade de generalizar, em matemática, era composta por dois níveis:

- (1º) habilidade de perceber algo geral e conhecido na situação particular;
- (2º) habilidade de ver algo geral e desconhecido em casos particulares.

Poderia ser citado como exemplo do primeiro nível o reconhecimento da fórmula já conhecida $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ em uma tarefa em que é pedido o resultado de $76^2 - 75^2$ e o aluno faz $76 + 75$ para obter o resultado; e no segundo caso o aluno, não conhecendo a fórmula, deduzi-la através da comparação de diversos cálculos do tipo $8^2 - 3^2$ e $(8 + 3)(8 - 3)$.

Krutetskii (1976), utilizando-se de diferentes séries de problemas experimentais, concluiu que os sujeitos “capazes” conseguiam, de imediato, generalizar os conteúdos matemáticos durante a solução dos problemas e que esses sujeitos encontravam, facilmente, a essência do problema, o fenômeno oculto, comum no externamente diferente. Por outro lado, os alunos “não capazes”, mesmo treinados por longo tempo, generalizavam com grande dificuldade e não conseguiam reconhecer problemas comuns. Os alunos “médios”, por sua vez, sempre classificavam os problemas dentro de um tipo geral e, nem sempre, conseguiam perceber características comuns em problemas aparentemente diferentes, embora, de modo geral, tivessem sucesso na atividade quando ajudados pelo experimentador.

Habilidade para “resumir” o processo do raciocínio matemático e o sistema de operações correspondentes; a habilidade para pensar através de estruturas reduzidas

A “redução ou abreviação” do processo de pensamento consiste na substituição de uma série consecutiva de associações, por uma única associação, geralmente não consciente, sendo que a redução é iniciada após a generalização. Destaca-se que uma descrição detalhada desse processo pode ser encontrada em Neumann (1996).

Krutetskii (1976) afirmou que os alunos “capazes” estabeleciam estas abreviações muito rapidamente e, muitas vezes, de imediato, o que levava a pensar em ausência de raciocínio. Mas, ao contrário, é o mais alto grau de pensamento. Os alunos “médios” generalizavam depois de exercícios repetitivos, e a abreviação do raciocínio

era observada depois de resolverem certo número de problemas. Os alunos “não capazes” generalizavam com muita dificuldade e nenhuma abreviação apreciável foi observada nesses alunos e, geralmente, os seus raciocínios eram marcados por compreensões supérfluas, detalhes e atividades desnecessárias, não tendo exatidão, consistência, ou uma decomposição lógica das partes.

Essa estrutura abreviada do pensamento foi valorizada pelo autor, pois influencia na velocidade do processamento da informação, simplificando e acelerando o processo de solução de problemas, economizando, assim, a tarefa mental.

Flexibilidade dos processos mentais

A flexibilidade consiste na habilidade de reconstruir a atividade mental, mudar de um modelo de solução já estabelecido, para um novo. Na pesquisa desenvolvida por Krutetskii (1976), os alunos “capazes” mudavam facilmente, sem nenhuma dificuldade, para um novo método de operação; passavam, sem dificuldade, de uma operação mental para outra sendo que, para eles, um método previamente encontrado na solução de um problema, não exercia influência, quando eles trabalhavam com um novo método.

O autor verificou ser difícil, para os alunos “médios”, procurarem um novo método para um problema já solucionado, voltando, geralmente, seus pensamentos para o método anteriormente encontrado. E, no caso dos alunos “não capazes”, a solução encontrada para um problema, nem sempre a mais fácil, criava uma barreira na busca de uma nova solução para o mesmo problema, sendo o esforço de mudar para uma nova operação mental muito difícil para esses alunos. Eles se destacavam pela fixação em um único método de solução, pela inércia e rigidez do pensamento, de modo que as operações, previamente conhecidas, causavam uma influência inibidora quando uma operação precisava ser reconstruída.

Esforço para esclarecer, simplificar e racionalizar soluções

Esse é um traço típico do pensamento dos alunos “capazes”. Krutetskii (1976) verificou que os sujeitos “capazes”, geralmente, se esforçavam para limpar, racionalizar, minimizar estratégias, isto é, encontrar o que se chama a forma mais “elegante” de resolver um problema. Em geral, ela é também a mais econômica, com menos passos de pensamento, é a forma mais simples. Essas afirmações tornaram-se evidentes nas conclusões apresentadas pelo referido autor:

“Todos os alunos capazes, ao encontrarem uma solução para um problema, continuam a busca para uma melhor variação, embora isso não tenha sido solicitado. (...) Alunos capazes usualmente não ficavam satisfeitos com a primeira solução encontrada. Eles não paravam de trabalhar no problema, determinavam se era possível encontrar uma solução mais simples do problema. Eles, evidentemente, somente sentiam-se satisfeitos quando a solução encontrada era econômica, racional, e “elegante”. Por suas reações emocionais, que eram totalmente aparentes, eles experimentavam claramente um sentimento estético”

(pp. 285, 286).

Os alunos considerados “médios” e os “não capazes” não prestavam especial atenção à qualidade das soluções encontradas.

Habilidade para a reversibilidade do processo mental

Para Krutetskii (1976) essa habilidade consiste numa reconstrução do processo mental, na mudança de uma dada direção para a direção inversa. Porém, essa reversibilidade não significa que as associações, até então realizadas, que vão de um ponto inicial para um final, devam ser reproduzidas, uma a uma, no sentido inverso. O importante é que o raciocínio, feito de A para B, volte na direção de B para A. Muitos alunos encontraram dificuldades nesta reversibilidade do pensamento.

O autor concluiu que esta habilidade estava presente nos alunos “capazes” que reconstruíam, rápida e facilmente, a direção do processo mental de um caminho para o seu reverso, e que este processo era extremamente difícil para alunos “não capazes”.

2.2.3 - Retenção da informação matemática

Os alunos “capazes”, estudados por Krutetskii (1976), retinham, de imediato e por mais tempo, os indicadores de um tipo de problema, os métodos generalizados de solução, os esquemas de raciocínio e as linhas básicas de demonstrações, bem como os modelos lógicos. Esses mesmos alunos, na sua maioria, não retinham informações supérfluas e desnecessárias. Os alunos considerados “médios” tinham a memória sobrecarregada com informações, em excesso. Retinham, com dificuldade, o geral e o particular, o abstrato e o concreto, o essencial e o supérfluo. Com os alunos “não capazes” verificou-se uma certa fragilidade, tanto para a memória de métodos generalizados de raciocínio como para as informações concretas, como números e fatos.

Krutetskii (1976) afirmou que, com a ajuda do experimentador, os alunos “não capazes” entendiam e percebiam o tipo de problema e a generalização das operações envolvidas na sua solução, porém essas não eram retidas, se não fossem revisadas regularmente.

Em relação à memória matemática dos alunos “capazes”, o autor concluiu que:

“A memória matemática de alunos capazes é generalizada e operativa. o cérebro não retém toda informação matemática que chega, mas, principalmente, a que é ‘refinada’ dos dados concretos e que representa estruturas generalizadas e reduzidas” (p. 300).

Além disso, esse tipo de retenção não sobrecarrega o cérebro com informações excessivas, permitindo que uma informação necessária seja retida por um maior tempo e usada com maior facilidade.

2.2.4 - Componente geral sintético

O modo de interpretar os fenômenos do meio, em categorias lógico-matemáticas, foi classificado por Krutetskii (1976) como um “tipo de mente matemática”. Esse fato, foi observado, segundo o próprio autor, em alunos com talento em matemática, de forma elementar em crianças menores, tornando-se mais acentuado com o passar dos anos.

Além disso, observou que, para os alunos “capazes”, solucionar problemas difíceis constituía um desafio a vencer. Esses sujeitos passavam a pensar sobre a solução do problema, mesmo quando envolvidos em outras atividades.

Também foi observado que alunos “capazes” apresentavam um cansaço reduzido nas aulas prolongadas de matemática, enquanto alunos “não capazes” se cansavam muito mais rapidamente. Isso acontecia, uma vez que, para os alunos “não capazes”, o trabalho com os conteúdos da matemática constituía sempre um esforço. Já os alunos “médios” diminuíam seu rendimento em outras matérias, após aulas prolongadas de matemática, o mesmo não ocorrendo com os alunos “capazes”.

Krutetskii (1976) destacou que a falta completa de habilidade para a matemática não existe, no sentido de que a inabilidade absoluta não existe, visto que alunos normais devem ser capazes de acompanhar, com maior ou menor grau de sucesso, os trabalhos de matemática requeridos nas escolas.

Outra questão apontada por Krutetskii (1976) sobre os componentes das habilidades matemáticas foi a seguinte:

“Até que ponto as componentes selecionadas são especificamente habilidades matemáticas? (...) Habilidades matemáticas não seriam senão habilidades mentais em geral, e a matemática não seria apenas um bom campo para a sua manifestação?” (p.353).

Inteligência e Habilidade Matemática

Em 1927, Spearman (*in* Sternberg, 1992) afirmou que a inteligência é composta por dois tipos de fatores, sendo um fator geral e um conjunto de fatores específicos. Este fator geral, ou fator *g*, permeia o desempenho em todas as tarefas intelectuais e os fatores específicos permeiam tarefas específicas. Os que aceitam essa teoria apontam, como um comprovante da existência desse fator geral, o fato de que as diferentes capacidades mentais estão inter-relacionadas umas às outras. Assim, indivíduos que apresentam alto desempenho em uma determinada competência tendem a ser altamente capacitados para outras tarefas, e as pessoas com baixo desempenho em uma tarefa também apresentam baixo desempenho em outras.

Entretanto, o fato de a habilidade de generalização ser um componente presente em todas as habilidades, não significa que, quando um indivíduo apresenta habilidade para generalizar relações numéricas e espaciais, expressando-as em números ou símbolos algébricos, terá, necessariamente, a manifestação de habilidades correspondentes em outras áreas. Alunos que são muito capazes em uma área podem não apresentar a mesma capacidade em outras áreas. Assim, pessoas com habilidade em matemática não têm, necessariamente, sucesso em outras áreas, e a literatura relacionada tem confirmado esse aspecto.

Os indivíduos, com um elevado fator geral de inteligência, não apresentam, necessariamente, a habilidade matemática altamente desenvolvida. Krutetskii (1976), em sua pesquisa, concluiu que existiam alunos que possuíam habilidade para generalizar “instantaneamente” em matemática e que não possuíam esta mesma habilidade em literatura, história ou geografia sendo que o oposto também foi encontrado.

Assim, a habilidade para generalizar, presente na matemática, é de natureza diferente, conforme ilustrado no trecho a seguir:

“A natureza abstrata dos princípios matemáticos afeta sua generalidade. Através do processo de generalização, as características e propriedades dos objetos isolados por abstração são generalizados; isto é, eles são colocados em um conjunto de objetos de uma mesma classe. Abstrações e generalizações constituem a essência da matemática e, por isso, o raciocínio matemático é, em grande parte, abstrato e generalizado”

(Krutetskii, 1976, p.86)

A Mente Matemática

Outro aspecto apontado por Krutetskii (1976) foi a existência de diferentes tipos de mente matemática.

Na realização das atividades matemáticas, algumas pessoas recorrem a uma interpretação geométrica, enquanto outras raramente o fazem. Às vezes, uma pessoa, com habilidade para cálculo, resolve facilmente um problema, mas, em outras ocasiões, necessita de uma combinação de habilidades. Nesse sentido, o referido autor preconiza que *“a existência de diferentes tipos de ‘mente matemática’ é consequência, não somente de diferenças psicológicas individuais entre as pessoas, mas também dos diferentes ramos da matemática”* (Krutetskii, 1976, p.313).

Como exemplo, poder-se-ia citar, o seguinte problema: *“se eu quero fazer meia receita de um bolo, qual deve ser o tamanho da forma a ser utilizada, a partir de uma receita na qual, originalmente, é utilizada uma forma retangular de 20 cm por 30 cm (considere que as formas têm a mesma altura)?”*. Muitas pessoas são levadas a responder que a forma deve ser *10 cm x 15 cm*, dividem as dimensões dos dois lados da forma. Quando recorrem a um procedimento, no qual realizam o desenho da situação descrita, elas, geralmente, percebem imediatamente o seu erro e chegam à conclusão de que a nova forma deverá ter apenas a metade da medida de um dos lados. Esta atividade é facilitada com a utilização da interpretação geométrica.

Como resultado de seus estudos, Krutetskii (1976) apresentou três tipos diferentes de mente matemática, alertando que os limites entre esses tipos não são inteiramente nítidos. São os seguintes:

- (1) A mente do **tipo analítica** que se caracteriza pela predominância de esquemas abstratos. As pessoas que a possuem não necessitam de suportes visuais para perceberem objetos ou modelos durante a solução de problemas;
- (2) A mente do **tipo geométrico** que se caracteriza pela predominância de representações visuais. As pessoas desse tipo precisam interpretar visualmente uma relação matemática abstrata. Para esses sujeitos, as figuras substituem a lógica e, na solução de problemas, necessitam criar suportes visuais, visualizar

objetos ou diagramas. Além disso, são marcadas por um forte desenvolvimento dos conceitos espaciais;

- (3) A mente do tipo harmônico que se caracteriza pelo equilíbrio no domínio dos esquemas abstratos e das representações visuais. As pessoas desse tipo, dependendo do problema, buscam a melhor forma de solucioná-lo, podendo ou não se valerem de representações geométricas.

O professor deveria incluir no planejamento de suas aulas e aceitar na avaliação dos alunos, as diversas soluções possíveis para um mesmo problema, respeitando, dessa maneira, as diferenças individuais entre os sujeitos.

Concluindo as considerações a respeito do trabalho de Krutetskii, convém enfatizar a importância do trabalho deste autor para a Educação Matemática, destacando a diversidade dos métodos utilizados em seu estudo, a grande quantidade e riqueza dos problemas experimentais, bem como a preciosa contribuição à idéia dos diferentes componentes presentes na estrutura das habilidades matemáticas (Kilpatrick *in* Krutetskii, 1976).

A análise do trabalho de Krutetskii mostra que não é possível atuar no ensino de matemática sem levar em consideração os diferentes níveis de habilidades matemáticas dos alunos. O professor deve estar atento às dificuldades que os alunos apresentam ao realizar as atividades que envolvem os diferentes conteúdos matemáticos, as dificuldades de generalização, de retenção e de determinados tipos de raciocínio que foram manifestados por alunos médios e menos capazes. Alunos talentosos em matemática também precisam desenvolver trabalhos diferenciados que possam conduzi-los em direção a carreiras científicas e tecnológicas.

A escola deve procurar meios para que cada indivíduo possa desenvolver, ao máximo, suas habilidades e criar condições para que os alunos, com diferentes graus de esforço tenham um desempenho conveniente, em matemática.

A baixa habilidade matemática, que é característica de um número razoável de pessoas, pode ser decorrente de fatores inatos, e/ou de problemas no desenvolvimento desta habilidade. Assim, pode estar associada a um ensino da matemática, que privilegia os alunos que são mais capazes matematicamente. Isso causa ainda o insucesso nessa disciplina, o que muitas vezes leva ao aparecimento de atitudes negativas em relação à matemática, que, por sua

vez, podem conduzir os indivíduos a cursos ou carreiras profissionais, que não privilegiam tal disciplina.

2.3 A APRENDIZAGEM E O PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES

A abordagem de processamento de informação, desenvolvida desde a década de sessenta, constitui uma perspectiva para uma explicação psicológica da mente. Os teóricos dessa abordagem vêem o pensamento como um processador de informações. Autores ligados a essa teoria se preocupam com a forma pela qual as pessoas representam conhecimentos, como transformam e processam as informações e como elas são retidas. Preocupam-se em entender os meios que limitam ou ampliam este processo.

Sacristan e Gómez (1995) mostram bem o principal enfoque dentro desta linha, quando afirmaram que:

“(...) todo ser humano é um ativo processador de sua experiência, mediante um complexo sistema no qual a informação é recebida, transformada, acumulada, recuperada e utilizada. O modelo de processamento de informação supõe que o organismo não responde diretamente ao mundo real e sim à própria e mediada representação subjetiva do mesmo. Uma mediação que seleciona, transforma e, inclusive, distorciona com freqüência o caráter dos estímulos percebidos” (p. 54).

Assim, as pesquisas apoiadas nessa abordagem buscam investigar quais são os aspectos subjacentes às origens das diferenças individuais que são observáveis no desempenho de tarefas e construir teorias sobre as capacidades das pessoas, além de estudar as diferentes formas de manifestações destas capacidades no desempenho de determinadas tarefas. Um dos métodos utilizados nessa abordagem, com a finalidade de descobrir a natureza dessas diferenças individuais, consiste em estudar as diferenças mostradas pelos sujeitos de baixa e alta capacidade quando solucionam tarefas. Acredita-se que, através da comparação entre esses dois grupos, possam ser obtidas informações sobre “ o quê ” e “ o quanto ” pode ser aprendido.

Pozo (1994), citando diversas pesquisas que buscam estudar as diferenças entre sujeitos “experientes” (sujeitos que apresentam completo domínio de uma tarefa) e “novatos” em domínios específicos de conhecimento, destacou os trabalhos de Chi, Glaser e Farr de 1988 que realizaram uma extensa investigação com a finalidade de analisar as diferenças qualitativas em conhecimentos, na área de mecânica. Com tarefas em que era pedido que os sujeitos classificassem uma série de problemas de mecânica, os autores concluíram que os “experientes” categorizavam problemas segundo uma estrutura conceitual profunda, determinada por leis e conceitos relevantes (princípio de energia; conservação do movimento; trabalho), enquanto que os novatos utilizavam, para a classificação, estruturas superficiais, tais como objetos ou termos explícitos no enunciado do problema (mola, plano inclinado, roldana).

Os pesquisadores declararam, também, que novatos e “experientes” diferem em seus conhecimentos declarativos, isto é, no conteúdo dos esquemas que ativam. Ainda que ambos usem as mesmas palavras para classificar um problema, os significados para ambos variam. Quando era pedido para os sujeitos selecionarem os dados mais importantes para a solução de um problema, os novatos se referiam a objetos reais ou termos do próprio problema, enquanto que a seleção dos “experientes” era caracterizada como descrições dos estados e condições da situação física descrita pelo problema. Pozo (1994) comentou que, diante de um mesmo problema, parecia que os “experientes” e os novatos não viam o mesmo problema, devido aos diferentes esquemas de assimilação que apresentavam.

Em relação aos esquemas, Pozo (1994) afirmou também que :

“os esquemas dos experientes têm maior conteúdo de procedimento (...) os modelos conceituais dos experientes podem ser concebidos como sistemas de produção que são compostos por unidades condição-ação. Ao contrário, os modelos dos novatos carecem de informação sobre quando se deve ativar o esquema” (p. 236).

Assim, de acordo com este autor, para que um sujeito passe de novato a “experiente” não é necessário apenas aumentar seus conhecimentos, mas é preciso também que ocorra uma verdadeira reorganização de seus conhecimentos. Os estudos comparativos têm sido propostos como modelos, para analisar o desenvolvimento cognitivo.

Do mesmo modo, Krutetskii (1976) trabalhou com sujeitos que classificou como “capazes” e “não capazes” em matemática e, a comparação dos procedimentos que ambos utilizavam, em tarefas matemáticas, permitiu que o autor fizesse inferências em seu trabalho.

Ressalta-se que dentro da concepção do processamento de informação, a aprendizagem consiste no resultado de diversos processos que ocorrem isolados ou em conjunto, tais como estratégias, automatização, codificação e generalização, dentre outros.

Sacristan e Gómez (1995) afirmaram que o processamento de informações pode ser considerado um modelo de aprendizagem mediacional, nele ocorrendo processos internos que são os mediadores entre o estímulo e a resposta. Segundo eles, o processamento da informação se inicia com os processos de **seleção dos estímulos** que depois são **codificados** e se **armazenam** por um período breve na memória de curto prazo, e, em seguida, aparece a **retenção** e a **recuperação** que controlam o processamento da informação, na memória a longo prazo.

O armazenamento da informação na memória a longo prazo, é realizado por assimilação dos significados da nova informação, organizada em categorias prévias. Desse modo, esquemas, conhecimentos, destrezas e habilidades se alteram com o tempo, como resultado desse processamento de informação e das trocas com o meio.

Uma crítica feita por Sacristan e Gómez (1995) a esse modelo foi que, em geral, os estudos por simulação não levam em conta o caráter afetivo e motivacional que intervém em todo o processo de aprendizagem; parece que o processar corretamente a informação é um requisito suficiente para o controle das ações do indivíduo, não se dando relevância ao papel das emoções, tendências, habilidades, expectativas e atitudes que permeiam toda ação do indivíduo.

É importante notar que Krutetskii (1976) destacou, em seu trabalho, não só a importância das habilidades matemáticas, mas também as condições psicológicas gerais que incluem as atitudes em relação à matemática, além dos conhecimentos, destrezas e hábitos como variáveis determinantes para o sucesso na realização de tarefas matemáticas.

Krutetskii (1976), em sua teoria, apresentou os estágios básicos da atividade mental no processo de solução dos problemas matemáticos, a saber: obter a informação matemática, processar a informação obtida e reter esta informação.

Estas três fases parecem estar contidas nos componentes funcionais colocados por Sacristan e Gómez (1995) quando descreveram a abordagem do processamento de informações. Assim, a *obtenção da informação* se relacionaria com a *seleção dos estímulos*, o *processar a informação* com a *codificação* e a *retenção da informação* com os processos de *retenção e recuperação* que determinam o modo pelo qual a informação é retida e recuperada.

Mayer (1992), discorrendo sobre a abordagem do processamento de informação, citou os estudos a respeito dos processos cognitivos e do conhecimento necessário para resolver problemas matemáticos, como um exemplo dessa abordagem. Esse autor mostrou que, frente a um problema matemático com enunciado, o indivíduo deve dominar alguns passos que lhe possibilitem resolver o problema: 1) tradução; 2) integração – reconhecimento dos diferentes tipos; 3) planejamento – a quais estratégias recorrer para resolver o problema; e 4) execução. Como Mayer, a maioria dos pesquisadores envolvidos com a teoria do processamento de informação busca, portanto, a compreensão dos processos mentais utilizados pelos indivíduos na solução de problemas, desde o momento que o sujeito vê o problema pela primeira vez até o momento da solução.

Convém observar que a pesquisa realizada por Krutetskii (1976), cuja finalidade era obter informações sobre as habilidades matemáticas, também buscou estudar e descrever o funcionamento do pensamento, através dos mecanismos presentes nos procedimentos que o indivíduo utilizava na solução de problemas matemáticos. Além disto, investigou o conteúdo da memória matemática, isto é, o que indivíduos de diferentes capacidades retinham em sua memória. Destacou que a memória matemática é diferente da memória de fatos concretos e dados. A memória matemática consiste na memória generalizada e operativa, a qual não retém toda informação, ela passa por um processo de refinamento dos dados e apenas são retidas as estruturas de raciocínio e as linhas básicas dos procedimentos e dos modelos lógicos. Esse autor destacou que alunos com talento para a matemática não retinham informações supérfluas e desnecessárias, ao contrário dos demais alunos.

É importante notar que o estudo da memória constitui uma das grandes preocupações dos teóricos do processamento de informação, que buscam entender os aspectos estruturais e os processos de controle da memória.

2.4 AS ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

Krutetskii (1976) destacou que, além de habilidades, as atitudes positivas para uma atividade constituem uma das condições psicológicas gerais necessárias para que um indivíduo desempenhe uma tarefa com sucesso. Para ele, a atitude positiva se caracteriza como uma inclinação da pessoa para uma determinada atividade.

Mas, os significados atribuídos à atitude nem sempre são consensuais; geralmente a atitude aparece ligada a aspectos afetivos. Algumas considerações encontradas relativas à atitude ressaltam essa afirmação, a saber:

- *“intensidade de sentimento positivo ou negativo a favor ou contra um objeto psicológico, isto é, qualquer símbolo, pessoa, frase ou idéia em relação aos quais as pessoas possam diferir”* (apresentada por Thurstone em 1928 in Matos, 1992, p. 126).
- *“a palavra atitude é usada para designar tanto disposições emocionais matizadas de indivíduos, como também entidades públicas identificáveis, que são usadas para comunicar significados entre indivíduos que falam a mesma língua. Assim, consideramos a atitude como tendo um referente individual e um público”* (Klausmeier, 1977, p. 413).
- *“a atitude envolve o que as pessoas pensam, sentem e a forma como gostariam de se comportar em relação a um dado objeto”* (Triandis in Matos, 1992, p.127).
- *“disposição de responder favoravelmente ou desfavoravelmente a um objeto, pessoa, instituição ou evento”* (Davis and Ostrom in Corsini, 1984, p. 118).

Outro importante aspecto a ser considerado é que as pessoas, de um modo geral, não assumem um papel passivo frente à realidade; elas estão sempre em interação com o meio em que vivem e, portanto, as atitudes são construídas nessa interação do sujeito com o meio.

Para Matos (1992) existe concordância, entre diversos pesquisadores, de diferentes teorias, de que as atitudes são formadas a partir das experiências dos sujeitos. Um indivíduo que tenha tido várias experiências negativas com um determinado “objeto”, provavelmente, terá uma atitude negativa frente ao objeto.

Ressalta-se que a definição de atitude apresentada por Brito (1996a) contempla estas características, portanto, será assumida no presente trabalho. Assim, a atitude consiste em:

“uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos, ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo” (p. 11).

Desse modo, pode-se dizer que as atitudes são adquiridas, pois variam conforme as circunstâncias do meio em que o indivíduo se insere. A atitude compreende os domínios cognitivos (conhecimento), afetivo (sentimento) e conativo (predisposição para ação) sempre voltada ao objeto da atitude. Esse é justamente o ponto que diferencia atitude de comportamento, pois o comportamento é o modo de agir, é a manifestação do indivíduo perante uma situação ou um objeto, enquanto atitude é uma disposição interna, que juntamente com outros fatores, contribui para que o indivíduo tenha este ou aquele comportamento. A atitude, em si, não é diretamente observável. *“As atitudes podem ser inferidas através do comportamento do indivíduo”* (Brito, 1996a).

A atitude tem uma contribuição importante para que um determinado comportamento surja, porém, ela não constitui uma condição necessária e suficiente para a existência deste (Matos, 1992). Além disso, as atitudes podem variar, por exemplo, em sua extensão, consistência ou dimensão.

O estudo das atitudes em relação à matemática tem despertado o interesse de muitos pesquisadores, há anos, visto ser comum falar de atitudes negativas que os indivíduos apresentam e que se manifestam por: medo, fracasso, falta de capacidade, insucesso, experiências negativas e ansiedade, entre outras, no campo da aprendizagem matemática.

Considerando que as atitudes se formam a partir das experiências, as atitudes em relação à matemática influenciam e são influenciadas pelo ensino dessa disciplina, pela maneira como ela é trabalhada na escola, pela forma como os primeiros conceitos básicos são adquiridos, pelas habilidades que são exigidas do indivíduo e pelo sucesso ou insucesso na realização das tarefas matemáticas. A escola, muitas vezes, se preocupa em transmitir informações, desenvolver destrezas, ensinar estratégias, não se preocupando com o lado afetivo, com os sentimentos que estão presentes em todas as ações do indivíduo. A formação de atitudes positivas em relação à matemática deve ser uma preocupação da escola, pois

segundo várias pesquisas a atitude está diretamente relacionada ao desempenho do indivíduo na disciplina (Hilton e Berglund, 1974; Frost, Hyde e Fennema, 1994; Brito, 1996a) e pode influenciá-lo na sua futura escolha profissional.

Na revisão da literatura, a respeito das atitudes apresentada por Brito (1996a), foi destacada a pesquisa realizada por Sherman em 1982, a partir da qual a autora concluiu que quanto menor a autoconfiança em matemática, menor será a procura pela disciplina e, posteriormente, pelo curso de matemática, como opção profissional.

Outra pesquisa, também citada nessa revisão, foi efetuada por Daniels, Semran e Lamb em 1991 e mostrava a viabilidade de programas de intervenção que buscavam formar atitudes positivas em relação à matemática. Esses autores desenvolveram atividades, de estratégias de solução de problemas, individuais e em grupo, além de oferecerem informações sobre a matemática. Obtiveram um significativo aumento da atitude positiva em relação à matemática no grupo experimental, após o período de intervenção.

Com o objetivo de investigar o relacionamento da atitude em relação à matemática com o desempenho e o gênero, Tocci e Engelhard Jr. (1991) realizaram uma pesquisa com estudantes de treze anos, sendo 3846 dos Estados Unidos e 3528 da Tailândia, que participaram do segundo estudo internacional de matemática em 1987. Concluíram que existia diferença de gênero em relação à atitude para com a matemática nos dois países e que, nos Estados Unidos, a interação entre desempenho e atitude, foi maior para as mulheres do que para os homens. Mostrou ainda que o desempenho e o apoio dos pais estavam inversamente relacionados com a ansiedade para com a matemática e estavam diretamente relacionados com os seguintes aspectos avaliados: valor da *matemática na sociedade*, *matemática como domínio masculino* e relacionamento pessoal com a matemática. A maior diferença encontrada relativa ao gênero, em ambos os países, foi quanto à visão da matemática como um domínio masculino, sendo que as mulheres acreditavam mais do que os homens, que estudar matemática é tanto adequado para elas quanto é para eles.

O fato de a matemática ser vista como um domínio masculino, também foi verificado nos trabalhos de Fennema e Sherman em 1977 e Sherman em 1980 (*in* Brito, 1996a).

Engelhard (1990) com o objetivo de estudar a relação entre gênero e desempenho examinou os dados recolhidos do *Second International Mathematics Study*, de 1987 do qual participaram estudantes, de treze anos, dos Estados Unidos e da Tailândia. Concluiu que as

diferenças de desempenho favoreceram os meninos em tarefas que requeriam maior complexidade cognitiva e também nas questões de álgebra e de geometria.

Frost, Hyde e Fennema (1994) efetuaram uma meta-análise sobre cem estudos referentes às diferenças de gênero no desempenho matemático e sobre setenta trabalhos referentes às diferenças de atitudes em relação à matemática. Muitos modelos estudados, que relacionavam atitude e desempenho em matemática, realçavam que as diferenças de gênero quanto à atitude em relação à matemática contribuem para as diferenças de gênero quanto ao desempenho, seleção de cursos e escolhas profissionais. O fator mais significativo encontrado foi o da visão da matemática como um domínio masculino, sendo os sujeitos do sexo masculino os que mais apresentavam essa visão. Os autores concluíram: que: *“o resultado da nossa meta-análise indica muito claramente que são os homens que mantêm esta visão estereotipada. Isto sugere que os homens podem desencorajar as mulheres de participarem e evoluírem na matemática”* (p. 383).

A diferença entre desempenho e atitude em relação à matemática, devida ao gênero, foi alvo de muitas pesquisas, dentre elas:

- Hilton e Berglund (1974) mostraram que as atitudes interagem com o desempenho e verificaram uma superioridade masculina no desempenho, sendo que essa superioridade se desenvolve a partir da 5ª série e se acentua com o aumento dos anos de escolaridade. Além disso concluíram que os homens, mais que as mulheres, vêem uma “utilidade antecipada” da matemática como um possível meio de “ganhar a vida” e atribuíram estas diferenças aos diversos interesses, próprios de cada um dos gêneros, que começam a se diferenciar na adolescência.
- Tapasak (1990), em um estudo envolvendo duzentos e trinta e nove (239) estudantes da 8ª série, cento e vinte e dois do gênero masculino e cento e setenta e sete do feminino, verificou que os homens tendem a superestimar a sua expectativa de desempenho em matemática, enquanto as mulheres a subestimam; verificou também que existem diferenças relativas ao gênero quanto aos fatores atribuídos ao desempenho:

“as mulheres sentem que seus esforços, mais do que as suas habilidades, eram a causa principal de seu sucesso em matemática, mas viam suas habilidades como sendo a principal causa do insucesso” (p. 294).

Outra conclusão desse estudo foi que os estudantes do sexo masculino, por terem uma maior expectativa de desempenho em matemática e, por atribuírem seus sucessos mais a fatores “não variáveis” (habilidade) e seus insucessos mais a fatores “variáveis” (esforço), provavelmente são mais motivados a procurarem oportunidades em cursos e carreira relativas à matemática, ocorrendo o contrário com os estudantes do sexo feminino. Destacou ainda que, geralmente, essas posições são reforçadas pelos professores.

- Aksu (1991), usando como sujeitos cento e vinte e seis (126) alunos de dois cursos superiores da Turquia: o de matemática pura e o de educação matemática, mostrou que, no início do curso, as mulheres apresentaram atitudes mais positivas, em relação à matemática, que os homens e, após dois anos, em uma nova medida, esta diferença desapareceu. Destacou que, apesar dos currículos dos dois programas, em termos das disciplinas de matemática oferecidas serem idênticos, durante os dois primeiros anos dos dois cursos pesquisados, houve um decréscimo significativo da atitude em relação à matemática dos alunos do curso de matemática pura, o mesmo não ocorrendo com os alunos da educação matemática. O autor acredita que esta diferença tem uma das suas principais causas na dificuldade que os graduandos, em matemática pura, terão em arrumar empregos apropriados, enquanto os estudantes de educação matemática serão imediatamente contratados pelo Ministério da Educação da Turquia.
- Silva (1991) mostrou, em um estudo transversal com dois mil duzentos e cinquenta (2250) alunos da 7^a à 12^a série de escolas portuguesas, que apenas a variável “ano de escolaridade” estava relacionada com a atitude para com a carreira, e que as mulheres, em geral, conseguiam um nível de desenvolvimento, nas atitudes para com a carreira, superior ao dos homens.

- Sherman, 1980 (*in* Brito, 1996a) verificou que alunos da 11ª série apresentavam um desempenho em matemática superior ao das meninas, e as meninas desta série apresentavam um decréscimo na atitude em relação à matemática.
- Johnson, 1984 (*in* Brito, 1996a) constatou um melhor desempenho masculino na solução de problemas, em testes de domínio conceitual e habilidade espacial; e verificou que os homens apresentavam atitudes mais positivas em relação à matemática, embora as atitudes influenciassem mais as mulheres, na escolha profissional.
- Brito (1996a), em uma pesquisa envolvendo dois mil e três (2003) alunos – estudantes da 3a. série do ensino fundamental à 3a. série do ensino médio – da região de Campinas, também verificou que os sujeitos do sexo masculino apresentavam atitudes mais positivas em relação à matemática que os sujeitos do sexo feminino.

Buscando as causas de todas estas diferenças, Brito (1996a), na revisão a respeito das atitudes, descreveu vários estudos na área e, dentre estes, podem ser citados alguns que são de particular importância para o presente trabalho.

O primeiro deles refere-se ao trabalho anteriormente citado de Johnson, 1984 (*in* Brito, 1996a), que investigou o papel das experiências prévias no desempenho, tendo verificado que a vantagem masculina não era resultado da maior ou menor familiaridade dos alunos com os problemas propostos nas pesquisas, tendo concluído também, que os alunos do sexo masculino apresentavam melhor habilidade espacial.

A pesquisa realizada por Gwizdala e Steinback em 1990 (*in* Brito, 1996a) buscava analisar a influência que os meninos exercem sobre as meninas nas escolas mistas, e concluiu que as estudantes de escolas homogêneas apresentavam atitudes mais positivas que as de escolas mistas, sendo que, nas escolas mistas, os professores tendiam a tratar os alunos de maneira diferente das alunas.

Confirmando estes resultados, Shepardson e Pizzini (1992) afirmaram que diversos estudos indicaram a ocorrência de tratamento educacional diferenciado entre os gêneros, o que

acarretaria desempenho diferenciado entre meninos e meninas nas atividades científicas. Buscando explicações para estas diferenças de tratamento, a pesquisa concluiu que uma possível causa reside na existência, por parte das professoras da escola elementar, de percepções preconceituosas, quanto ao gênero, sobre as habilidades científicas dos estudantes, indicando que os sujeitos do sexo masculino são mais propensos às atividades intelectuais. Os autores alertaram:

“A percepção dos professores da escola elementar sobre as habilidades científicas dos estudantes podem inibir ou desencorajar as meninas de desenvolverem suas habilidades científicas, resultando em diferenças de competências entre meninos e meninas” (p. 152).

Este alerta vem ao encontro da pesquisa de Mallan (1993) que, comparando escolas mistas e homogêneas, encontrou alta incidência de atitudes positivas em relação à matemática nas estudantes das escolas homogêneas e baixa nas estudantes das escolas mistas.

Jacobs (1991) trabalhou com aproximadamente quatrocentos (400) pais e seus respectivos filhos da 6ª à 11ª série, buscando estudar as influências dos pais sobre as atitudes das crianças em relação à matemática e concluiu que as crenças estereotipadas dos pais, em relação ao gênero quanto às habilidades matemáticas, influenciavam a autopercepção de seus filhos, e tanto as crenças dos pais quanto a autopercepção das crianças influenciavam o desempenho da criança na disciplina. Assim se expressou:

“provavelmente as mensagens sobre habilidades que meninos e meninas recebem de seus pais dependem do gênero da criança (...) elas podem ser em detrimento de algumas crianças. Crianças do sexo não favorecido pelo estereotipo (neste estudo mulheres)” (p. 526).

Jacobs (1991), analisando os estudos de Astin em 1944 e de Parson *et al.* em 1982, que também trabalharam com diferenças de gênero, destacou que é menos provável que pais de meninas comprem para elas brinquedos e jogos matemáticos, e é mais provável que reforcem para suas filhas que a matemática é menos importante que outras matérias, atribuindo os bons desempenhos das meninas mais aos treinos e esforços do que às

habilidades. O autor terminou seu artigo realçando que a pouca atenção dada a estas crenças estereotipadas dos pais, servem para manter estas visões estereotipadas em nossa cultura.

Outro estudo revisado por Brito (1996a) foi o de Fishbein em 1990, que verificou também que as famílias estudadas tratavam diferentemente meninos e meninas, além do fato de a diferença de desempenho em matemática estar relacionada às diferenças de classes sociais e às diferenças do meio em que a criança se inseria.

Convém notar que, essas evidências empíricas, reforçam a idéia, comumente aceita, de uma superioridade masculina na execução das tarefas matemáticas. É certo que esta superioridade está fortemente ligada ao papel que a mulher exerceu ao longo da história da humanidade, que destinou a ela os afazeres domésticos, as artes manuais e a criação e educação dos filhos em detrimento da atividade científica.

Brusselmans e Henry (1994), na introdução de um número do *International Journal of Educational Research*, sob o título “Gênero e Matemática”, que tratou das diferenças de oportunidade entre o sexo feminino e o masculino, assinalaram que existem diferenças de oportunidades escolares e profissionais entre homens e mulheres, e isto ocorre em quase todo o mundo.

A maioria dos trabalhos revisados apontou para a necessidade de todos os indivíduos, independente do sexo, desenvolverem ao máximo suas capacidades. Tendo em vista o papel da matemática na grande expansão tecnológica que vem ocorrendo nas mais diversas atividades humanas e a falta de pessoal qualificado para o exercício dessas profissões, concluíram que não é mais possível ignorar os problemas de iniquidade entre os sexos ou, em outras palavras, não reconhecer os direitos de igualdade entre homens e mulheres.

É importante avançar nessa idéia, pois não é mais possível ignorar as diferenças de oportunidade entre pessoas de diferentes classes sociais e etnias e não se devem aceitar rótulos colocados nos indivíduos, impostos por crenças e atitudes negativas que os acompanharão por toda a vida.

O sistema de ensino deve propiciar condições para o desenvolvimento do indivíduo em sua totalidade; deve estar preocupado com a formação de atitudes positivas, de modo que o indivíduo, conhecedor de suas habilidades específicas, possa fazer uma escolha profissional consciente que o leve a ocupar uma adequada posição social e usar todo o seu potencial para a melhoria e avanço da sociedade.

**ALGUNS FATORES RELACIONADOS À
ESCOLHA PROFISSIONAL**

CAPÍTULO 3

ALGUNS FATORES RELACIONADOS À ESCOLHA PROFISSIONAL

Verificar a existência de influência das habilidades e das atitudes em relação à matemática, na escolha profissional, consistiu em um dos objetivos deste trabalho. Na presente pesquisa, a escolha profissional foi considerada como a opção do indivíduo por uma determinada área do conhecimento. Refere-se à escolha de um determinado curso superior que conduzirá o jovem a uma profissão. De acordo com Lucchiari (1993), apesar de toda as crises vivenciais do jovem, no momento dessa escolha, essa não deixa de ser uma escolha, a única possível nesse momento.

A seguir são apresentadas algumas idéias, reflexões e concepções a respeito de diversas dimensões que permeiam a escolha profissional do jovem. Além disso, foi realizada uma análise de alguns fatores que influenciam a escolha profissional, ponto esse fundamental para se atingir os objetivos propostos para este estudo.

3.1 O CENÁRIO

Algumas culturas, neste final de século XX, apresentam um quadro social no qual tudo se transforma rapidamente: novos campos de trabalho emergem, enquanto outros se alteram drasticamente. Muitas ocupações, que exigiam habilidades específicas, tornaram-se obsoletas em um curto período de tempo. O crescimento da automatização, em que as máquinas assumem as funções antes ocupadas pelas pessoas, pressupõe novas exigências por trabalhos mais especializados. Cada vez mais, formação e experiências específicas são exigidas para as pessoas serem admitidas no mundo do trabalho. Um novo perfil é exigido do

trabalhador: ele não deve apenas realizar tarefas específicas, mas sim, ser polivalente⁷ e estar pronto para aprender continuamente, em busca de soluções para situações muitas vezes imprevisíveis.

Novas preocupações emergem desse cenário. Osório (1989) previu que o adolescente do ano 2000

“será um indivíduo alfabetizado pela informática, contando com um código semiótico que para seus pais ainda fora como uma língua estrangeira, jamais a materna. (...) A linguagem dos computadores será a língua materna e universal dos adolescentes na virada do século. A eles caberá, então, o privilégio de aposentar o mito da Torre de Babel. E no entendimento da fala virá, quem sabe, o dos povos e nações. Ao adolescente de amanhã tocará viver num mundo globalizado pelos meios de comunicação” (pp. 64-65).

Acreditava, o referido autor, que no ano 2000, o jovem, dentro de um contexto de globalização, no qual não caberão objetivos individuais dissociados dos coletivos, direcionará suas ações, visando o bem-estar comum. Além disso, afirmou que a grande preocupação dos jovens, no próximo século, será a comunhão entre a ecologia e o progresso tecnológico.

Hoje, na medida em que o cenário internacional incorpora novas visões, nas mais diferentes áreas, a previsão feita por Osório (1989) se revela. Algumas dimensões dessa realidade podem ser encontradas nas citações de Dimenstein (1997) que enfatizou algumas mudanças que vêm se processando. Dentre elas:

- O processo de globalização atual faz com que as fronteiras percam o valor e o avanço da economia do mercado é responsável pela quebra de várias barreiras;
- Novos hábitos e padrões de comportamento institucionais, culturais e econômicos são criados, devido às novas tecnologias;
- O desemprego mundial está crescendo e as tarefas são cada vez menos dependentes do trabalho braçal e mais dependentes do trabalho intelectual;
- Pelo menos 1,5 milhão de crianças, nos Estados Unidos, estudam em casa e esse aprendizado é facilitado por sistemas multimídias, misturando som, imagem e textos;

⁷ Polivalente é entendido como o sujeito que é versátil, que atua em diversas áreas.

- A Internet, sistema internacional de comunicação, expandiu-se para todos os tipos de usuários, e acredita-se que atingirá um bilhão de usuários em todo o mundo, na virada do século;
- Uma nova realidade se apresenta nos chamados teletrabalho - 7 milhões de pessoas, nos Estados Unidos, trabalham em suas próprias casas. Videoconferências permitem troca de opiniões e tomada de decisões entre pessoas, sem necessidade de reuni-las no mesmo local.

As idéias mencionadas anteriormente podem ser reforçadas pelo texto a seguir (Miskulin, 1999) no qual a autora analisou as influências das novas tecnologias sobre o perfil do futuro profissional, atendendo as exigências da sociedade atual:

“(...) com a introdução, disseminação e apropriação das novas tecnologias em nossa sociedade, tem havido uma utilização maior da Informática e da automação nos meios de produção e de serviços, gerando novos comportamentos e novas ações humanas. Tal cenário exige e necessita de um novo perfil de trabalhador. Nesse sentido, pode-se ressaltar o processo cada vez mais disseminado da automação nas linhas de montagens de automóveis; da automação nos processos de fabricação de aparelhos eletrônicos; da informatização dos sistemas bancários; dos sistemas informatizados das companhias aéreas, em seus mais variados serviços, dentre outros. Tais ambientes exigem, sem dúvida nenhuma, uma nova formação do cidadão, um novo perfil do trabalhador com um nível qualificado de informação, com conhecimento crítico, criativo e mais amplo, resultando em condições que lhe permitam integrar-se plena e conscientemente nas tarefas que, possivelmente, desempenhará em sua profissão e em sua vida” (p. 10).

Diante dessas perspectivas, é necessário que o sistema educacional brasileiro passe a se preocupar com estas questões. Nesse sentido, faz-se necessária a visão de alguns aspectos gerais que se incorporam ao cenário desse país no tocante ao sistema educacional.

Um dos primeiros aspectos relaciona-se com o analfabetismo no Brasil. Conforme Castro (1999), que divulgou dados estatísticos revelados por pesquisas ligadas a órgãos governamentais, o índice de analfabetismo corresponde a 14,7% (dados de 1996) da população com idade superior ou igual a quinze anos. No Nordeste, o índice se eleva para 28,7% . A autora declarou que, apesar dos progressos brasileiros alcançados (a taxa de 1991 era de

20,1%) nos últimos anos, o analfabetismo constitui um grande desafio a ser vencido. Assim, referiu-se a essa questão, afirmando que:

“É, entretanto, necessário concentrar esforços na erradicação do analfabetismo para os grupos mais jovens, com prioridade para a população na faixa etária de 15 a 29 anos. Claramente, trata-se de uma diretriz de política pública inadiável, com o sentido de promover a inclusão social de segmentos que se encontram impedidos de participar autonomamente da vida democrática e do mercado de trabalho” (pp.41-42).

Os dados referentes à população economicamente ativa, em relação ao nível de escolaridade, mostra um quadro que deixa muito a desejar: 72% completaram, no máximo, o ensino fundamental; 17%, o ensino médio e apenas 11%, o ensino superior (Souza, 1999). A partir de 1971, as pressões sociais pela melhoria das condições de acesso à educação básica levou a ampliação do antigo ensino primário, com quatro séries, para o atual ensino fundamental com oito séries, dando-lhe um caráter de obrigatoriedade e gratuidade.

Em relação ao ensino médio, Castro (1999) explicitou que:

“O principal fenômeno educacional observado no Brasil na década de 90 tem sido a velocidade com que se vem dando a expansão do ensino médio, (...). De fato, no período de 1990 a 1998, a matrícula neste nível de ensino praticamente dobrou, (...) o número de concluintes também duplicou” (p. 73).

Apesar dos avanços alcançados nos últimos anos, os dados estatísticos revelam que, para a população, na faixa etária dos quinze aos dezessete anos, apenas uma percentagem inferior a 30% encontra-se matriculada no ensino médio e destes, apenas 16,5% concluem seus estudos. Tais dados colocam o Brasil em uma posição bem inferior a de países mais desenvolvidos nos quais, em média, 80% da população desta faixa etária freqüentam a escola de nível médio (Castro, 1999).

Ainda segundo os dados divulgados por essa autora, em relação ao número de matriculados em toda a rede de ensino nacional, o número dos que freqüentam o ensino médio corresponde a 14% do total; o ensino fundamental, a 74,5% e o ensino superior, a 4,1% dos matriculados e a rede pública responde por 72,5% do total das matrículas no ensino médio. A

parte correspondente à participação do ensino privado, nesse nível, caiu de 46,5% em 1980 para 19,8% em 1997.

Entre os fatores que condicionaram a expansão do ensino médio pode-se citar o aumento do número de concluintes do nível fundamental (8ª série) além das pessoas mais velhas que retornam aos estudos, procurando elevar o nível de formação, motivadas pelas exigências do mercado de trabalho. Novamente, recorre-se às palavras de Castro (1999) que esclarece:

“(...) este fenômeno reflete, sobretudo, as novas necessidades do mercado no contexto de profundas mudanças no processo de trabalho, sob a mira das pressões estimuladas pelas inovações tecnológicas e a intensa reestruturação do setor produtivo.

Neste final do século XX, o mercado de trabalho tornou-se mais seletivo, exigindo a formação de nível médio como escolaridade mínima para os candidatos a um emprego, independente da função a ser exercida, o que estimula a procura por vagas nas escolas do ensino médio. Isso explica as tendências registradas nos últimos anos do número de matrículas na 1ª série do ensino médio superar o número de concluintes da 8ª série do ensino fundamental do ano anterior, pois é significativo o número de pessoas que estão retornando ao sistema para completar a educação básica” (pp.74-75).

A esse respeito, a autora observou ainda que a idade esperada para o término dos estudos no ensino médio é por volta dos dezessete a dezoito anos; porém, mais da metade dos concluintes (50,36%) apresenta idade superior, sendo 24,5% a percentagem dos que concluíram o ensino médio com mais de vinte e um anos. De acordo com Castro (1999), considerando a expectativa dos concluintes é verificado que 31,5% pretendem ingressar no ensino superior, 20,5% pretendem conseguir um emprego melhor e 13% têm a expectativa de conseguir um emprego.

Quanto ao ensino superior, a percentagem de alunos matriculados na faixa etária compreendida entre vinte e vinte e quatro anos é, aproximadamente de 13%. Castro (1999) comenta que esse percentual é menor que em países como Argentina (39%), Chile (27%) e Bolívia (23%). Nos Estados Unidos este percentual chega a 80% e, em países como Inglaterra, França e Espanha, aproxima-se de 50%⁸.

⁸ Fontes: MEC/INEP/SEEC e Anuário Estatístico Unesco/97. Os dados do Brasil se referem ao ano de 1996.

Essa mesma autora ressaltou que a exigência do mercado de trabalho por profissionais mais qualificados e o substancial aumento do número de alunos concluintes do ensino médio estimulam a expansão de vagas no ensino superior.

Em relação ao ensino superior, alguns resultados citados por Castro (1999) merecem ser destacados para contextualizar o que ocorre nesse nível de ensino:

- 60% dos alunos estão alocados no setor privado; no setor público 21% correspondem a Instituições Federais, 13%, a Estaduais e 6%, a Instituições Municipais.
- Quanto ao gênero, a maioria dos graduandos do curso de Odontologia são do gênero feminino; os cursos de direito e medicina veterinária não apresentam predominância de um dos gêneros; sendo que o masculino está mais presente que o feminino nos cursos de administração, engenharia química e atinge 75% no curso de engenharia civil⁹.
- O curso superior é ainda bastante elitizado, sendo que a percentagem de jovens com as mais altas rendas familiares é maior nos cursos mais concorridos⁹.
- Muitos alunos exercem atividade remunerada regular de 40 horas semanais. Os cursos de Administração e Direito são os que apresentam a maior percentagem de alunos que trabalham (62,4% e 38,5%, respectivamente). Já os cursos de Medicina Veterinária (1,2%) e o de Odontologia (1,4%) apresentam o menor número de alunos que trabalham⁹.
- O maior percentual de alunos que cursaram o ensino médio em escolas particulares encontra-se nos cursos mais concorridos, como pode ser evidenciado nos dados a seguir⁹:

Tabela 1: Percentual dos alunos que freqüentaram o ensino médio em escolas particulares

Curso	Odontologia	Medicina Veterinária	Direito	Engenharia Civil	Engenharia Química	Administração
%	77%	67%	59,2%	62,1%	68%	52,2%

⁹ Dados de 1997 obtidos pelo Exame Nacional de Cursos – implantado como um mecanismo instituído pelo Ministério da Educação e do Desporto para avaliar os cursos de graduação.

Os dados revelam, ainda, que a maioria dos graduandos, dos cursos avaliados, freqüentou escola particular durante o ensino médio.

- No curso de odontologia são mais freqüentes os alunos cujos pais possuem formação superior (48,5%) ou cujas mães possuem formação superior (37,4%), enquanto que o curso de administração tem a menor percentagem (24,4% de pais e 16,9% de mães).
- Quanto ao desempenho das instituições do ensino superior, os resultados do Exame Nacional de Cursos (1997) apresentaram um quadro de desigualdades, no qual se sobressaíram as Instituições Federais e Estaduais. A distribuição dos conceitos de desempenho também apresentou uma grande variação regional.

Embora esses dados sejam parciais e pouco revelem do ensino superior como um todo, pode-se perceber que existem muitas desigualdades no acesso a esse nível de ensino.

Além disso, o número médio (em anos) de escolaridade da população brasileira é de 5,7 anos para o sexo masculino e para o sexo feminino, esse número passa para 6 anos (Velloso e Albuquerque, 1999, p. 44). Esse número, apesar de ter aumentado nos últimos anos, deixa o Brasil em uma posição bem inferior, quando comparado aos países desenvolvidos.

Inserindo este trabalho no cenário até aqui descrito, optou-se por trabalhar com alunos do primeiro ano da universidade e concluintes do ensino médio. Esses alunos, cujas expectativas profissionais foram consideradas, pertencem a uma pequena parcela da população brasileira que consegue pleitear uma formação superior.

Neste contexto, algumas questões emergem. Dentre elas: Como contextualizar o adolescente que hoje se preocupa com a sua escolha profissional, frente a este mundo onde ocorrem tantas mudanças? Como associar oportunidades profissionais com os anseios, as necessidades, o preparo educacional, as habilidades e os valores dos jovens ?

3.2 O MOMENTO DA ESCOLHA

Aparentemente, um dos maiores desafios que se impõem ao jovem, na sociedade atual, relaciona-se não só à escolha profissional, buscando realização pessoal, mas também à inserção na sociedade, inserção essa que possibilite um efetivo desempenho no mercado de trabalho.

As diferentes aptidões pessoais para o desempenho das diferentes tarefas faz com que as pessoas se apresentem mais bem preparadas para o exercício desta ou daquela tarefa.

As habilidades, os conhecimentos, as atitudes, as necessidades individuais e a própria realidade constituem dimensões que interferem na escolha profissional.

Na cultura brasileira, a natureza da profissão exercida constitui um dos principais determinantes do “status” social. Muitas vezes refere-se à profissão para identificar determinada pessoa. Por exemplo quando se pergunta: “Quem é Adolfo?” recebe-se comumente informações de que é cabeleireiro, advogado ou professor, dentre outras. Geralmente o trabalho limita os lugares onde a pessoa pode viver, as roupas que veste, o tipo de lazer, as amizades e até os valores associados a numerosas espécies de trabalho acabam sendo incorporados à vida pessoal.

A esse respeito Anastasi (1970) afirmou: *“A escolha de uma ocupação equivale à escolha de um modo de vida.(...) a escolha de uma profissão pode ser vista como um modo de estabelecer a própria identidade”* (pp.730 e 732).

Desse modo, não é apenas a escolha do que fazer que está em jogo, mas, fundamentalmente, quem o sujeito será no futuro.

O adolescente, ao terminar o ensino médio, para continuar seus estudos, necessita fazer uma opção profissional. Bohoslavsky, R. (1993) afirmou que: *“o futuro tem uma importância atual-ativa enquanto projeto para o adolescente, e faz parte de sua estrutura de personalidade, neste momento”* (p. 51).

Estudo e trabalho constituem para o adolescente um dos meios e uma das formas de ascender aos papéis sociais adultos. Nessa fase da vida do indivíduo, considerada como um período de crise, transição, adaptação e ajustamento, surgem diversas dificuldades,

geralmente, ocasionando conflitos e tensões. É nesta fase que o adolescente deve definir sua futura profissão. Nela se expressa o dilema entre o que se quer alcançar e o que se pode alcançar. Destaca-se a expectativa do adolescente a respeito de si mesmo, do mundo e dos outros. Pode-se dizer que o adolescente está em um processo de desestruturação e reestruturação ao mesmo tempo, buscando conquistar sua própria identidade. Esse processo se traduz, segundo Bohoslavsky (1993), em uma série de antíteses:

“o sentimento de quem se é e quem não se é; quem se quer ser e quem não se quer ser; quem se pode crê que deve ser e quem se crê que não deva ser; quem se pode ser e quem não se pode ser; quem se permite ser e quem não se permite ser, da totalidade das quais, surgirá, ou não, uma síntese” (p. 66).

Segundo o autor, tais problemas causam uma enorme confusão nos adolescentes, mais intensa que em outras idades, pois o que se crê que se é, o que se quer ser e o que lhe permitem ser supõe identificação com os outros. Objetos antigos pesam sobre os objetos novos e interferem na relação com estes. Quase sempre escolher o novo implica em deixar de lado todo o resto. Assim sendo, a escolha profissional constitui um dos aspectos da identidade do sujeito inserindo-se em um sistema mais amplo sendo, portanto, determinada pela personalidade e determinante da personalidade do adolescente.

Apesar de todas as crises vivenciais no final do ensino médio, o adolescente tem que fazer uma opção por um curso superior se deseja continuar seus estudos: é o momento da escolha profissional. De acordo com Lucchiari (1993):

“(...) e o adolescente consegue escolher. Ele faz a escolha possível para o momento. Sem ter muita consciência das influências que sofre, principalmente, sem ter informações suficientes sobre a profissão que está escolhendo” (p. 12).

Escolhas precisam ser feitas durante toda a vida e, geralmente, limitam e determinam a direção da vida do sujeito. A escolha profissional constitui uma das mais importantes e difíceis de ser feita devido aos vários fatores envolvidos. Tal escolha é afetada e determinada por conhecimentos, habilidades, atitudes e necessidades, dentre outros fatores. Para algumas

peçoas, a necessidade de realização financeira poderá ser um dos determinantes da escolha profissional; para outras, a necessidade de ser o centro das atenções ou, ainda, a necessidade de segurança, encontrada em situações estruturadas, além de outras necessidades de ordem afetiva podem interferir na escolha profissional.

O meio no qual o indivíduo vive também desempenha um papel decisivo nessa escolha. A esse respeito, Anastasi (1970) escreveu:

“A escolha ocupacional representa uma síntese entre desejos e realidade, entre o que a pessoa deseja e o que a pessoa pode alcançar. Através da contínua interação com o seu meio ambiente, o indivíduo testa as suas necessidades pessoais, aptidões e outros atributos em confronto com as exigências e os recursos da sociedade” (p. 747).

3.3 FATORES SOCIAIS E O MOMENTO DA ESCOLHA PROFISSIONAL

A classe social a que o indivíduo pertence pode ser um fator que influencia na escolha de profissões com as quais ele está mais familiarizado e interessado.

Profissões ditas “tradicionais”, entre elas a medicina e o direito, ainda representam símbolos de ascensão social e, muitas vezes, são escolhidas por esta razão, independentemente da análise do seu verdadeiro exercício profissional. Assim *“coexistem as velhas idéias de categorias ou status na escolha de cursos ou ocupações em que o “título” ou a aquisição de cultura constituem valores em si mesmos”* (Fantino, 1983, p. 22).

As classes sociais às quais os indivíduos pertencem também podem influenciar na obtenção de determinados empregos interferindo, assim, na escolha profissional. Esse fato pode ser observado na citação abaixo:

“O adolescente sócio-economicamente desfavorecido normalmente tem pouca oportunidade para treinar ocupações de alto nível, (...) fatores de classe social também têm probabilidade de influir nas oportunidades que o adolescente tem de conseguir determinados empregos, mesmo que devidamente qualificado. As pessoas de uma certa classe social tendem a

escolher outras pessoas da mesma classe como colegas e sucessores, embora possam fazê-lo sem estarem totalmente conscientes. Um empregador pode dizer que uma pessoa de outra classe social não tem o tipo certo de personalidade para aquele determinado trabalho quando o que quer dizer é que não apresenta o mesmo conjunto de traços sociais — adquiridos pelos membros de uma determinada classe social — que os outros indivíduos que assumem tal posição no trabalho.

Argumentos parecidos também podem ser usados para justificar segregações raciais, étnicas ou relativas ao sexo da pessoa” (Mussen, Conger e Kagan, 1977, p. 484).

Os autores observaram que, apesar destas discriminações, números expressivos de pessoas de grupos minoritários, atualmente, estão se saindo bem em diversas ocupações, nas quais, anteriormente, não tinham espaço.

Cabe ressaltar a grande diferença no Brasil, onde os jovens das classes mais abastadas — com acesso a um ensino fundamental e médio de bom nível, ministrado por escolas particulares — geralmente, se apresentam mais aptos a concorrerem a uma vaga nos cursos superiores em escolas mais qualificadas, tendo acesso aos cursos mais competitivos que os jovens que freqüentam a escola pública. Apesar de a escola pública responder por 72,5% da formação no ensino médio nacional, o exame nacional de cursos verificou que a maioria dos alunos concluintes do ensino superior, dos cursos avaliados, freqüentou escola privada durante o ensino médio, chegando a atingir 77% dos graduandos do curso de odontologia, o mais concorrido dentre os cursos participantes (Castro, 1999).

Dentre os alunos que freqüentam a escola pública, muitos necessitam trabalhar durante o dia, freqüentando escolas noturnas, nas quais, muitas vezes, professores com remuneração inadequada, trabalham com jovens cansados que, sem muita perspectiva de melhoria de vida, perdem o entusiasmo, criando, com isto, uma enorme barreira a muitos anseios profissionais.

Dentre os fatores que influenciam na escolha profissional, são elencados, a seguir, alguns que desempenham uma função significativa no processo de opção por uma carreira.

3.4 PRINCIPAIS INFLUÊNCIAS NA ESCOLHA PROFISSIONAL

O incentivo e a expectativa dos pais em relação ao futuro dos filhos, muitas vezes, levam os jovens a altos níveis de aspiração. Essa expectativa leva os jovens a um dilema entre satisfazer os anseios familiares na escolha de uma carreira, que preserve ou aumente o status social, ou escolher uma outra carreira pela qual se sentem mais atraídos, mas que não apresenta o mesmo reconhecimento social.

Geralmente, as profissões exercidas pelos pais e os relacionamentos acidentais com várias profissões, influenciam na escolha profissional dos jovens. Satisfações ou insatisfações dos pais ou de familiares com esta ou aquela profissão também podem ter um papel importante, como ponto de referência positivo ou negativo na escolha profissional.

Outro fator de influência consiste na identificação do jovem com o grupo dos pares. Os valores, as normas e a cultura dos pares se impõem para o adolescente e, muitas vezes, criam ou mesmo distorcem imagens profissionais.

Os padrões culturais, relativos ao papel social do homem e da mulher, desempenham um papel importante no interesse em relação a determinadas profissões. Nesse aspecto, muitas carreiras, como o magistério, são geralmente ocupadas por mulheres, enquanto carreiras como engenharia são predominantemente masculinas. A esse respeito Bohoslavsky (1993) ressaltou:

“(...) as ocupações não são consideradas como sexualmente neutras. Há ocupações mais ou menos “masculinas” ou “femininas” e o adolescente integra esta valoração em sua identidade ocupacional. Os padrões culturais quanto ao papel social do homem e da mulher vão se interiorizando ao longo da gênese da identidade ocupacional do adolescente e desempenham um papel importante como causas de gostos, interesses, atitudes e inclinações.”¹⁰ (p. 60).

Esse fator parece intimamente relacionado às atitudes em relação à matemática que, de certa forma, direcionam a escolha profissional.

¹⁰ Identidade ocupacional, é caracterizada por Bohoslavsky como um aspecto da identidade do sujeito, constituindo a autopercepção, ao longo do tempo, em termos de papéis ocupacionais.

Pode-se dizer que **limites externos** exercem forte pressão sobre as escolhas que os indivíduos devem fazer. Através da interação com o meio ambiente, o indivíduo confronta suas necessidades e aptidões com as exigências e os recursos disponíveis. O processo da escolha profissional ocorre, portanto, em uma relação dialética com as influências do meio.

A **televisão e o cinema**, apesar de constituírem valiosos elementos de informação, oferecem aos jovens modelos profissionais que podem não corresponder à realidade dependendo do país e acaba constituindo, algumas vezes, um fator enganador para as aspirações dos jovens. De acordo com Fantino (1983) *“os jovens têm em muitos casos imagens virtuais – representações de uma atividade que não correspondem à realidade no contexto social do indivíduo – das características das profissões e do seu campo de trabalho”* (p. 25).

Informações sobre as diversas profissões, sobre o mundo moderno, sobre a realidade social, sobre as oportunidades nos diversos campos de trabalho, sobre que estudos realizar e o conhecimento do dia a dia das diversas profissões constituem fatores primordiais para uma escolha profissional mais consciente, podendo facilitar o processo da escolha.

É importante destacar que as **habilidades** que o sujeito apresenta e as **atitudes** em relação a este ou àquele objeto, pessoas ou eventos estão entre os fatores que podem influenciar na escolha profissional. Como a existência de influência das habilidades e das atitudes em relação à matemática na escolha profissional foi um dos objetivos do presente estudo, foram revistas algumas pesquisas que mostram, em campos específicos, essa influência.

3.5 A MATEMÁTICA E A ESCOLHA PROFISSIONAL

Apesar da importância do tema, não foram encontrados estudos que buscassem a relação entre a matemática e a escolha profissional. As pesquisas encontradas que se referiam a esta relação, não tinham esse tema como problema central.

Algumas pesquisas têm mostrado que atitudes negativas em relação à matemática conduzem o indivíduo à procura de cursos de magistério, como opção ao ensino médio, buscando fugir de um estudo mais profundo desta disciplina. Esse assunto foi discutido por Passos (1995), conforme a afirmação a seguir: *"alunos que não gostam de matemática serão professores e, provavelmente, formarão alunos que também não gostarão de Matemática e que poderão procurar cursos de magistério"* (p. 61).

Gonçalez e Brito (1996) constataram que alunos ingressantes do curso de magistério apresentavam atitude negativa em relação à matemática. As autoras sugeriram a necessidade de estudos futuros que pudessem verificar se a aptidão para trabalhar com crianças pequenas estaria associada ao fato de as pessoas terem atitude negativa em relação à matemática e por essa disciplina ser considerada mais simples nas primeiras séries.

Frost, Hyde e Fennema (1994) verificaram que muitos estudos sobre atitude em relação à matemática apontam para o fato de a matemática ser considerada como um domínio masculino. Tal fato pode influenciar, negativamente, o acesso das mulheres a empregos e carreiras que envolvam matemática. Os autores consideraram também que as maiores diferenças de desempenho entre os gêneros aparecem na área de resolução de problemas matemáticos, e sendo essa uma área essencial para o sucesso em carreiras relacionadas à matemática, esse fator pode funcionar como um "filtro crítico".

Há profissões que exigem que a pessoa possua algumas habilidades em matemática, pois necessitam de um conhecimento mais amplo dessa disciplina e mesmo a sua aplicabilidade constitui o dia a dia na vida de muitos profissionais. O guia de profissões da UNESP (1994) ressaltava que a habilidade com números é atributo que não pode faltar ao profissional que deseja cursar Matemática, pois esta exige dos candidatos qualidades como: exatidão, meticulosidade, boa memória, concentração, criatividade e capacidade de realizar operações mentais com símbolos abstratos. Em outro ponto, destaca que os candidatos às carreiras de exatas devem ter senso de observação, raciocínio lógico, curiosidade e imaginação e aconselha ao aluno ter um bom domínio de disciplinas como matemática, física e química.

Aparentemente, espera-se que alunos com baixa habilidade matemática, e/ou com atitudes negativas em relação à matemática, não optem por cursos da área de exatas.

O sujeito que ingressa em um curso superior para o qual não está preparado ou para o qual apresenta emoções conflitantes e atitudes negativas pode vir a desenvolver comportamentos que inclusive, inviabilizem a sua permanência no curso ou a obtenção de um determinado emprego. Isso é, em parte, reforçado pelo estudo de Munõs (1994), que teve como sujeitos alunos de bacharelado, que encontrou forte associação entre as atitudes favoráveis em relação à matemática e a obtenção de um emprego que a utilizasse.

Com base nas idéias e concepções apresentadas anteriormente, pode-se observar que, muitos fatores exercem influência na escolha profissional, dentre eles: as questões ligadas ao mundo atual e as oportunidades educacionais; as questões ligadas às próprias necessidades individuais da personalidade do indivíduo; a faixa etária do indivíduo; os fatores sociais e familiares; a influência do *status* que determinadas profissões ainda representam; as contingências que o meio impõe para a escolha profissional, restringindo ou ampliando essa escolha; etc.

Nessa perspectiva, dentre os diversos fatores que influenciam a escolha profissional do indivíduo, é reafirmada a idéia segundo a qual as habilidades e as atitudes quase sempre interferem nessa escolha.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ÁLGEBRA

CAPÍTULO 4

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ÁLGEBRA

4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ÁLGEBRA

A história registra que há 2000 a.C. o povo egípcio sentiu necessidade da superação do número natural. No papiro de Rhind (sec. XVIII a.C.) consta a palavra “aha” utilizada para escrever um número desconhecido. O conhecimento matemático dos Egípcios, revelado nos papiros, é quase todo prático, voltado a problemas imediatos e específicos; deste modo a palavra “aha” não expressa variação (Lima, Pérides e Takasaki, 1978).

Existem referências à álgebra na Babilônia (1700 a.C.), em problemas encontrados em tábuas de argila em notação sexagesimal cuneiforme:

“Muitos textos de problemas do período Babilônio antigo mostram que a solução da equação quadrática completa não constituía dificuldade para os babilônios, (...) muitas fórmulas simples de fatoração lhe eram familiares. Não usavam letras para quantidades desconhecidas (...) palavras como “comprimento”, “área” e “volume” serviam bem nesse papel” (Boyer, 1974, p. 22).

Os gregos, que conheceram as contribuições egípcias e babilônicas, sentiram a necessidade de expressar uma idéia que contemplasse o universal, o geral. Utilizaram para esse fim as formas geométricas, pois acreditavam que as formas, em sua beleza absoluta, poderiam descrever a essência das coisas. “Os Elementos” de Euclides não só constituíram a mais antiga obra matemática grega, mas também o texto mais influente de todos os tempos. Neles, as grandezas, conhecidas ou não, são tratadas de forma geométrica. Os gregos, ao se utilizarem dos segmentos, para representar números e variáveis, criam uma contradição: representar a variável por uma figura que traz em si a rigidez e a imutabilidade. Desenhavam figuras para eternizar a variação. Essa “variável figura” criada pelos gregos mantinha a visão

de mundo fixo e imutável. Assim o pensamento matemático não podia acompanhar a idéia de movimento, limitando o campo em que a variação ocorria.

Foram necessárias grandes transformações para que as mudanças ocorressem. Com a nova visão de mundo que imperou no Renascimento, o movimento passou a fazer parte das vidas das pessoas; tornava-se necessário criar algo que expressasse a fluência, algo que, mesmo sendo numérico, não indicasse um número particular. Como os numerais indicam números particulares, a variação não poderia ser expressa por um número. Era necessário então, encontrar um ponto de partida e esse ponto foi encontrado nos trabalhos de Diofante.

Diofante (aproximadamente século III a.C.), filósofo grego durante o domínio da metafísica, concebia o número como elemento fundamental do pensamento matemático. Usou as letras para representar a “fluência” e determinou regras para abreviar potências, relações e operações. Como afirma Boyer (1974), Diofante pode ser um representante do segundo estágio no desenvolvimento histórico da álgebra, dos três estágios considerados por esse autor: (1) o *retórico* – tudo é escrito com palavras; (2) o *sincoado* – uso de abreviações para algumas palavras; (3) o *simbólico* – uso de símbolos próprios. Os escritos de Diofante ficaram esquecidos por mais de 1000 anos.

De acordo com Boyer (1974), a álgebra teve uma evolução lenta:

“(...) no entanto a álgebra, durante o tempo dos árabes e o começo do período moderno não tinha ido longe no processo de libertação do uso de tratar casos particulares. Não poderia haver grande progresso na teoria da álgebra enquanto a preocupação principal fosse a de encontrar a ‘coisa’ numa equação com coeficientes numéricos específicos”

(p. 223).

A humanidade levou muitos séculos para criar uma linguagem simbólica: uma linguagem matemática simbólica, que libertada das palavras, voltava-se para expressar o pensamento matemático. Uma das maiores contribuições nesse sentido, foi dada por François Viète (1540-1603) ao introduzir as vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida ou indeterminada (variável), e consoantes para representar os números supostamente conhecidos (parâmetros). A humanidade, então, criou e deu uma notação para a variável.

Caraça (1984) destacou que a variável representa “(...) o símbolo da vida coletiva do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, mas não se reduz a ela” (p. 127).

Pela característica de quebrar a permanência, a variável representa o pensamento sob a ótica do movimento, permitindo assim um expressar próprio – a do pensamento algébrico – um pensar que quebra o estático, o fixo, transpõe o numérico, o imutável, abrindo assim as portas para um novo tempo, possibilitando o desenvolvimento da ciência de um modo geral. Lima, Takazaki e Moisés (1978) reforçaram essa idéia:

“A perspectiva histórica da construção da álgebra nos revelou o progresso da ciência em continuidade e ruptura com as mudanças sociais caracterizadas pela luta das idéias na direção da construção do aspecto mais humano do conceito: aquele que liberta o homem do trabalho mecânico e repetitivo, e que o torna elemento de compreensão da realidade sempre dinâmica” (p. 1).

A regularidade dos fenômenos, a observação dos aspectos invariantes dentre outros que variam, e a compreensão de que alguns fatores se modificam regularmente, quando existe a variação em outros fatores, ou seja, o pensamento algébrico, ganha nova forma de expressão.

4.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS PERTINENTES AO ENSINO–APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

O pensamento algébrico tem várias formas de expressão, podendo ser manifestado através da linguagem natural, aritmética, geométrica ou através de uma linguagem simbólica própria.

Vários pesquisadores têm alertado que seria adequado iniciar, desde cedo, as crianças no pensamento algébrico através de situações-problemas, que garantam o exercício dos elementos caracterizadores desse pensamento, entre os pesquisadores Ken (1989), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenes (1997). Esta prática, feita de forma reflexivo-

analítica, possibilitaria a construção de uma linguagem simbólica com significado para o aluno.

Lins (1995), em um estudo com crianças de sexta série do ensino fundamental, propôs atividades nas quais os alunos eram levados a produzir significados em transformações de expressões algébricas e a trabalhar com combinações de equações. De acordo com o autor essas atividades poderiam ser trabalhadas com crianças ainda menores, alunos de quinta ou mesmo de quarta séries.

Nessa mesma perspectiva, de trabalhar com os significados, Neves (1995) afirmou que:

“A construção de um conhecimento algébrico na sala de aula exige, além da participação e da atividade dos alunos, uma confrontação entre os significados que eles atribuem aos objetos algébricos e suas necessidades de resolver problemas, visando uma articulação entre esses significados e os antigos conhecimentos dos alunos” (p. 128).

Da mesma forma, Ken (1989) destacou a importância de atividades algébricas para as crianças:

“O pensamento algébrico e a própria atividade algébrica acontece quando procuramos discernir, generalizar e descrever estruturas e modelos. As crianças devem ser encorajadas a pensar e a agir algebricamente, em uma ampla variedade de contextos, antes que venham a fazer um estudo formal da álgebra” (p. 14).

Nesse sentido, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) alertaram que: *“a introdução precoce e sem base significativa de uma linguagem simbólico abstrata pode funcionar como freio à aprendizagem significativa da álgebra”* (p. 89).

Ressalta-se que a introdução da álgebra é, muitas vezes, feita rapidamente, sem considerar as dificuldades ligadas à natureza dos elementos e ao próprio pensamento algébrico, aumentando a possibilidade de fracasso em matemática, a partir do momento em que se inicia o estudo formal da álgebra (Alonso et al., 1993).

Vergnaud (1997) também ressaltou o perigo do ensino formal em álgebra sem a necessária conexão entre o raciocínio natural e intuitivo e o cálculo formal, mas a escola nem sempre se preocupa com esta conexão. O autor afirmou que a força matemática da álgebra está

na polivalência de significados para os sinais e símbolos. Porém esta polivalência dificulta o ensino da álgebra; pois por exemplo, as letras em álgebra podem representar números desconhecidos, expressar generalizações, expressar um conjunto de valores não especificados, ou ainda podem-se utilizar letras como um objeto, quando na manipulação de expressões com símbolos literais.

Esse último uso das letras aparece em atividades como: “*calcule o valor das expressões e simplifique o resultado* $\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 16} \cdot \frac{x + 4}{6x}$ ” (Malveira L., 1989, p. 93).

Muitas vezes as letras são introduzidas como tentativa de generalizar as propriedades da aritmética. Alonso *et al.* (1993) destacaram que esse modo de proceder leva a uma troca dos símbolos que são utilizados, porém, não de significado.

“É necessário que, além de trocar os símbolos, ocorra uma troca em seu significado, é dizer, que não se passe somente de uma substituição de números por letras, e sim que se realize o passar de números para variáveis. Para que se dê a passagem de números \rightarrow variáveis tem que existir uma transformação tanto de símbolo, como de significado” (p. 18).

As operações algébricas, diferentemente das aritméticas, que sempre levam a um resultado, podem expressar somente uma relação entre um conjunto de valores.

Collis (in Alonso *et al.*, 1993) assinalou que os principiantes em álgebra veriam as expressões algébricas como proposições que são incompletas, não aceitando a falta do fechamento, como na expressão $x + 6$ que não se associa a um número ou letra.

Alonso *et al.* (1993) assinalaram que, muitas vezes, os alunos associam expressões a zero e o fazem dessa maneira por considerar que o zero, em uma adição, não altera o valor da soma.

Quanto ao princípio de igualdade, os autores acima referidos afirmaram que a sua correta utilização na álgebra requer uma verdadeira transformação conceitual, mantendo os princípios que se tem da notação usada em aritmética. Ressaltaram o caráter bidirecional que o “igual” representa na álgebra, enquanto sua utilidade, na aritmética, quase sempre é unidimensional, da esquerda para a direita, da operação para o resultado. Na aritmética, muitas vezes, a igualdade é utilizada para indicar uma seqüência de operações efetuadas; utilizam

uma expressão aritmética formalmente incorreta. Alonso *et al.*(1993) concluíram que tal procedimento na aritmética, geralmente, não afeta o resultado e, na álgebra, tais transgressões podem acarretar dificuldades e afetar o resultado final.

Outro fato destacado por estes autores consiste na ambigüidade na convenção de notações; por exemplo, 34 é, em aritmética, $3 \times 10 + 4$, em que o 3 representa a quantidade de dezenas e, portanto, representa 30, enquanto em álgebra $3x$ significa que 3 multiplica o x , sendo que em $37x$ aparecem os dois sentidos juntos.

Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) acreditam que o menosprezo por uma linguagem simbólico-formal impede o pleno desenvolvimento na constituição do pensamento algébrico. *“A linguagem simbólico-formal cumpre, a partir de um certo momento, um papel fundamental na constituição do pensamento algébrico abstrato”*(p. 89).

Nesse aspecto, a escola deve propiciar atividades para as crianças, criando condições para que construam uma aprendizagem significativa da álgebra formal. Se a álgebra não for introduzida de maneira a tornar-se significativa, conectando os novos conhecimento aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não for associado nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada apenas na manipulação de expressões simbólicas, a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a confundir as regras de transformação algébrica “aprendidas”, aplicando-as mesmo quando elas não são válidas.

A transformação de termos “troca de membro, trocando a operação”, numa equação, é, muitas vezes, memorizada sem ser precedida de um processo que justifique este procedimento. Muitos alunos, mesmo trabalhando com álgebra por muitos anos, não chegam a entender quando devem utilizar “muda de membro, muda o sinal”, acarretando muitos erros (Alonso *et al.* (1993), Falcão (1996)).

O quadro acima exposto permite visualizar a complexidade, muitas vezes oculta, na aprendizagem da álgebra. Portanto, é importante a construção de uma aprendizagem mais significativa, que leve em consideração as dificuldades peculiares do pensamento algébrico e sua expressão.

4.3 PROBLEMAS ALGÉBRICOS COM ENUNCIADOS

O *National Council of Supervisors of Mathematics* (1990) no documento “*A Matemática Essencial para o século XXI*” destacou ser primordial que as pessoas reconheçam e enfrentem, com confiança, os problemas matemáticos. Essa importância já havia sido expressa por Polya em 1945. No prefácio do livro, no qual discorre sobre o ensino de matemática, o autor se expressou:

“Um professor de Matemática, tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá inculcar-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo.” (Polya, 1978)

O ensino da álgebra também se justifica, como um meio, uma forma de pensar que permite resolver diferentes tipos de problemas.

Ressalva-se que a solução de problemas com enunciado, utilizando recursos algébricos, consiste em uma atividade fundamental no ensino-aprendizagem, pois tal atividade abrange diversos aspectos do pensamento algébrico: a variação – utilização do conceito de variável –; a dependência – estabelecimento de relação entre a(s) incógnita(s) e os dados do problema –; a formalização – utilização de símbolos para obter uma equação (ou equações) –; o processamento – uso de procedimentos de solução para obter um resultado – e a comprovação – validação da solução segundo as condições do enunciado.

É importante levar os alunos a descobrirem as vantagens da utilização da álgebra para a solução de diversos tipos de problemas. Os alunos devem perceber que, em muitas situações, torna-se mais simples solucionar problemas, utilizando o método algébrico.

A história da matemática mostra que ela surgiu e se edificou procurando solucionar problemas de ordem prática como divisão de terras, de heranças, estudo do movimento, estudo dos astros, ou mesmo problemas internos à própria matemática. Muitos problemas dessa natureza instigaram vários povos durante séculos, pois a partir das soluções obtidas eram

propostos novos problemas, nem sempre solucionados de imediato. Pode-se dizer que o conhecimento matemático é resultante da interação entre elementos conflitantes tais como: concreto/abstrato, acerto/erro, linguagem natural/linguagem formal, conhecido/desconhecido, fixo/variável, discreto/contínuo, finito/infinito. É um processo que inclui conjecturas, contra-exemplos, refutações, hipóteses, previsão e validação, dentre outros.

Segundo Polya (1978) são quatro as fases fundamentais que envolvem a solução de problema com enunciado: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; retrospecto.

De acordo com este autor os alunos devem ser incentivados a se organizarem e formar hábitos de resolver problemas, sendo que algumas sugestões podem contribuir para esse caminho: Que o problema pede? Qual é a incógnita? Quais são os dados? É possível estimar a resposta? É possível fazer esquemas ou desenhos? É possível resolver o problema por partes? Pode-se construir problemas mais simples que forneçam pistas para sua solução? É possível verificar os resultados? É possível chegar ao mesmo resultado por outro caminho?

Os *Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental* (1997), dentre outros pontos relativos à atividade de solução de problemas, destaca alguns elementos que indicam algumas fases que devem estar envolvidas nesse processo:

“Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início no entanto é possível construí-la.

Além disso, é necessário (...) comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato do aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação reflexiva que constrói conhecimentos.” (pp. 44 e 45)

Algumas dificuldades podem ser observadas no processo de solução de problemas algébricos com enunciado. Além das dificuldades de compreensão do enunciado propriamente dito, Alonso et al. (1993) observaram duas outras fontes: a proveniente da estrutura e sintaxe das próprias expressões algébricas e a proveniente da determinação da expressão simbólica

adequada para traduzir o significado do enunciado. Para eles, os erros em solução de problemas algébricos não são devidos apenas a uma falta de “fluidez algébrica”, mas também pelo fato de o processo de translação ter seus próprios elementos.

Um deles seria a “tradução literal” que consiste em converter em símbolos cada uma das palavras de um enunciado, conservando a ordem em que aparecem. Outro elemento consiste no uso das letras identificando os objetos e não as quantidades associadas a eles. Afirmaram os autores que:

“Esta interpretação de letras como objeto (...) supõe um baixo nível de resposta dos alunos, posto que, para alcançar uma compreensão real dos métodos e formas de proceder da álgebra é necessário que a letra se interprete, ao menos, como um número concreto ainda que desconhecido” (Alonso et al., 1993, p. 82).

Ainda referente à tradução, encontra-se, freqüentemente, a associação da incógnita de maior valor ao maior coeficiente, como se o coeficiente fosse um adjetivo da incógnita. Alonso et al.(1993) citaram, como exemplo dessa situação, o seguinte problema: “Em duas vasilhas temos a mesma quantidade de água. Se tirarmos 15 litros de uma delas e colocarmos na outra, então, esta teria o triplo de litros que a primeira. Quantos litros havia a princípio, em cada vasilha?” Freqüentemente os alunos fazem a montagem da equação $x - 15 = 3(y + 15)$, ao invés da $3(x - 15) = y + 15$, na qual x representa a quantidade de água da primeira vasilha e y a quantidade de água da segunda.

Muitas vezes, a dificuldade na montagem da equação está na operação de comparar quantidades desiguais para se obter uma equação que mostre quantidades iguais. Isso seria descrever uma equivalência que ocorreria em uma situação hipotética.

Além disso, um problema fica mais difícil quando tem que satisfazer a mais de uma condição. Em muitos casos o aluno pensa que resolveu o problema quando consegue satisfazer a apenas uma das condições (Dante, 1989).

Conhecer as dificuldades que podem ocorrer no processo de solução de problemas algébricos com enunciado é de fundamental importância para o desenvolvimento do presente trabalho. Perceber os erros dos alunos nessas atividades, pode auxiliar o professor a diagnosticar as dificuldades inerentes ao processo, e incentivar a busca de novos métodos de ensino que possam propiciar aos alunos uma aprendizagem mais significativa da álgebra.

PROBLEMA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS

CAPÍTULO 5

PROBLEMA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS

5.1 O PROBLEMA

O problema de pesquisa que foi desenvolvido neste trabalho foi formulado da seguinte maneira:

Existem relações entre as habilidades e as atitudes em relação à matemática e a escolha profissional?

Algumas questões emergem deste problema:

- A opção dos alunos por carreiras das áreas de exatas ou tecnológicas, que privilegiam a matemática em seu currículo, está relacionada com a atitude destes em relação à Matemática?
- A opção dos alunos por carreiras das áreas de exatas ou tecnológicas, que privilegiam a matemática em seu currículo, está relacionada com a habilidade destes em matemática?

Os principais aspectos contidos no problema, ou seja, a atitude em relação à matemática, as habilidades em matemática e a escolha profissional, contêm importantes fatores a serem analisados.

O aspecto **atitude em relação à matemática** contém, nos seus componentes, os seguintes fatores: Afetivo (o gosto, o divertido e a segurança); Cognitivo (o fácil, o compreensível e o importante) e o Conativo (a busca pela matemática e o desafio).

Esses fatores que compõem a atitude em relação à matemática são indissociáveis. Por exemplo, se um indivíduo gosta de matemática, provavelmente terá facilidade em seus estudos e se esforçará em buscar atividades relacionadas à matemática.

Quanto às **habilidades matemáticas**, serão consideradas as habilidades contidas nos três estágios de solução de problemas descritos por Krutetskii (1976) e que aparecem nos trabalhos de Oliveira (1998) e Spalleta (1998).

Quanto à **escolha profissional**, a classificação foi feita por área de conhecimento, ou seja, área de exatas, área de biológicas e área de humanas.

Além disso, foi realizado um levantamento de opinião entre os alunos para conhecer como estes se posicionam em relação à **Matemática e ao seu ensino**. Isso foi feito através da análise das respostas dos alunos às seguintes questões:

- Qual a utilidade da Matemática?
- Como você considera que foi seu aprendizado anterior, em matemática?
- Como você gostaria que fossem as aulas de matemática?

Este levantamento contribuiu para a compreensão das atitudes dos alunos em relação à matemática.

5.2 Os objetivos da pesquisa

Os objetivos formulados para o presente trabalho foram:

- Verificar a existência de relações entre o desempenho no teste algébrico e as atitudes em relação à matemática, por área e nível de ensino.
- Verificar a existência de relações entre a escolha profissional, desempenho no teste algébrico e atitude frente à matemática com as seguintes variáveis: gênero, idade, trabalho, formação anterior, tipo de escola, autopercepção de desempenho em matemática (anterior e atual), disciplina da qual mais gosta e da qual menos gosta,

autopercepção sobre o aprendizado anterior de matemática, motivo da escolha profissional, percepção da utilidade da matemática e a expectativa sobre o seu ensino.

- Verificar como alunos do ensino superior e do ensino médio, com diferentes níveis de capacidade algébrica e provenientes de diferentes opções profissionais (exatas, biológicas e humanas), processam a informação matemática, enquanto resolvem problemas algébricos.

5.3 OS SUJEITOS

Inicialmente os sujeitos deste trabalho foram trezentos e setenta e oito (378) alunos, assim distribuídos:

- Duzentos e trinta e três (233) alunos de primeiros anos do ensino superior, de uma universidade particular de Campinas – licenciatura em matemática, engenharia da computação, ciências biológicas e pedagogia;
- Cento e quarenta e cinco (145) alunos de terceiros anos do ensino médio de duas escolas de Campinas – uma particular e uma pública.

A amostra foi caracterizada em dois momentos da seguinte forma:

- em uma primeira etapa do trabalho, como uma amostra de conveniência, pois os instrumentos foram aplicados a todos os alunos presentes na sala de aula, quando da aplicação do teste;
- em uma segunda etapa, pelos alunos selecionados de diferentes opções profissionais, com alto e baixo desempenho no teste algébrico, os quais passaram a ser identificados, respectivamente, por “capaz” e “menos capaz” de acordo

com o referencial teórico; para a seleção foram utilizados os dados coletados no primeiro momento da pesquisa.

Esta última amostra foi constituída por onze sujeitos, sendo cada um representante de uma das categorias descritas na tabela 2.

Tabela 2: Categorias dos sujeitos que participaram da segunda etapa deste trabalho de acordo com o nível de ensino, área e capacidade matemática

Nível	Área	Capacidade	Nível	Área	Capacidade
Ensino Médio	Biológicas	Menos capaz	Ensino Superior	Biológicas	Menos capaz
		Capaz			Capaz
	Humanas	Menos capaz		Humanas	Menos capaz
		Capaz			Capaz
	Exatas	Capaz		Exatas	Menos capaz
					Capaz

5.4 OS INSTRUMENTOS UTILIZADOS NA INVESTIGAÇÃO

Na primeira fase da pesquisa, os dados foram obtidos através dos seguintes instrumentos:

- Questionário de identificação elaborado com o objetivo de identificar os sujeitos, contendo itens tais como: nome da escola ou curso, idade, sexo, expectativa profissional, visão da matemática e do seu ensino. Foram utilizados dois tipos de questionário, o primeiro elaborado para os alunos do ensino superior (anexo 1) e o segundo, para os alunos do ensino médio (anexo 2).

- Escala de atitudes em relação à Matemática (anexo 3) do tipo Likert, com quatro pontos, elaborada por Aiken em 1961 e adaptada por Brito (1998). A escala consta de vinte afirmações, sendo dez em relação a atitudes positivas e dez a negativas. São consideradas positivas as atitudes acima da média total dos sujeitos que fazem parte da amostra deste trabalho e negativas as atitudes abaixo dessa média.
- Teste de álgebra (anexo 4), contendo questões de álgebra elementar que buscavam avaliar através da análise do desempenho do sujeito, quais os componentes das habilidades em matemática que eram evidenciados.

A escolha dos exercícios que compõem o teste teve por finalidade a obtenção de um índice que indicasse o desempenho dos alunos em álgebra. A partir dos resultados, foi possível aferir as habilidades matemáticas desenvolvidas por estes alunos.

Os testes foram retirados, em sua maioria, do livro de Krutetskii (1976), sendo que os mesmos já foram utilizados pelo autor em diversas pesquisas. Outras questões foram acrescentadas, com o objetivo de atingir os diversos aspectos relacionados à álgebra.

A tabela 3 especifica o tipo de habilidade necessária para resolver a questão algébrica. Nela se encontram os referenciais dos exercícios, de acordo com a distribuição feita por Krutetskii (1976). A tabela 3 mostra, ainda, os valores atribuídos às questões e que, somados, indicam a pontuação obtida pelo aluno no teste. A pontuação máxima possível é 20 (vinte).

Tabela 3: Especificações das questões que compõem o teste algébrico escrito

Questão	Referência	Componentes da habilidade matemática	Valores
1 a	2° da série VIII	Formar Generalizações	<ul style="list-style-type: none"> - mínimo 4 acertos sem justificativa – 1 - mínimo 2 acertos entre a, b e d com justificativa. – 1 - mínimo 1 acerto entre c e e com justificativa – 1 (pontuação máxima: 2)
b	2° da série IX	Memória matemática	
c	—		
d	1° da série IX		
e	—		
2	3° da série VIII	Percepção do problema Flexibilidade	<ul style="list-style-type: none"> - percepção – 1 - 1 acerto – 1
3	5° da série IX	Raciocínio lógico	<ul style="list-style-type: none"> - acerto – 2 - tentativa parcial – 1
4	2° da série IX – B	Generalização do método de raciocínio Raciocínio lógico “Abreviação” do processo de raciocínio	<ul style="list-style-type: none"> - equacionar – 1 - resolução por tentativa – 1 - raciocínio lógico – 1
5	—	Pensar com símbolos	<ul style="list-style-type: none"> - procedim. correto – 2 - verificar existência – 1 - resp. sem simplificar – 1
6	3° da série X	Obtenção da informação matemática Pensar com símbolos	<ul style="list-style-type: none"> - montagem da equação – 1 - solução – 1
7	—	Generalização do particular para o geral	<ul style="list-style-type: none"> - conclusão – 1 - encontrar a lei – 1
8	—	Flexibilidade de pensamento	<ul style="list-style-type: none"> - fazer o desenho – 1 - escrever a expressão – 1
9	—	Reversibilidade de pensamento	<ul style="list-style-type: none"> - fazer o enunciado – 1
10	Série XXII	Percepção do problema Pensar com símbolos	<ul style="list-style-type: none"> - resolver o problema algébricamente – 2 - resolver por tentativa – 1

Ressalta-se que as habilidades evidenciadas através das diversas questões não são habilidades isoladas, sendo algumas comuns à maioria das questões. Para que fosse possível executar a pesquisa, foi necessário a criação de um índice (nota) que mostrasse o desempenho dos alunos na atividade algébrica. Isto possibilitou o estabelecimento de uma comparação entre os sujeitos.

Um teste algébrico foi aplicado aos alunos do primeiro ano do curso de licenciatura em matemática de uma universidade particular de Campinas, em 1997, com a finalidade de verificar se os enunciados das questões estavam claros para os alunos. Algumas pequenas modificações foram introduzidas, antes da realização do teste definitivo. A pontuação foi dada por questão resolvida corretamente – máximo de dez pontos –, valendo pontuação para questões parcialmente corretas. Vinte e dois sujeitos resolveram o teste, sendo que apenas sete sujeitos conseguiram índice superior a cinco pontos. Esses sujeitos eram aqueles que apresentavam os melhores desempenhos nas disciplinas do curso.

Para a segunda etapa do trabalho foi utilizado o **instrumento**, aqui denominado de problemas algébricos (anexo 5), com a finalidade de verificar como alunos de diferentes níveis de habilidades algébricas e de diferentes áreas, processam o pensamento enquanto resolvem problemas algébricos. Foi constituído por uma série selecionada dentre as séries de problemas experimentais de Krutetskii (1976), mais especificamente da série X. Um estudo piloto, no qual foram utilizados problemas da série X, realizado no segundo semestre de 1996, subsidiou a aplicação. Além das fichas, contendo os problemas, foi utilizado um gravador para o registro das entrevistas em fitas cassete, ao mesmo tempo em que foram elaborado os protocolos das entrevistas.

A série X está incluída no grupo de problemas de generalização, na categoria relativa ao processamento de informação. Esta série foi denominada por Krutetskii (1976) de *composição de equações usando os termos de um problema*. É composta apenas de problemas algébricos, e tem por objetivo evidenciar as habilidades: a) percepção de relações e dados concretos em um problema; b) generalização do método de raciocínio; c) lógica do raciocínio; d) “abreviação ou “redução” do processo de raciocínio. A série tem como propósito secundário evidenciar a flexibilidade do pensamento.

5.5 OS PROCEDIMENTOS UTILIZADOS NAS DUAS ETAPAS DA PESQUISA

Primeira etapa do estudo

Inicialmente foram contactadas duas escolas de ensino médio, uma particular e outra pública. Na escola particular, foram agendadas reuniões com a coordenação geral da escola, com o coordenador de área e com os professores de matemática da 3ª série. Além das escolas de ensino médio, o projeto foi apresentado em quatro cursos – matemática, engenharia de computação, biologia e pedagogia – de uma instituição particular de ensino superior, sendo obtida autorização, sem grandes dificuldades.

Os sujeitos responderam aos questionários e testes no horário normal das aulas. Antes de iniciar a aplicação, foi feita a apresentação dos objetivos da pesquisa e da importância da participação individual dos alunos, tendo sido dadas as instruções sobre como proceder no responder as questões. Além disso, destacou-se que, nos resultados, os sujeitos não seriam identificados, sendo necessária a identificação escrita apenas para os procedimentos da segunda etapa da pesquisa. Os alunos receberam todo o conjunto – questionário, escala de atitudes e teste algébrico– e passaram imediatamente a respondê-los. O tempo era marcado ao final, quando o sujeito devolvia os instrumentos.

Os alunos, na sua grande maioria, foram bastante receptivos e se empenharam em responder a todas as questões. Entretanto, houve algumas dificuldades. Por exemplo, uma das salas pesquisadas da escola pública, estava recebendo um aluno de nacionalidade alemã, recém chegado ao Brasil, sem domínio da língua portuguesa. Mesmo sendo auxiliado por um colega da sala que traduzia o texto para o inglês, muitas palavras eram difíceis de contextualizar e, por isso, a maioria de suas respostas ficou em branco. Numa das salas do curso de Engenharia de Computação, um aluno se negou a fazer o teste algébrico e um outro iniciou e logo depois o entregou. Também, no curso de Matemática, uma aluna se negou a fazê-lo.

Conforme o aluno terminava, era anotada a ordem da entrega e o tempo gasto. O tempo utilizado variou entre trinta minutos e uma hora e quarenta minutos.

A partir das respostas dadas à questão - “*que curso pretende fazer*”- pelos alunos do ensino médio e também considerando os cursos que os alunos estão freqüentando no ensino superior, foi elaborada a seguinte categorização dos cursos deste grau de ensino, relativa à aspiração profissional dos estudantes, por área de conhecimento:

- Área de Exatas incluindo os cursos de: Engenharia Civil, Engenharia de Computação, Ciências da Computação, Engenharia Sanitária, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecatrônica, Licenciatura em Matemática, Física e Arquitetura.
- Área de Biológicas incluindo os cursos de: Medicina, Fisioterapia, Ciências Biológicas, Fonoaudiologia, Psicologia, Ciências Farmacêuticas, Nutrição, Odontologia, Terapia Ocupacional, Veterinária e Engenharia de Alimentos.
- Área de Humanas incluindo os cursos de: Ciências Administrativas, Ciências Econômicas, Publicidade e Propaganda, Relações Públicas, Jornalismo, Direito, Educação Física, Licenciatura em História, Licenciatura em Geografia, Pedagogia, Psicologia, Turismo, Arqueologia, Artes Cênicas, Música, Rádio e Televisão, Moda e Estilo e Academia de Polícia.

Segunda etapa do estudo

Após a atribuição das notas no teste algébrico, foi possível saber quais os alunos que apresentaram o melhor e o pior desempenho por nível de ensino e área de escolha profissional, conforme é mostrado na tabela 4.

Tabela 4: Distribuição dos alunos selecionados por nível de ensino e área de acordo com a pontuação (mínima e máxima) obtida no teste algébrico

Ensino Médio						
Área	Pontuação máxima			Pontuação mínima		
	número de alunos	pontos	Tipo de escola	número de alunos	Pontos	Tipo de escola
Biológicas	1	15	Particular	2	0	Pública/particul
Humanas	1	17	Particular	3	0	Pública
Exatas	2	18	Particular	2	0	Pública
Ensino Superior						
Área	Pontuação máxima			Pontuação mínima		
	número de alunos	pontos	curso	número de alunos	pontos	curso
Biológicas	1	14	Biologia	10	0	Biologia
Humanas	3	6	Pedagogia	34	0	Pedagogia
Exatas	2	18	Engenharia	1	1	Matemática
				2	2	Matemática
				3	3	Mat./Eng./Eng.

(as notas variavam de zero a vinte pontos)

Para o desempate dos alunos considerados “menos capazes” foi utilizado o seguinte critério: o do aluno ter, pelo menos, tentado fazer as questões; não trabalhar (pois teria mais tempo disponível); ter indicado um telefone para contato. Na área de exatas do ensino superior, o aluno classificado como “menos capaz” estava em quarto lugar na classificação, juntamente com outros dois alunos da engenharia. A escolha recaiu sobre ele pois os dois primeiros, entregaram em branco o teste algébrico e o terceiro não foi encontrado. Houve um empate em quarto lugar, tendo sido escolhido o aluno que cursava matemática, pois atendia critérios previamente estabelecidos.

Dentre os alunos do ensino médio da área de exatas que apresentaram pior desempenho, apenas um foi encontrado. Entretanto, no primeiro encontro marcado na escola freqüentada por ele, justificou sua não participação por ter uma prova marcada para aquele mesmo horário; foram agendados mais dois horários, mas o estudante não compareceu. Por essa razão, não foi possível contatar mais nenhum aluno desta categoria. Todos os demais convidados das outras categorias aceitaram participar.

Nesta segunda fase, no horário e local combinados, o aluno, após receber as instruções, iniciava a solução dos problemas algébricos. O método utilizado foi o “pensar em voz alta”, sugerido por Krutetskii (1976). Assim, era solicitado ao aluno que fosse explicitando os procedimentos usados, enquanto resolvia os problemas. Foi-lhe também oferecida uma calculadora para ser utilizada ao efetuar os cálculos.

Após as instruções, o aluno recebia uma ficha contendo o problema 1, e era solicitado a ele que o resolvesse. Caso apresentasse dificuldades, eram feitas sugestões para a solução. Em alguns casos, a pesquisadora resolvia o problema com o aluno. Em seguida, era entregue o problema 10, considerado o mais difícil; era-lhe pedido que o resolvesse, não sendo dada nenhuma sugestão. Caso ele não encontrasse a solução correta era-lhe entregue o problema 9; se ele não conseguisse resolvê-lo corretamente, era entregue o problema 8 e assim sucessivamente, em ordem decrescente de dificuldade. Quando o aluno conseguisse resolver um dos problemas era-lhe devolvido o problema anterior, não resolvido. A partir daí o percurso seria o inverso: o primeiro problema apresentado seria o seguinte àquele que fora resolvido, em ordem crescente de dificuldade. Caso o aluno, novamente, não conseguisse solucionar um dos problemas eram feitas sugestões em direção à solução. Se, mesmo assim, não conseguisse resolver, o processo era encerrado. Por exemplo, supondo que o primeiro problema resolvido tenha sido o problema 5; seria dado, novamente, o problema 6. Resolvendo-o receberia o 7. Se não conseguisse solucionar o problema 7 sem ajuda, eram dadas sugestões para a sua solução. Se com estas sugestões, o problema fosse resolvido, era-lhe entregue o problema 8; caso contrário a aplicação era encerrada.

No teste algébrico, a nota atribuída a cada candidato constitui, de acordo com Krutetskii (1976), uma seqüência de três índices numéricos (a, b, c). O ‘a’ refere-se ao nível de transferência do aluno, do 1º problema ao problema mais difícil resolvido sem sugestão. O “b” indica o progresso máximo, até qual problema era resolvido individualmente. O “c” indica o maior número do problema que foi solucionado com sugestão da pesquisadora. Por exemplo, os índices (3, 6, 7) indicam que o primeiro problema resolvido pelo aluno a partir do décimo, na ordem decrescente, foi o quarto (teria transferido três problemas, $a = 3$), em seguida conseguiu fazer sozinho o quinto e o sexto ($b = 6$) e, com auxílio, teria resolvido o sétimo, mas não o oitavo ($c = 7$).

5.6 PROCEDIMENTOS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA

Para a análise dos dados obtidos na primeira etapa da pesquisa, foram utilizados os métodos estatísticos considerados apropriados aos tipos de variáveis envolvidas na coleta de dados. *“Toda informação devidamente coletada e registrada, quer seja na forma de contagem ou medição, é um dado estatístico. Todo dado se refere a uma variável.”* (Vieira e Hoffmann, 1986, p. 14).

Para verificar a relação de dependência entre duas variáveis qualitativas foi utilizado o *Teste Qui-quadrado* (χ^2), porque *“este é um teste não paramétrico, útil pois não necessita da condição de normalidade das variáveis para analisar o grau de associação entre as duas variáveis”* (Siegel, 1975, in Cazorla, 1998, p.134).

Com a finalidade de verificar a normalidade das variáveis desempenho no teste algébrico (nota) e atitude em relação à matemática (soma) foi utilizado o *teste de Lilliefors*.

A *Análise de Variância* (ANOVA), foi empregada com a finalidade de comparar três ou mais médias entre diferentes grupos. Para verificar a existência de diferença significativa entre os grupos, utilizou-se o teste *Tukey – HSD* apropriado para comparações múltiplas.

Para comparar apenas duas médias foi utilizado o *Teste t – student para amostras independentes*, por exemplo; para comparar se o desempenho no teste algébrico variava segundo o gênero, ou mesmo, quando as médias deveriam ser comparadas pelos dois tipo de escola – particular ou pública.

Aplicou-se *Análise de Variância* (ANOVA) para verificar se existiam diferenças no resultado do teste algébrico e na atitude em relação à matemática, considerando-se o nível de ensino – ensino médio e ensino superior – e a área – exatas, biológicas e humanas –. Por ultimo, utilizou-se a *Análise de Regressão* para verificar se os resultados do teste algébrico estavam linearmente relacionados à atitude em relação à matemática (análise permitida apenas entre variáveis quantitativas), considerando as diferentes áreas nos dois níveis de ensino.

Para efetuar as análises foi utilizado o pacote estatístico SPSS (Statistical Package for Social Science) para Windows (Norusis, 1992). Os resultados foram considerados significativos quando $p \leq 0,050$.

**RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS
– PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA**

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS – PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA

Constituíram sujeitos, da primeira etapa do presente trabalho, trezentos e setenta e oito (378) alunos, sendo duzentos e trinta e três (233) do primeiro ano de uma universidade particular e cento e quarenta e cinco (145) alunos concluintes do ensino médio de duas escolas; uma particular e outra pública.

6.1 ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS NA PRIMEIRA ETAPA DA PESQUISA POR ÁREA E NÍVEL DE ENSINO

Os resultados obtidos, a partir da análise dos dados, são mostrados separadamente para o ensino superior e para o ensino médio. Em cada um dos grupos, a análise considerou a área de opção profissional e, no ensino médio, o tipo de escola também foi considerado.

6.1.1 ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS OBTIDOS COM OS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR

Os sujeitos desse grupo eram alunos do primeiro ano de diferentes cursos de uma universidade particular. Quando esses sujeitos (n=233) são agrupados, de acordo com a opção por área de conhecimento, verificou-se a seguinte distribuição mostrada na tabela 5.

Tabela 5: Distribuição dos sujeitos por área de conhecimento – ensino superior

Área	n	%
Exatas	99	43,0
Biológicas	72	30,8
Humanas	62	26,2
Total	233	100,0

Os dados e as análises são apresentados em três categorias:

1. Caracterização do aluno: idade; gênero; trabalho e horas de trabalho.
2. Ensino atual: curso, período e turma; autopercepção de desempenho em matemática; atitude em relação à matemática; utilidade da matemática; expectativa sobre o ensino da matemática e resultados do teste algébrico.
3. Formação anterior: tipo de curso; tipo de escola; período; ano de conclusão; autopercepção do desempenho anterior; curso preparatório para o vestibular e tempo de frequência; percepção do ensino de matemática anterior; disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava, primeira opção e motivo da opção.

CARACTERIZAÇÃO DO ALUNO

Os alunos foram agrupados segundo a idade conforme mostrado na tabela 6.

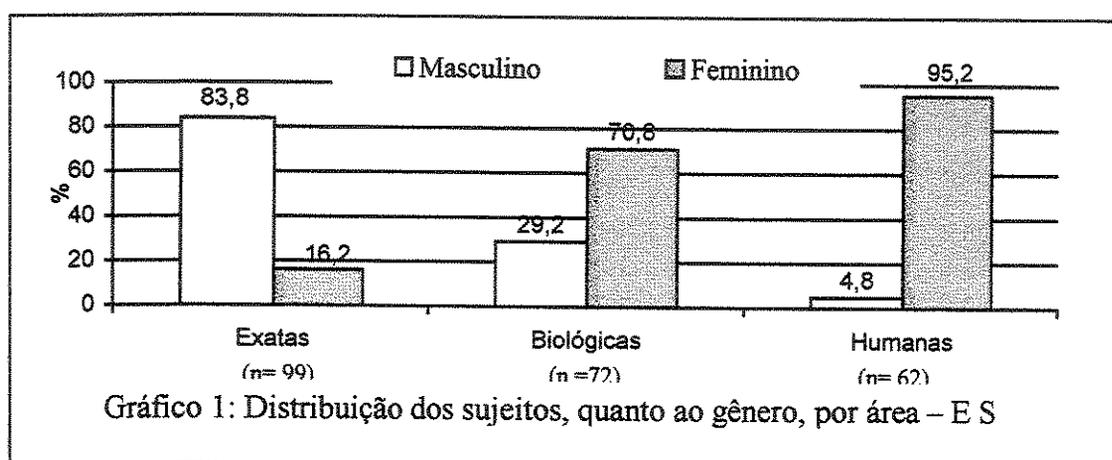
Tabela 6: Distribuição dos alunos por idade – ensino superior

Idade	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%
17 – 18	60	60,6	25	34,7	15	24,2	100	43,1
19 – 21	33	33,3	35	48,6	18	29,0	86	37,1
22 – 29	6	6,1	11	15,3	11	17,8	28	12,0
30 – 43	—	—	1	1,4	17	27,4	18	7,8

(um aluno de humanas não respondeu)

A faixa etária dos alunos apresentou diferença significativa por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Os dados mostram a existência de uma maior concentração de alunos mais jovens na área de exatas e de alunos mais velhos, na área de humanas.

A distribuição dos sujeitos, segundo o gênero, pode ser visualizada no gráfico 1. A presença da maioria masculina na área de exatas e da maioria feminina nas demais áreas, principalmente na de humanas, justifica a diferença significativa da distribuição dos alunos por área, segundo a variável gênero (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). É possível, então, observar que os dados estão de acordo com o citado anteriormente, quanto ao papel social do homem e da mulher, constituindo um fator importante na determinação dos interesses em relação à escolha profissional. Como afirmou Bohoslavsky (1993), as profissões não podem ser consideradas neutras, quando a variável gênero é analisada.



Quando os sujeitos são agrupados, de acordo com as respostas dadas à questão sobre **trabalharem ou não**, verificaram-se os resultados apresentados na tabela 7. Os resultados também são considerados significativos (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$), variando segundo a área. Quando comparadas as duas primeiras áreas, não apareceu diferença significativa (*qui-quadrado*, $p = 0,56556$). Logo o grupo que provocou a diferença foi a terceira, no qual, ao contrário das outras áreas, a maioria dos alunos trabalha.

Tabela 7: Distribuição dos alunos, de acordo com exercer ou não atividade remunerada, por área – ensino superior

Trabalho	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%
Sim	17	17,3	15	20,8	39	62,9	71	30,6
Não	82	82,7	57	79,2	23	37,1	161	69,4

(um aluno não respondeu)

Quanto às horas trabalhadas apareceram respostas variadas, o que obrigou a categorizá-las por grupos: menos que 4 horas; entre 4 e 7 horas; 8 horas e mais que 8 horas. Foram obtidos os dados exibidos na tabela 8.

Tabela 8: Distribuição dos alunos, de acordo com o número de horas que trabalhavam, por área – ensino superior

Área →	Exatas		Biológicas		Humanas	
	n	%	n	%	n	%
Menos de 4 horas	4	25,1	1	6,7	0	—
De 4 a 7 horas	6	37,4	11	73,3	15	38,5
8 horas	4	25,0	2	13,3	15	38,5
Mais de 8 horas	2	12,5	1	6,7	9	23,1

Foi encontrada diferença significativa (*qui-quadrado*, $p = 0,02131$) em relação ao número de horas trabalhadas entre os alunos que trabalham, por área. Os alunos da área de humanas, além de constituírem a maioria dos que trabalhavam, eram os que tinham mais horas de atividade na semana; em segundo lugar apareceu o grupo de exatas com mais horas de trabalho que o de biológicas.

ENSINO ATUAL

Quando os alunos pesquisados são distribuídos segundo a área e o período em que freqüentavam a universidade verificaram-se os resultados mostrado na tabela 9.

Tabela 9: Distribuição dos alunos, quanto ao curso e período, por área – ensino superior

Área	Exatas		Biológicas	Humanas	
Curso	Engenharia	Matemática	Ciências Biológicas	Pedagogia	
Período	Diurno	Noturno	Diurno	Diurno	Noturno
Núm. de sujeitos	84	15	72	15	47

Os alunos de exatas apresentaram diferença significativa, na distribuição por período quanto às variáveis: gênero (*qui-quadrado*, $p = 0,00002$); idade (*qui-quadrado*, $p = 0,00118$) e trabalho (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Essas diferenças se justificam pela presença de dois cursos diferentes nessa área. No curso de Matemática, aparecia uma percentagem maior de alunos com mais idade, sendo encontrado nele 53% de alunos do sexo feminino, contra 9,5% no curso de engenharia; enquanto 9,6% dos alunos do diurno trabalhavam, isto ocorria com 60% dos alunos do noturno. Na área de humanas que possui o mesmo curso nos dois períodos, não apareceu diferença significativa por período, em relação aos dados que caracterizam os alunos quanto à idade (*qui-quadrado*, $p = 0,94283$) e ao gênero (*qui-quadrado*, $p = 0,31583$); sendo a diferença significativa no item trabalho (*qui-quadrado*, $p = 0,00647$) no qual 3,3% dos alunos do diurno trabalhavam, contra 72,3% dos alunos do noturno.

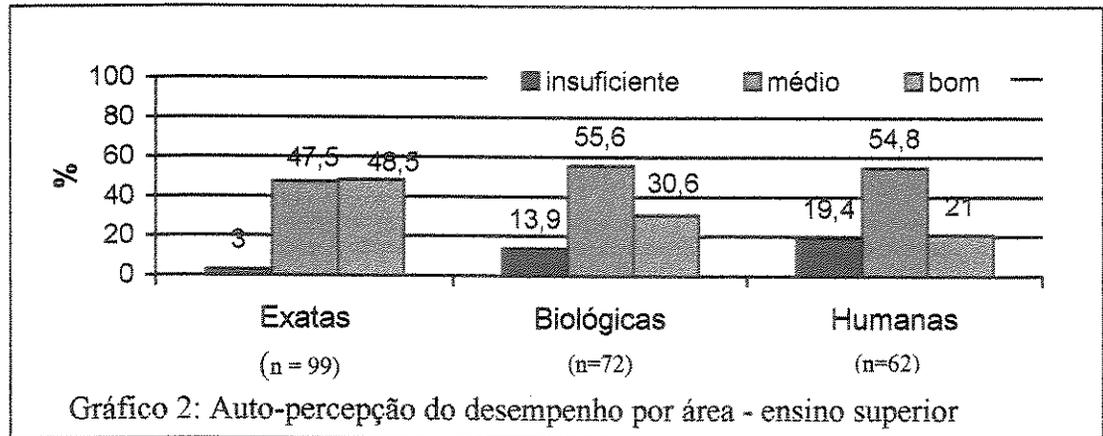
Apenas a área de exatas, no curso de engenharia, os sujeitos pesquisados pertenciam a três turmas distintas no mesmo período, como indicado na tabela 10.

Tabela 10: Distribuição dos sujeitos segundo o gênero por turmas – curso de engenharia

Turma →	A	B	C
Masculino	35	18	23
Feminino	2	2	4
Total	37	20	27

A análise estatística dos dados não mostrou diferença significativa entre as turmas no que diz respeito à caracterização dos sujeitos quanto à idade, gênero e trabalho (*qui-quadrado*, $p = 0,50892$; $p = 0,44692$ e $p = 0,88384$, respectivamente).

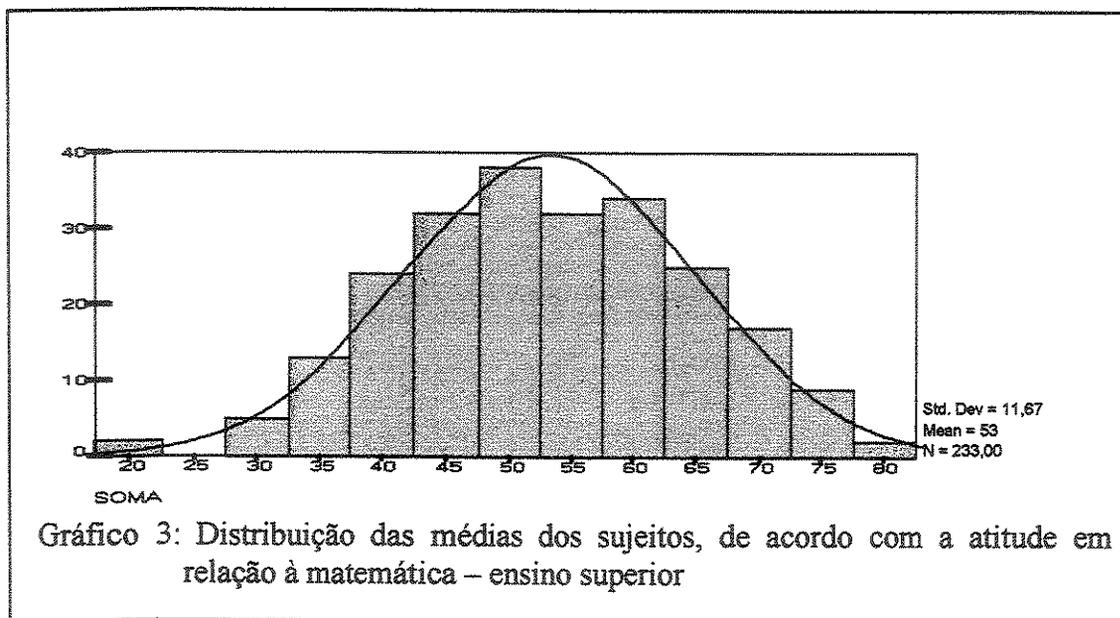
Na questão “Qual será o seu desempenho nas disciplinas de matemática?” foram obtidas as respostas apresentadas no gráfico 2.



A auto-percepção do desempenho em matemática, apresentou diferença significativa entre as áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,00049$). Essa diferença deve-se ao grupo de alunos da área de exatas no qual apenas 3% deles consideraram que terão um desempenho insuficiente na disciplina. Os outros dois grupos não apresentaram diferença entre si neste aspecto (*qui-quadrado*, $p = 0,42542$); aproximadamente 70% dos alunos, nos dois grupos consideraram que terão desempenho médio ou insuficiente.

Atitude em relação à matemática

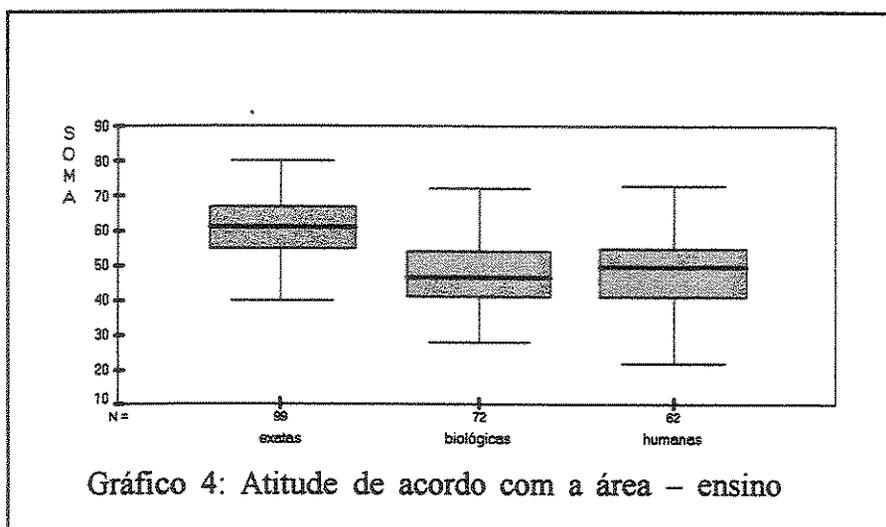
A atitude em relação à matemática, obtida pela soma dos pontos na escala de atitude, apresenta distribuição normal (Lillicfors, $p = 0,0986$), ver gráfico 3.



Os dados obtidos por área podem ser observados na tabela 11. A atitude em relação à matemática apresentou diferença por área (*ANOVA F*, $p = 0,0000$). A análise indicou que o grupo de exatas apresentou atitude significativamente superior a dos outros dois grupos que, por sua vez, não diferem (Teste Tukey-HSD com nível de significância de 0,05). O gráfico 4 permite visualizar essas diferenças.

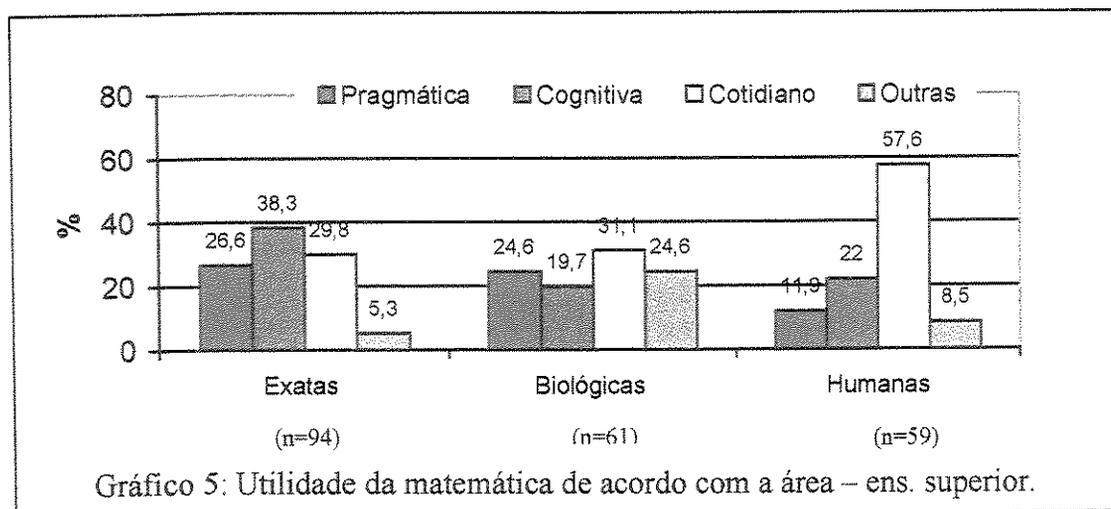
Tabela 11: Distribuição das médias obtidas na escala de atitude em relação à matemática por área – ensino superior

Área	Média	Desvio Padrão	Valor Mínimo	Valor máximo
Exatas	60,52	9,31	35	80
Biológicas	47,32	10,37	21	72
Humanas	48,73	10,25	22	73
Geral	53,3	11,67	21	80



Ressalta-se que o resultado mostra uma relação entre atitude positiva em relação à matemática e a procura pela área de exatas, que privilegia a matemática, e esse é um dos aspectos que envolve a atitude.

As respostas dadas à questão “*Qual a utilidade da matemática?*” foram para efeito de análise estatística, divididas em quatro grupos: 1) para *fins pragmáticos* particulares, tais como: *no comércio, na estatística, nas construções* etc.; 2) características *cognitivas*, em que foram agrupadas respostas tais como: *para calcular, desenvolver raciocínio, pensar melhor*, etc; 3) presença no *cotidiano*: contendo respostas do tipo: *para tudo, no cotidiano, está em tudo, não se pode viver sem ela*; 4) outras, em que constam respostas como: *para nada, para mim não tem, só em coisas básicas, para dar dor de cabeça, somente na escola, não sei e outras*. As respostas obtidas, de acordo com a área, estão representadas no gráfico 5.



Novamente apareceu diferença significativa entre as áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,00003$) quanto à visão do aluno sobre a utilidade da matemática. Os alunos da área de exatas, na sua maioria, situaram-se dentre as três primeiras opções, com ligeira predominância no aspecto cognitivo; os de biológicas distribuíram-se quase uniformemente entre as possíveis opções; no grupo de humanas, apareceu uma maior predominância de alunos que citaram a utilidade da matemática, no cotidiano.

Dezenove alunos deixaram de responder a essa questão e, dentre os que responderam verificou-se que na alternativa *outras respostas* foram encontrados oito alunos que disseram não ver utilidade na matemática, sendo um deles, da área de exatas; onze alunos responderam que só a matemática básica tem utilidade, destes alunos um pertencia à área de exatas.

Na questão “como você gostaria que fosse o ensino da matemática?”, uma primeira análise permitiu estabelecer as seguintes categorias:

- 1- mudanças metodológicas: maior número de exercícios, aulas mais práticas, ligar a teoria ao cotidiano, mais explicação e outras semelhantes;
- 2- mudança do professor: professor melhor, professores bons, professor mais interessado e outras respostas sempre ligadas a mudanças em relação ao professor;
- 3- gosta como está: do jeito que está, não necessita mudar nada, se melhorar estraga, sem alteração e outras no mesmo aspecto;

- 4- diminuição do conteúdo: *estudasse apenas o que fosse necessário na minha área, existe muita coisa sem necessidade, que houvesse menos conteúdo;*
- 5- mudanças relativas a aspectos afetivos: *mais descontraída, mais dinâmica, que proporcionasse mais prazer, não tão enfadonha, e outras nesse sentido;*
- 6- não existe outra forma: *não existe outra forma, é sempre assim - teoria e exercícios, não dá para fugir do mesmo;*
- 7- outras: *não voltada apenas ao vestibular, que houvesse mais aulas, com intervalos, como foi anteriormente, eu nunca vou me dar bem.*

As respostas encontradas são apresentadas na tabela 12.

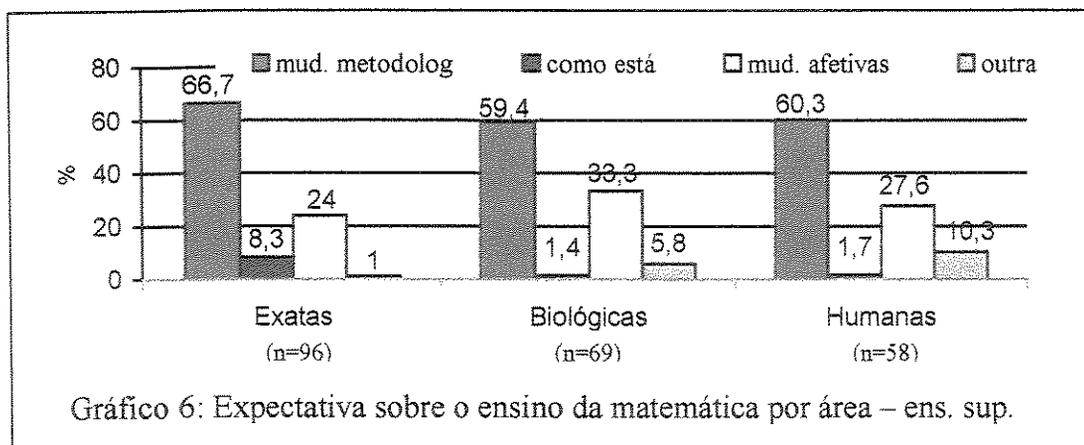
Tabela 12: Distribuição dos alunos, de acordo com a expectativa em relação ao ensino da matemática – ensino superior (primeira categorização)

Área	mudar metodol	Mudar Prof.	como está	diminuir conteúdo	aspectos afetivos	não existe	outras	não responderam
Exatas	62	—	8	2	23	—	1	3
Biológicas	37	7	1	4	16	2	2	3
Humanas	35	3	1	—	13	4	2	4
Total	134	10	10	6	52	6	5	10

Em seguida foi feita uma nova categorização com a finalidade de se obter uma análise estatística mais refinada. Assim, os dados ficaram agrupados em quatro novas categorias:

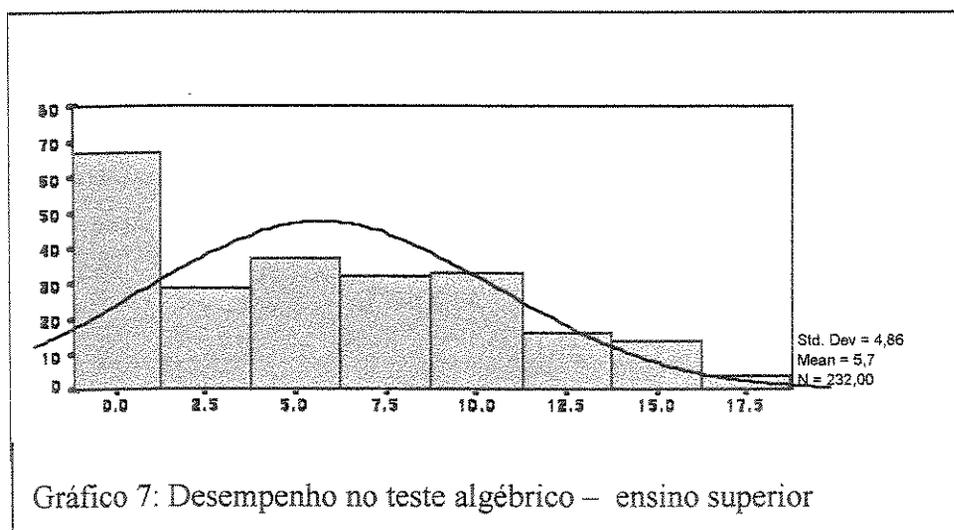
- 1 – *mudanças metodológicas (incorporou-se diminuição do conteúdo);*
- 2 – *gosta como está;*
- 3 – *mudanças em aspectos afetivos (incorporou-se mudanças do professor);*
- 4 – *outras (incorporou-se não existe outra forma).*

As respostas dadas a essa questão são percebidas pelo gráfico 6 e apontam diferença significativa por área (*qui-quadrado, $p = 0,03256$*). O grupo de exatas foi o que provocou as diferenças encontradas, pois, quando comparados, apenas os grupos de biológicas e de humanas, não apresentaram diferença significativa (*qui-quadrado, $p = 0,75631$*). Provavelmente as diferenças se devem aos 8,3% dos alunos da área de exatas que afirmaram gostar do ensino como está.



RESULTADOS DO TESTE ALGÉBRICO.

Ao teste algébrico, que continha dez questões de álgebra elementar, foi atribuído o total de pontos (máximo possível de 20 pontos) obtidos por cada sujeito. Os resultados não apresentaram normalidade (*Lilliefors*, $p = 0,0000$). Ressalta-se que, apesar da não presença da normalidade, o teste F pode ser utilizado, uma vez que o tamanho da amostra é suficientemente grande, o que garante a convergência da distribuição amostral da média para a normalidade (Bussab e Morettin, 1986). No gráfico 7 é visível a assimetria dos dados, existe uma alta concentração de notas baixas.



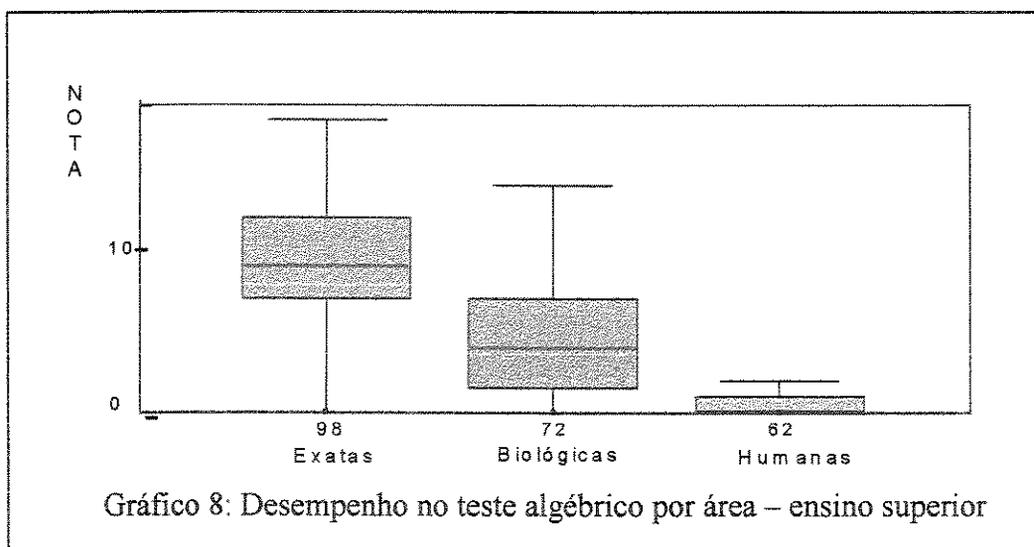
Foram encontradas diferença significativa no desempenho dos estudantes do ensino superior, no teste algébrico, nas diferentes áreas (*ANOVA F*, $p = 0,0000$). Como pode ser verificado na tabela 13, no grupo de exatas, a nota média foi superior às notas dos demais grupos.

Tabela 13: Médias das notas obtidas no teste algébrico, de acordo com a área – ensino superior

Área	Média	Desvio Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo
Exatas	9,6	3,8	0	18
Biológicas	4,4	3,6	0	14
Humanas	1,0	1,6	0	6
Do grupo E. S.	5,7	4,8	0	18

(a nota do teste variava de zero a vinte pontos)

Pelo gráfico 8 é possível perceber o resultado geral nas diferentes áreas. Na área de humanas, apareceram trinta e quatro notas zero, o que representa 54,4% do total dos alunos dessa área, sendo que a maior nota nessa área foi 6 (seis). Na área de biológicas, apesar de 61,1% dos alunos terem obtido nota inferior a 5 (cinco), oito alunos obtiveram nota maior ou igual a 10 (dez), o que representa 11,1% do total da área.



FORMAÇÃO ANTERIOR DOS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR

Quando os alunos são agrupados de acordo com o tipo de curso realizado, durante o ensino médio, pode ser observada a distribuição apresentada na tabela 14.

Tabela 14: Distribuição dos sujeitos, de acordo com o tipo de curso realizado no ensino médio, por área – ensino superior

Tipo de curso no ensino médio	Área						Geral	
	Exatas		Biológicas		Humanas		n	%
	n	%	n	%	n	%		
Col. Normal	67	69,1	61	84,7	19	31,2	147	63,91
Técnico	27	27,8	7	9,7	7	11,5	41	17,80
Magistério	3	3,1	4	5,6	33	54,1	40	17,43
Supletivo	0	—	0	—	1	1,6	1	0,43
Outro	0	—	0	—	1	1,6	1	0,43
Não respondeu	2	—	0	—	1	—	3	—
Total	99	—	72	—	62	—	233	—

Também foi encontrada diferença significativa nessa relação, ou seja, o tipo de curso realizado na formação anterior dos sujeitos está relacionado com a área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Provavelmente, a diferença entre os grupos se manifesta pela quantidade de alunos do curso de pedagogia, área de humanas, que tiveram sua formação anterior no curso de magistério. Nessa área também apareceu um aluno que fez supletivo e um que assinalou a opção *outro*, por já ter feito anteriormente curso de graduação de licenciatura em matemática. Muitos alunos da área de exatas cursaram anteriormente o curso técnico de processamento de dados. Os três alunos de exatas que haviam cursado magistério são alunos do curso de matemática.

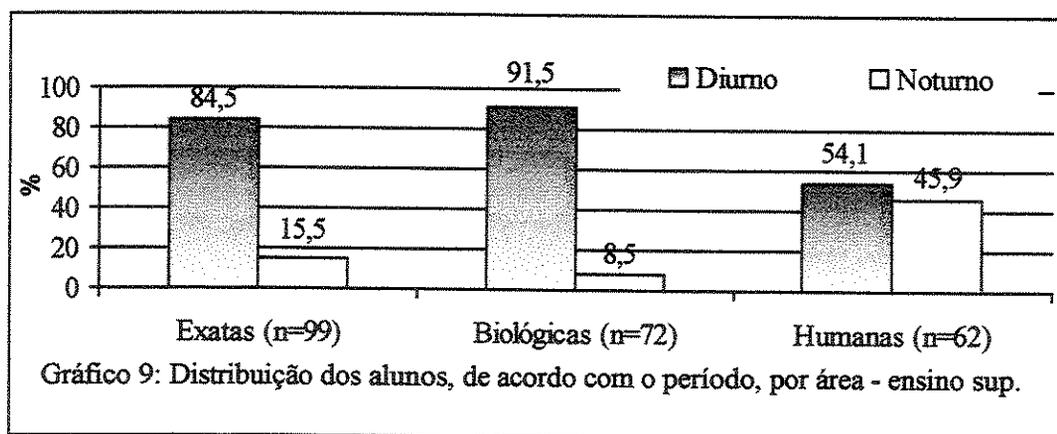
Quando os sujeitos são agrupados, de acordo com o tipo de escola anteriormente freqüentada (pública ou particular), são encontradas diferenças entre as áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Na tabela 15 pode-se perceber que a percentagem de alunos que freqüentaram escola pública e optaram pela área de exatas foi inferior à das outras áreas, sendo que na área de humanas a maioria fez escola pública. É importante salientar que, dos dezenove alunos de exatas que freqüentaram escola pública, onze são do curso de matemática. Considerando

apenas o curso de engenharia, a percentagem dos alunos que freqüentaram a escola particular sobe para 90,5%.

Tabela 15: Distribuição dos alunos, segundo o tipo de escola freqüentada, por área – ensino superior (n=233)

Área	Exatas		Biológicas		Humanas		Geral	
	N	%	n	%	n	%	n	%
Escola Pública	19	19,2	23	31,9	47	75,8	89	38,2
Escola Particular	80	80,8	49	68,1	15	24,2	144	61,8

O período freqüentado anteriormente também está relacionado com a área (*qui-quadrado*, $p = 0,0000$). Os alunos de humanas diferem dos de exatas e dos de biológicas pois, nesta área, o número dos que freqüentaram escola no diurno ou no noturno se equilibra; nas outras áreas é bem maior o número de alunos que estudaram no diurno. Os resultados podem ser verificados no gráfico 9. Deve-se salientar que, dos quinze alunos da área de exatas que estudaram no noturno, nove estão dentre os quinze do curso de matemática.



A descrição dos dados referentes ao ano de conclusão do ensino médio, pode ser visualizada na tabela 16. Novamente, os dados mostraram diferença quando comparados por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$), e esta diferença provavelmente deve-se ao fato de que, na

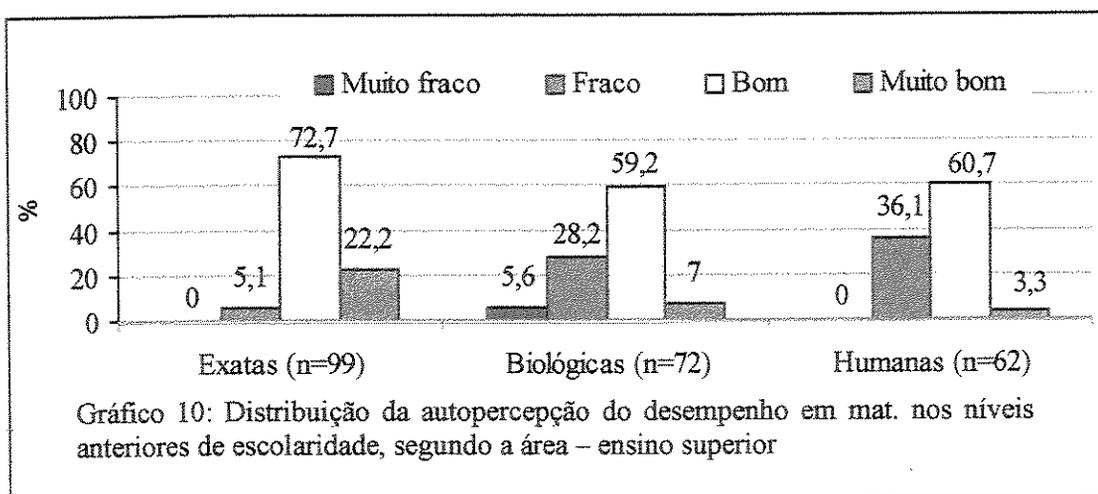
área de exatas, a maioria dos alunos se formou no ano de 1997 e no grupo de humanas 28,3% dos alunos concluíram o ensino médio antes de 1994.

Tabela 16: Distribuição dos alunos de acordo com o ano de conclusão do ensino médio

Área	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%
Até 93	3	3,0	6	8,5	17	28,3	26	11,5
94	2	2,0	3	4,2	3	5,0	8	3,5
95	5	5,1	13	18,3	3	5,0	21	9,1
96	30	30,3	22	31,0	8	13,3	30	26,1
97	59	59,6	27	38,0	29	48,3	115	50,0

(2 alunos da área de biológicas e um da área de humanas não responderam)

As respostas dadas à questão sobre a **autopercepção do desempenho anterior** em matemática apresentaram diferença significativa por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$); a maioria dos alunos da área de exatas percebem o desempenho em matemática, durante a formação anterior, como bom ou muito bom. Nas outras áreas mais de 30% dos alunos consideraram o próprio desempenho como fraco ou muito fraco, conforme pode ser observado no gráfico 10.



Em continuação, foram analisadas as respostas dadas à questão sobre **ter ou não freqüentado curso preparatório para o vestibular**, conforme pode ser verificado na tabela 17. Os dados mostraram diferenças significativa entre as áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,0000$). Existe equilíbrio, na área de exatas, entre os alunos que freqüentaram (47,5%) e os que não freqüentaram (52,5%). Na área de humanas 77% dos alunos não freqüentaram curso preparatório para o vestibular e na área de biológicas 67,6% dos alunos freqüentaram. Portanto, desse grupo de sujeitos, o grupo de alunos da área de biológicas foi o que apresentou maior número de alunos que freqüentou o curso preparatório para o vestibular, seguido do de exatas, enquanto na área de humanas a maioria não freqüentou.

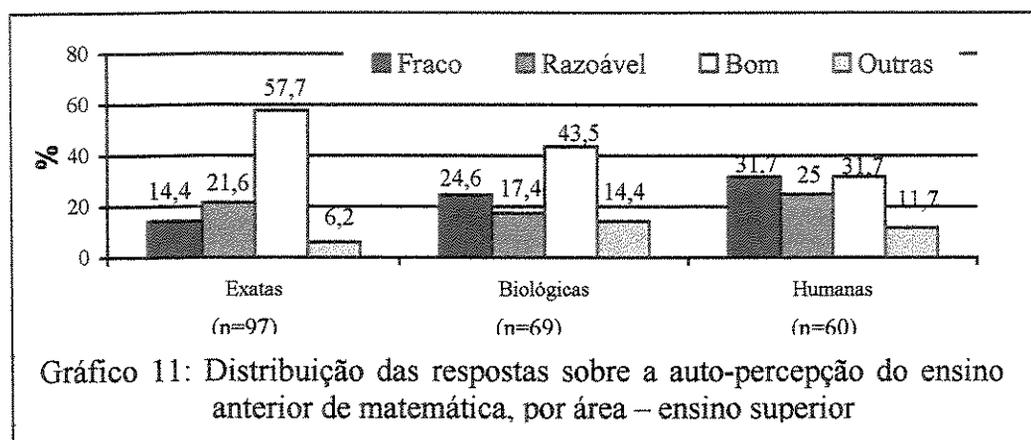
Tabela 17: Distribuição da freqüência ao curso preparatório para o vestibular por área – e. s.

Área	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%
Menos que um ano	20	42,6	9	18,8	10	71,4	39	35,8
Durante um ano	22	46,8	29	60,4	3	21,4	54	49,5
Mais que um ano	5	10,6	10	20,8	1	7,1	16	14,7
Total	47	47,5	48	67,6	14	23,0	109	46,8
Não freqüentaram	52	52,5	24	32,4	48	77,0	124	53,2

Comparando apenas os que freqüentaram o curso preparatório para o vestibular, também foram encontradas diferenças significativas por área, em relação ao tempo de freqüência (*qui-quadrado*, $p = 0,00427$): em exatas, 42,6% freqüentaram menos de um ano; em humanas esse percentual sobe para 71,4% e em biológicas o percentual é de apenas 18,8%. Assim fica mantida a tendência observada acima: os alunos de biológicas freqüentaram mais tempo o curso preparatório para o vestibular que seus colegas de exatas, que por sua vez freqüentaram mais tempo que os de humanas. Comparados por turno, os grupos dos que freqüentaram com os que não freqüentaram, não foi encontrada diferença significativa (*qui-quadrado*, $p = 0,25888$).

Os dados relativos à **percepção do aprendizado de matemática ao qual haviam sido submetidos anteriormente** foram obtidos através das respostas dadas pelos alunos à questão aberta (questão 19, anexo 1). As respostas foram categorizadas em: *bom ou ótimo*; *razoável ou médio*, *fraco ou insatisfatório* e *outras*. Nessa última categoria foram agrupadas

respostas do tipo: *eu sou um fracasso em matemática, conteúdos desnecessários, cansativo, chato, sempre igual*. A análise estatística dos dados apontou diferença significativa da percepção do ensino anterior da matemática, por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Estas diferenças podem ser observadas no gráfico 11. Nele fica evidenciado que, na área de exatas, a maioria considera que teve um bom ensino anterior, sendo que esse percentual decresceu nas demais áreas, enquanto aumentou o percentual dos alunos que julgaram ter tido um ensino anterior fraco. Respostas do tipo *eu sou um fracasso em matemática, do jeito que fosse eu sempre ia mal* apareceram nos protocolos de três alunos de exatas, oito de biológicas e cinco de humanas.



Pediu-se aos sujeitos que informassem a **disciplinada da qual mais gostavam** e da **qual menos gostavam** quando eram alunos do ensino médio, e os dados foram agrupados segundo disciplinas afins. Foi feito o seguinte agrupamento:

- 1- *exatas*: matemática, física, química e geometria;
- 2- *letras*: português, inglês e literatura;
- 3- *humanas*: filosofia, geografia, história, política, geopolítica e psicologia;
- 4- *biologia*;
- 5- *outras*: disciplinas técnicas e específicas de cursos técnicos ou de magistério, artes, desenho, educação física.

Os resultados, podem ser observados nas tabelas 18-a e 18-b; apresentam diferença significativa por áreas tanto para a disciplina da qual mais gostava, como para a disciplina da qual menos gostava (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$ para as duas análises).

Tabela 18a: Distribuição dos sujeitos segundo a disciplina da qual mais gostavam, por área – e. superior							Tabela 18b: Distribuição dos sujeitos segundo a disciplina da qual menos gostavam, por área – e. superior						
mais	Exatas		Biológicas		Humanas		menos	Exatas		Biológicas		Humanas	
	n	%	n	%	N	%		n	%	n	%	n	%
Exatas	61	62,8	2	2,8	3	4,9	Exatas	22	22,3	60	83,3	39	62,9
Letras	6	6,2	2	2,8	14	23,0	Letras	33	33,3	3	4,2	4	6,5
Hum.	13	13,4	2	2,8	16	26,2	Hum.	33	33,3	7	9,7	13	21,0
Biol.	5	5,2	63	87,4	11	18,0	Biol.	7	7,1	0	0	2	3,2
Outras	12	12,4	3	4,2	17	27,9	Outras	4	4,0	2	2,8	4	6,5

Pode-se perceber que, nas áreas de Ciências biológicas e de Ciências humanas, a maioria dos alunos rejeitou as disciplinas de exatas. Na área de Ciências exatas, tais disciplinas são as preferidas pela maioria dos alunos. Na área de Ciências biológicas, os alunos, na sua grande maioria, escolheram biologia como a disciplina de que mais gostavam anteriormente, mostrando coerência entre a área de escolha do curso e a disciplina preferida.

As tabelas 19-a e 19-b trazem os resultados, quando se considera apenas a matemática. Na área de biológicas, quarenta alunos citaram física como a disciplina da qual menos gostavam, o que corresponde a 55,5% dos alunos.

Os resultados evidenciaram que os alunos da área de exatas gostam mais das disciplinas dessa área, enquanto os alunos de biológicas preferem a disciplina biologia e os da área de humanas preferem as disciplinas de humanas ou disciplinas específicas de sua formação anterior. Nas áreas de biológicas e na de humanas o não gostar de disciplinas de exatas parece um indicador de influência desse sentimento na escolha profissional.

Tabela 19^a: Distribuição dos alunos de acordo com a preferência pela matemática – ens. superior

Mais	Exatas		Biológicas		Humanas	
	n	%	n	%	N	%
Matemática	41	42,3	2	2,8	2	3,3
Outra	56	57,7	70	97,2	59	96,7
Não responderam	2	—	—	—	1	—

Tabela 19b: Distribuição dos alunos de acordo com a não preferência pela mat. (não gostar) – e. superior

Menos	Exatas		Biológicas		Humanas	
	n	%	n	%	n	%
Matemática	1	1,0	19	26,4	17	27,4
Outra	98	99,0	53	73,6	45	72,6
Não responderam	—	—	—	—	—	—

Além desses resultados, o fato de um indivíduo não estar cursando sua **primeira opção do vestibular** poderia exercer influência nos motivos que o levaram a essa escolha profissional. Do total dos sujeitos, duzentos e oito (89,3%) responderam que estavam freqüentando o curso de primeira opção no vestibular. Da área de exatas, apenas quatro alunos responderam que não estavam e, destes, apenas um tinha feito primeira opção para um curso de outra área. Foi verificado o mesmo na área de biológicas, na qual quatorze alunos não cursavam a primeira opção, sendo que apenas dois haviam feito a primeira opção, em outra área. Na área de humanas, sete alunos não cursavam a primeira opção e, destes, apenas um tinha feito a primeira opção em outra área. Assim, quando os alunos são agrupados, segundo a área de opção no vestibular, foi verificado que apenas quatro deles, não cursavam sua primeira área de opção, o que pode ser considerado um baixo número, indicando que os sujeitos desse grupo haviam feito uma primeira opção, por área, no vestibular, e permaneciam, na área pela qual haviam optado.

Em seguida foram considerados os **motivos da opção profissional**. Os motivos que conduzem os indivíduos a esta ou aquela escolha profissional, aparecem entrelaçados e, geralmente, não existe um único motivo que justifique a escolha. Assim, quando perguntou-se ao aluno o motivo da opção profissional e ele indicou mais de um motivo, foi considerado somente o primeiro, por entender que o primeiro seria, possivelmente, o mais importante.

Foi feito o seguinte agrupamento, de acordo com as respostas dadas à questão sobre os motivos da opção pelo curso que freqüentava:

1. Afetivos: gostar, prazer, ter fascínio, ter interesse, buscar realização profissional;
2. Cognitivos: facilidade, pelas disciplinas que têm, aptidão, conhecimento, habilidade, melhor desempenho;
3. Sócio-econômicos: facilidade de emprego, mercado em alta, necessidade para concurso, obter promoção no emprego;
4. Fatores de personalidade e necessidades: sou comunicativo, sou criativo, sei lidar com as pessoas, quero ajudar a humanidade, necessito trabalhar com o campo das artes, preocupação com o meio ambiente;
5. Atuação na área e complementação dos estudos anteriores;
6. Outros: não ficar sem estudar, por ser no horário noturno, influências de pessoas, devido à idade e nesta profissão não encontrar este tipo de restrição para o trabalho.

Tabela 20: Distribuição dos sujeitos, de acordo com os motivos da escolha profissional, por área – ensino superior

Motivos	Exatas		Biológicas		Humanas	
	n	%	n	%	n	%
Afetivos	43	44,3	32	44,4	21	35,0
Cognitivos	25	25,8	19	26,4	7	11,7
Sócio-econômicos	23	23,7	13	18,1	9	15,0
Personalidade	0	0	5	6,9	1	1,7
Atuação na área	4	4,1	0	0	18	30,0
Outros	2	2,1	3	4,2	4	6,6
Não respondeu	2	—	0	—	2	—

Os dados apresentaram diferença significativa por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$). Essa diferença deve-se, provavelmente, ao fato de 30% dos alunos da área de humanas estarem fazendo o curso, para dar prosseguimento ao trabalho que já exerciam. Pode ser verificado que os fatores mais apontados pelos alunos foram os afetivos e os cognitivos, indicando que a escolha profissional está relacionada ao gostar, ter interesse, ter facilidade com a área, querer obter conhecimento específico. Na área de exatas foi encontrado frequentemente o motivo *facilidade de arrumar emprego*, demonstrando que um dos fatores da escolha profissional, dentre os sujeitos desta área, foi a preocupação com o futuro profissional, considerando o aspecto sócio-econômico.

CONSIDERAÇÕES GERAIS - ENSINO SUPERIOR

A análise descritiva dos resultados permitiu a elaboração de algumas considerações gerais sobre esse grupo.

Considerando que apenas 1,7% dos alunos do ensino superior não cursavam sua primeira área de opção do vestibular, pode-se inferir que os cursos e suas respectivas áreas representavam as escolhas profissionais. De uma maneira geral verificou-se que, nesse grupo, existe predominância dos sujeitos do gênero masculino, na área de exatas, sendo representados pelos sujeitos mais novos dos três grupos; a presença feminina foi mais marcante na área de humanas e nela se concentraram os alunos mais velhos, e também o maior número dos que trabalhavam. Quanto à autopercepção do desempenho em matemática, os sujeitos de exatas se auto percebiam como melhores que os sujeitos da área de biológicas que, por sua vez, se auto percebiam como melhores que os da área de humanas. Quanto à atitude em relação à matemática, o grupo de exatas foi o que apresentou atitudes mais positivas, sendo que as outras duas áreas apresentaram atitudes abaixo da média geral. Com relação à utilidade da matemática, a maioria dos alunos de humanas considerou sua utilidade no cotidiano, enquanto 24,6% dos alunos da área de biológicas não apontaram nenhuma utilidade ou afirmaram que *só as coisas básicas têm utilidade*.

A maioria dos estudantes sugeriu mudanças metodológicas nas aulas de matemática, sendo muito freqüente respostas relativas à inclusão de aplicações, solicitando menos teoria e mais exercícios e também a utilização de materiais didáticos. Apenas 4,3% do total dos sujeitos (n=10) responderam estar satisfeitos com o ensino da matemática escolar. Quando se investigou a formação anterior, os alunos de exatas e biológicas, na sua maioria, tinham feito o 2º grau regular (atual ensino médio) em escolas particulares, enquanto a maioria dos alunos de humanas fizera o magistério em escolas públicas. A área de humanas também apresentou a maior percentagem de alunos que concluíram o ensino médio antes de 1994. Com relação à auto percepção do desempenho, apenas 5,1% dos sujeitos da área de exatas, consideraram fraco o seu desempenho em matemática, nos níveis anteriores à universidade; na área de biológicas esse percentual subiu para 29,4% e, para 36,1% na área de humanas. Foi mantida

essa mesma relação quanto à percepção do ensino de matemática anterior: o percentual dos alunos de exatas que consideraram ter tido um bom ensino foi maior que o da área de biológicas, que, por sua vez, foi maior que o da área de humanas.

Com relação à disciplina da qual os alunos mais gostavam durante o ensino médio, 41,4% dos alunos de exatas citaram a matemática, enquanto só 3% dos alunos das outras duas áreas escolheram essa disciplina. Com relação à disciplina da qual menos gostavam, apenas 1% dos alunos de exatas referiu-se à matemática, enquanto aproximadamente 27% dos alunos das outras áreas citaram essa disciplina. Quanto ao motivo da escolha profissional a maioria dos sujeitos das três áreas apontou motivos ligados a “gostar”, “ter prazer”, “procurar realização pessoal”, sendo alto o número de alunos da área de humanas, que apontaram como motivo da escolha, a profissão atual (já estarem atuando na área).

Em relação ao desempenho no teste algébrico, os alunos de exatas apresentaram resultados melhores que os da área de biológicas que, por sua vez, tiveram desempenho melhor que os da área de humanas. O resultado no teste, que continha dez questões e pontuação máxima vinte (20), a média foi 5,7. Os alunos de humanas obtiveram média geral 1,0 (um), sendo que mais de 50% dos alunos dessa área não fizeram um único ponto.

Os resultados da área de humanas são, no mínimo, preocupantes, pelo fato desses alunos estarem cursando pedagogia, curso que, embora não inclua nenhuma disciplina específica de matemática, nem mesmo de aritmética, na grade curricular, forma professores que irão ensinar esse conteúdo nas séries iniciais. Os sujeitos desse curso mostraram um baixo desempenho no teste algébrico (média 1,0 e nota máxima 6,0), demonstrando um desconhecimento geral do assunto. Além disso, 36,1% desses sujeitos consideraram que o desempenho matemático, durante sua formação, havia sido fraco, sendo o mesmo afirmado em relação à sua aprendizagem anterior. Com relação à preferência por disciplina, 27,4% desses sujeitos citaram a matemática como a disciplina da qual menos gostavam. Como um complicador adicional, as atitudes em relação à matemática dos alunos desse grupo também apresentaram tendência negativa.

Com a finalidade de permitir uma melhor visualização do quadro, acima exposto, são apresentadas, a seguir, algumas respostas dos alunos desse grupo, à pergunta “Qual a utilidade da matemática?” Foram encontradas respostas como:

- *gostando ou não, necessitamos dela em nossa vida;*
- *muito, só que normalmente uso máquina de somar;*
- *só para cálculos no trabalho (cobranças);*
- *sem certas fórmulas que eu acho que não são necessárias;*
- *eu acho que, para obter um cargo no dia de hoje, é preciso saber a matemática;*
- *nenhuma;*
- *é uma das disciplinas que leciono;*
- *número de alunos por dia, – horário, salas numeradas, passar a matemática básica para as crianças;*
- *a matemática é a básica (contar dinheiro da APM e ensinar as crianças a contar e estabelecer relações entre numeral e quantidade).*

Essas respostas podem estar profundamente relacionadas com o contato anterior com a disciplina pois a questão “Como você considera que foi seu aprendizado anterior em matemática?” mostrou respostas como:

- *quando tínhamos dúvidas e perguntávamos, a professora ficava brava e dizia que aquilo já devíamos saber;*
- *aprendia para passar nas provas, professores eram esforçados, mas eu sempre precisei de aulas particulares;*
- *desde o primário via a matemática como uma matéria chata;*
- *professora não explicava nada;*
- *por ter feito magistério, a matemática não é de extrema importância e era sempre deixada de lado;*
- *muito fraco, pois meus professores nem eram formados ainda;*
- *no segundo grau foi razoável, muita troca de professores, acho que me perdi;*
- *muitos professores passam por cima de antigas dúvidas e nosso aprendizado fica prejudicado, acumulando-se cada vez mais dificuldades;*
- *por eu não gostar nunca prestei atenção;*
- *horrível;*

- *aprendizado foi fraco, não por falta de vontade do professor, mas sim, pelo meu desinteresse, pelo fato de não gostar da matemática;*
- *matemática pela matemática é ou deixa no aluno a questão: Para quê?*

Algumas respostas deixam entrever a idéia de que o professor foi considerado o responsável tanto pelo sucesso quanto pelo fracasso do ensino e, algumas das respostas dadas à questão: “Como você gostaria que fossem as aulas de matemática?” vieram confirmar a importância dada, por estes alunos de pedagogia, ao professor:

- *professores precisam ter mais paciência, matemática tem “haver” com talento/dom, alguns têm facilidade outros não;*
- *que fosse dada mais atenção a todos e não a uma minoria;*
- *mesmo que fosse uma aula diferente, divertida, acho que eu não iria gostar, eu não gosto de contas, divisões,...;*
- *como na sétima série, pois a professora considerava-nos iguais a ela e não com superioridade;*
- *desenvolvida por professores treinados;*
- *não há outro jeito de ensinar, a matéria é complicada do jeito que for;*
- *que me motivasse a querer aprendê-la;*
- *sem obrigação de aprender na “marra”;*
- *tem vários materiais didáticos que podem ser usados para ensinar matemática, sem que ela seja chata, decorativa e maçante;*
- *mais práticas pois, assim, não se tornariam difíceis e para alguns até impossível de aprender.*

Dentre as justificativas dadas à questão “Como você considera que seria o seu desempenho nas disciplinas de matemática, caso houvesse estas em seu curso?” foram encontradas:

- *odeio esta matéria por traumas de infância, professora agressiva;*
- *não houve aprendizado devido à troca constante de professores;*

- *tenho dificuldades com as fórmulas;*
- *não tenho muita afinidade com a matemática;*
- *ensino na escola pública não dá nenhuma base;*
- *não gosto da matéria, por isso não me interessa em compreendê-la, porque nunca fui bem e também não gosto da matéria;*
- *desde a infância tenho horror à matemática, professor dava coques quando eu errava e me humilhava;*
- *nunca fui boa, meu raciocínio é devagar, fiz KUMON, que me ajudou um pouco, ainda tenho dificuldades;*
- *tenho memória fraca;*
- *não gosto da matemática.*

Pode ser verificado através das respostas acima que os aspectos cognitivos e emocionais aparecem como determinantes das respostas, tendo chamado a atenção uma frase num dos protocolos, no qual a aluna deixou essa mensagem:

- *gostaria de dominar esta matéria que me domina.*

Como afirmado anteriormente, a gravidade da situação aumenta, quando se considera que a maioria dos alunos do curso de pedagogia ministrava aulas nas séries iniciais do ensino fundamental, sendo responsáveis pelo início da aprendizagem da matemática escolar.

Os resultados obtidos, através da análise dos dados dos sujeitos do curso de pedagogia, parecem indicar a necessidade de incluir disciplinas de matemática no curso, que com métodos apropriados levem o aluno a apreciar a matemática, a adquirir conhecimentos matemáticos, reconhecendo sua importância em fatos e fenômenos da realidade. A análise dos resultados apontou para a necessidade de superação de falhas na aprendizagem anterior da matemática, apresentada pela maioria dos alunos. O curso poderia estabelecer programas que tivessem o objetivo de desenvolver atitudes positivas, proporcionando condições para uma possível mudança de direção das atitudes dos alunos em relação à matemática: isto possivelmente faria com que esses alunos alcançassem um desempenho melhor nesta

disciplina, de modo a possibilitar a formação de profissionais aptos e conscientes de seu papel de educadores, responsáveis pela formação matemática inicial das crianças.

Além das respostas dadas pelos alunos da área de humanas, algumas outras respostas, às mesmas questões, dadas por alunos das outras áreas refletem a expectativa dos estudantes. Assim, à pergunta relativa à utilidade da matemática alguns alunos da área de exatas responderam:

- *futuramente nenhuma;*
- *difícil responder, já que os professores parecem não utilizar ela no seu dia-a-dia, além das aulas, ou pelo menos não encontram utilidades para ela;*
- *em tudo o que fazemos há matemática consciente e inconscientemente;*
- *total;*
- *desenvolvimento de um cidadão crítico em nossa sociedade (aluno de matemática);*
- *faz as pessoas pensar e outras “decorar”.*

Dentre as frases acima, a primeira delas, extraída do protocolo de um aluno de engenharia da computação que afirmou não ver nenhuma utilidade na matemática, nem mesmo em sua atividade profissional futura, mostrou que existe um descompasso entre o ensino de matemática e a utilidade dessa disciplina para a área. Isso serviria de alerta para que os professores que ministram essas disciplinas procurem relacioná-las com a atividade profissional que o sujeito irá exercer.

Apesar de 79,3% dos alunos da área de exatas considerarem que tiveram um bom aprendizado anterior de matemática, foram encontradas respostas do tipo:

- *eu estudava para a prova (decorava) ou colava, tenho alguma facilidade, mas não gosto da matéria;*
- *foi péssimo (...) a matemática está voltada para o vestibular, aprendemos a decorar não entendendo suas aplicações;*

- *não me interessava pela matemática, pois todos falavam que era difícil, aí eu desanimava;*
- *péssimo, o nível básico de aprendizado público no Brasil, não oferece conceitos que ficam para toda vida, apenas para realização de avaliações. Deveria ser prestado mais atenção nas bases (primeiro e segundo graus);*
- *fraco, professores e alunos desmotivados, avaliações sem exigir do aluno (aluno de matemática);*
- *depende da escola e do professor. Frequentei várias escolas particulares e públicas, porém era difícil encontrar um bom professor de matemática (aluno de matemática);*
- *muito bom, sem dúvida um dos motivos que fizeram eu me apaixonar por esta disciplina (aluno de matemática);*
- *uma porcaria principalmente no segundo grau onde era escola pública e os alunos nunca prestam atenção em nada. O nível de instrução dos professores era de colegial (aluno de matemática);*
- *(...) as matérias eram colocadas sem dizer como surgiu, qual sua aplicação, e simplesmente quando você aprendeu, aquilo era deixado para “traz”, e começava outra matéria no mesmo ritmo e do mesmo jeito (aluno de matemática).*

Esses dados parecem indicar um ensino desvinculado do cotidiano, que prioriza mais a memorização de fórmulas.

As respostas dadas pelos alunos de exatas sobre a expectativa quanto ao ensino de matemática no curso no qual estão matriculados, não foram muito diferentes das considerações feitas em relação ao aprendizado anterior, pois foram encontradas respostas como:

- *com maior profundidade e complicação (...) fazendo com que o aluno se veja em uma situação sem saída se sentindo desafiado a vencê-la (aluno de matemática);*
- *acabamos estudando só porque temos que estudar;*

- *que fossem ministradas por professores que tratassem os alunos como alunos e não como máquinas de fazer contas;*
- *ter laboratório de objetos, filmes e não ficar somente na rotineira classe de aula, dentro de quatro paredes, nossa mente fecha, precisamos abri-la com imaginação;*
- *professor deve “segurar” a turma no meio de brincadeiras para conseguir ensinar.*

Apesar dos sujeitos que fizeram essas afirmações pertencerem a área de exatas, as frases acima parecem indicar que os alunos percebem falhas na aprendizagem anterior da matemática, como por exemplo: *“aprendemos a decorar; não me interessava pela matemática, pois todos falavam que era difícil; os alunos eram desmotivados”* dentre outras.

Quando os alunos foram solicitados a justificar como auto percebiam o desempenho atual em matemática, obtiveram-se, dentre outras, as respostas:

- *não gosto, mas tenho facilidade;*
- *eu não prestava muito atenção no colegial, assim não tenho uma boa base;*
- *adoro matemática, terminando este curso pretendo me formar em matemática, mas somente para satisfazer meu sonho;*
- *não gosto muita da matéria;*
- *nunca gostei muito;*
- *não conheço nada da matéria do segundo grau (aluno de matemática);*
- *por ter estudado no período noturno em uma escola pública onde o professor era desmotivado (aluno de matemática).*

É interessante observar que mesmo os poucos alunos da área de exatas que assinalaram ter uma expectativa de desempenho insuficiente em matemática, justificaram esta percepção pela falta de base ou por não gostar da matéria, diferentemente das outras áreas que justificaram o desempenho insuficiente, alegando dificuldades de entendimento ou mesmo falta de habilidade matemática.

Alguns estudantes da área de exatas, manifestaram não gostar de matemática, apontando uma incocência cntrc a cscolha profissional e as atitudes em rolação à disciplina.

Dentre os motivos indicados pelos alunos da área de exatas, como responsáveis pela opção pelo curso foram listados:

- *a relação com a área de exatas;*
- *devido ser da área de exatas;*
- *eu gosto da área de exatas;*
- *adoro matemática;*
- *facilidade de cálculos;*
- *facilidade com matérias de exatas;*
- *gosto de lecionar, principalmente matemática (aluno de matemática);*
- *adorar a matemática (aluno de matemática);*
- *porque eu era um bom aluno de matemática (aluno de matemática).*

As frases coletadas acima revelaram motivos de ordem cognitiva (três sujeitos), sendo as demais relacionadas ao aspecto afetivo. O conjunto de afirmações mostrou que esses alunos apresentavam atitudes positivas e predisposição para a matemática.

Por outro lado, os sujeitos da **área de biológicas**, quando responderam sobre a utilidade da matemática, forneceram respostas como:

- *dor de cabeça;*
- *aprender a fazer contas somente;*
- *eu não vejo utilidade;*
- *a estatística, que hoje tem grande valor em todas as áreas;*
- *para a minha área, nenhuma;*
- *não sei, sinceramente;*
- *é inegável nos dias de hoje. Porém eu tenho tanto horror que desviarei sempre dela;*
- *é linguagem universal, a linguagem da natureza;*
- *para conhecimentos gerais;*

- *pouca;*
- *aprender fazer contas, somente;*
- *é importante em genética, só que eu também não gosto muito de genética.*

Quando questionados a respeito da aprendizagem anterior, os alunos de Ciências biológicas forneceram respostas como:

- *foi traumatizante, eu não tenho raciocínio lógico;*
- *apesar de ter estudado em escola pública, o meu professor de matemática era ótimo;*
- *em se analisando uma escola pública, eu tive um ótimo ensino (...) não tive toda a matéria devida, por causa das greves;*
- *souberam me passar de forma simples o que muitos consideram terrivelmente difícil;*
- *em geral meus professores eram bons. O problema era com a minha pessoa, pois sempre tive dificuldade em aprender matéria de exatas;*
- *bom, apesar de estudar em escolas do estado em São Paulo, capital.*

Na maioria dessas afirmações, percebe-se que esses alunos consideraram terem tido uma boa aprendizagem anterior, sendo que isto não impediu que fossem encontradas expectativas negativas sobre o ensino da matemática que recebiam, atualmente, no curso, no momento da coleta de dados, conforme as afirmações a seguir:

- *preferia que não tivesse;*
- *o fato de eu não saber, faz com que eu não goste da aula;*
- *gostaria que ensinassem somente o que se utiliza realmente, ensinam matérias que nunca serão utilizadas em nossas vidas;*
- *acho que de qualquer maneira, nunca me darei bem;*
- *com professores que não “regurgitassem” a matéria, para que nós, alunos, não nos sintamos partindo do nada e indo a lugar algum. Pois muitos alunos, assim como eu, chegamos à universidade burlando a matemática.*

Porém, algumas justificativas, apresentadas pelos sujeitos da área de biológicas, quanto à expectativa de desempenho atual em matemática mostraram que muitos alunos apresentavam atitudes negativas e auto percepção também negativa:

- *tenho dificuldade nesta matéria e não gosto nem um pouco dela, por isso mesmo optei por ciências biológicas;*
- *não consigo entender a matéria e também não gosto;*
- *odeio matemática;*
- *nunca me dei bem com ela;*
- *tenho dificuldade de raciocínio;*
- *devido a falta de base em anos anteriores;*
- *tenho preguiça de estudar matérias que não me satisfazem interiormente;*
- *não tenho base;*
- *tive ótima base nesta matéria, mesmo estudando em escola pública;*
- *não tive boa formação.*

Dentre as respostas dadas à questão “Que motivos o levaram a fazer este curso?” uma delas mostra claramente a influência da atitude negativa sobre a escolha profissional, pois o aluno afirma:

- *eu gosto de estudar biologia, só não sabia que tinha matemática.*

A matemática tem grande aplicabilidade nesta área de conhecimento, portanto afirmações dessa natureza e outras como: “*tenho dificuldade nesta matéria (...) por isso mesmo optei por ciências biológicas; desviarei sempre dela*”, mostraram e confirmaram os resultados obtidos na escala de atitude em relação à matemática, pois este grupo de sujeitos foi o que apresentou as atitudes mais negativas (média de 48,73 pontos). Esses dados apontam a necessidade de se realizar um trabalho mais intenso com esses alunos, com o objetivo de propiciar-lhes situações que levem ao desenvolvimento de atitudes mais positivas, em relação à matemática.

Dentre os protocolos analisados, destacou-se o de uma aluna, do curso de biologia, que cursou anteriormente o magistério e estava trabalhando como docente no ensino fundamental, pois ela obteve nota “0” (zero) no teste algébrico e obteve um total de 42 pontos na escala de atitude, o que indicou atitude altamente negativa em relação à matemática.

Nos protocolos dos sujeitos das três áreas, pode ser percebida uma constante referência que os alunos fazem ao fato de terem estudado anteriormente em escolas públicas, e elas apareceram quase sempre acompanhadas de “*apesar dela...*”, “*como cursei...*”, “*por ter estudado...*”, que indicam que estes sujeitos consideraram o ensino público falho. Muitos depoimentos pareciam exibir um sentimento de inferioridade, por parte destes alunos, pelo fato de terem cursado escola pública. Provavelmente, esses alunos consideram que tiveram poucas oportunidades educacionais, quando se comparam aos colegas que cursaram a escola particular.

As respostas dadas à questão “como gostaria que fosse o ensino da matemática”, revelaram certo descontentamento geral pela forma como o ensino da matemática vem sendo ministrado. As respostas dadas a essa questão e às demais indicaram certa regularidade.

As sugestões dos sujeitos foram por aulas mais dinâmicas, mais criativas, menos massacrantes, desafiadoras, que mostrem como as teorias se formaram e para que servem e, além disso, sugeriam que os alunos fossem respeitados, tanto em suas individualidades, quanto em suas dificuldades e limitações.

Muitas das frases dos alunos das áreas de humanas e biológicas – *não consigo entender a matéria, tenho dificuldade de raciocínio, nunca me darei bem, tem a ver com talento/dom, para alguns é impossível aprender, meu raciocínio é devagar, tenho memória fraca, eu errava e me humilhavam, sou dominada por ela* – deixaram transparecer que os alunos se sentem incapazes em matemática e acreditam ser necessário um talento especial para ser bem sucedido nesta disciplina.

Essa maneira de conceber a matemática e/o mau desempenho nesta disciplina poderá criar barreiras, que acabem limitando a opção profissional dos sujeitos. Pelas razões alencadas, a matemática parece ainda se constituir num “filtro” que seleciona os sujeitos considerados “mais capazes” para ocuparem cargos e funções de destaque, na sociedade.

6.1.2 ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS OBTIDOS COM OS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO

Os cento e quarenta e cinco (145) sujeitos pertencentes ao ensino médio freqüentavam a terceira série, do período matutino, de duas escolas de Campinas, sendo sessenta e dois alunos (42,8%) de uma escola pública e oitenta e três alunos (57,2%) de uma escola particular. O número de sujeitos, pesquisados quanto à opção de escolha profissional por área de conhecimento e por escola, pode ser verificado na tabela 21.

Considerou-se para fins de análise a área que o sujeito indicou como opção para o vestibular, que pretende fazer em continuidade aos seus estudos.

Tabela 21: Distribuição dos sujeitos por área de opção e tipo de escola – ensino médio

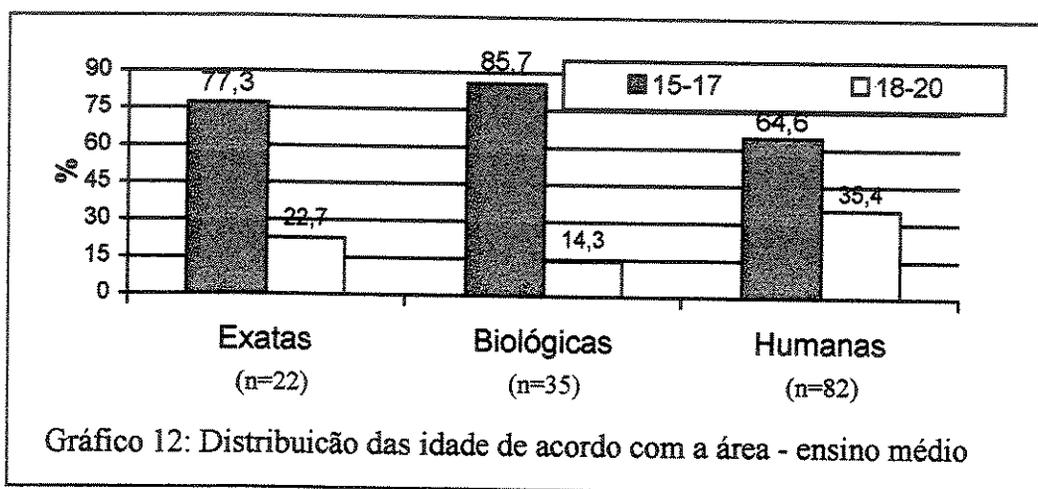
Área	Escola Pública		Escola Particular		Total	
	n	%	n	%	n	%
Exatas	9	14,5	13	15,7	22	15,2
Biológica	16	25,8	19	22,9	35	24,1
Humanas	32	51,6	50	60,2	82	56,6
Indefinido	5	8,1	1	1,2	6	4,1
Total	62	42,7	83	57,3	145	100

A análise dos dados foi feita por área e tipo de escola, e foram analisados os seguintes aspectos:

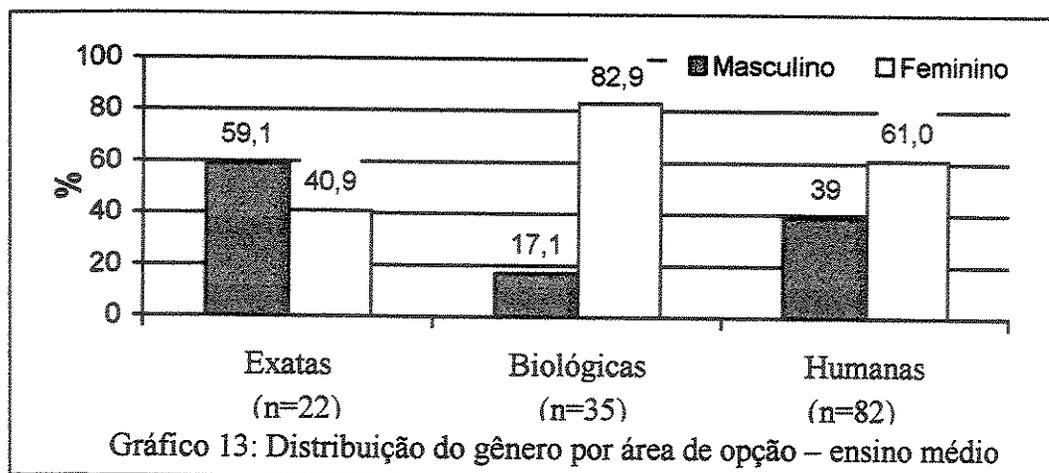
- 1 – Caracterização do sujeito: idade, gênero, trabalho e horas de trabalho.
- 2 – Ensino atual: escola e turma; curso preparatório para o vestibular; estudo fora do período escolar; disciplina da qual mais gosta e da qual menos gosta; pretensão em fazer vestibular; opção e motivo da opção
- 3 – Relação com a matemática: atitude em relação à matemática; autopercepção do desempenho em matemática; utilidade da matemática, autopercepção do ensino de matemática anterior; expectativa sobre o ensino da matemática e o resultado do teste algébrico.

CARACTERIZAÇÃO DO ALUNO

A idade dos alunos não apresentou diferença significativa, quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a área de opção no vestibular (*qui-quadrado*, $p = 0,05591$). Como pode ser observado no gráfico 12, a maioria dos alunos se situava na faixa etária compreendida entre quinze e dezessete anos. Não foram encontradas diferenças significativas quanto à idade dos alunos, quando os sujeitos foram agrupados de acordo com o tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,33674$).



Do total de sujeitos do ensino médio, 63,3% pertenciam ao gênero feminino. Os dados revelaram que existe diferença significativa da variável “gênero” quando os sujeitos são agrupados de acordo com a área (*qui-quadrado*, $p = 0,00474$). A distribuição mostra que, na área de exatas, a maioria pertence ao gênero masculino, enquanto nas demais áreas a maioria pertence ao feminino, conforme gráfico 13. Não houve diferença significativa quanto à variável gênero por escola (*qui-quadrado*, $p = 0,10415$).



Apenas vinte sujeitos do ensino médio informaram que **trabalhavam**, e os resultados não indicaram diferença significativa, quando comparados por área (*qui-quadrado*, $p = 0,46942$) ou por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,84990$). Destes, três trabalhavam oito horas por dia; quatro, seis horas e os demais trabalhavam menos de cinco horas por dia ou não tinham horário definido de trabalho.

ENSINO ATUAL

A distribuição dos sujeitos de acordo com o **tipo de escola** e as turmas é mostrada na tabela 22.

Tabela 22: Distribuição dos sujeitos de acordo com a turma e a escola - ensino médio

Turma →	A	B	C	D	Total
Escola pública	28	—	—	34	62
Escola particular	—	25	29	29	83

A análise estatística dos dados não mostrou diferença significativa entre as turmas no que diz respeito à caracterização dos sujeitos quanto ao gênero, idade, área e trabalho (*qui-quadrado*: $p = 0,11968$, $p = 0,71112$, $p = 0,12336$ e $p = 0,60238$, respectivamente).

Freqüentar ou não curso preparatório para o vestibular (um aluno oriundo da escola pública e dois oriundos da escola particular não responderam), não apresentou diferença significativa quando os sujeitos foram agrupados por área de opção (*qui-quadrado*, $p = 0,05763$), porém, foi encontrada diferença significativa quando os sujeitos foram agrupados por escola (*qui-quadrado*, $p = 0,00102$). Na escola pública, treze alunos freqüentavam o curso preparatório para o vestibular (21,3%) e na escola particular, apenas três alunos o freqüentavam (3,7%). Isso pode ser explicado pelo fato de ser oferecida na escola particular, uma revisão de conteúdo com a finalidade de preparar os alunos concluintes, para o vestibular.

As informações dadas pelos sujeitos a respeito do tempo dedicado ao estudo fora do período escolar não mostrou diferença significativa entre as escolas (*qui-quadrado*, $p = 0,91365$) e entre as áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,69633$); a maioria dos alunos afirmou estudar diariamente e isto ocorreu nas duas escolas pesquisadas, conforme mostra a tabela 23.

Tabela 23: Distribuição dos sujeitos, de acordo com o estudo fora do período escolar, por área e tipo de escola – ensino médio.

Estudo ↓	Exatas		Biológicas		Humanas		Indefinido		Total	
	Púb.	Part.	Púb.	Part.	Púb.	Part.	Púb.	Part.	Púb.	Part.
Diariamente	6	9	14	13	16	39	2	1	38	62
Só p/ provas	0	1	1	0	1	2	0	0	2	3
Não estuda	0	0	0	2	3	4	1	0	4	6
Sem dia fixo	1	0	1	3	2	3	0	0	4	6
Outros	1	1	0	1	2	0	0	0	3	2
Não respondeu	1	2	0	0	8	2	2	0	11	4
Total	9	13	16	19	32	50	5	0	62	83

Os resultados referentes à disciplina da qual mais gosta e da qual menos gosta, por área, podem ser observados nas tabelas 24-a e 24-b. Os dados referentes à disciplina da qual mais gosta apresentaram diferença significativa por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,03514$) e por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00000$), enquanto os dados referentes à disciplina da qual menos gostam acusaram diferença significativa por área (*qui-quadrado*, $p = 0,00134$) e não por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,28762$).

As diferenças encontradas em relação à preferência por disciplina, de acordo com a área, se devem, provavelmente, ao fato de doze dos vinte e dois (54,5%) alunos da área de exatas escolherem disciplinas dessa área, dezenove (54,2%) alunos de biológicas preferiram a disciplina de biologia e sessenta e dois (75,6%) alunos de humanas indicaram disciplinas de *letras* ou de *humanas*. A diferença apresentada em relação ao tipo de escola pode ser justificada pela quantidade de alunos da escola pública (37%) que preferiram as disciplinas de *exatas* e pelos cinquenta e um (61,4%) sujeitos da escola particular que indicaram disciplinas de *letras* ou de *humanas*.

Pode-se perceber que, nas disciplinas de exatas, ocorreu a maior rejeição nas três áreas, pois 55,9% do total dos alunos pesquisados no ensino médio indicaram essas disciplinas, sendo muito grande o número de sujeitos (80%) da escola particular da área de humanas que respondeu que a disciplina da qual menos gostavam era da área de exatas.

Tabela 24a: Número de alunos, de acordo com as disciplinas da qual mais gostam, por área e tipo de escola– ensino médio

Mais gostam	Exatas		Biológicas		Humanas		Indefinido		Total	
	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.
Exatas	6	6	5	6	9	2	3	1	23	15
Letras	1	0	1	1	7	23	0	0	9	24
Humanas	2	4	1	1	10	22	0	0	13	27
Biologia	0	3	8	11	3	0	2	0	13	14
Outras	0	0	0	0	1	2	0	0	1	2

(quatro alunos não responderam)

Tabela 24b: Número de alunos, de acordo com as disciplinas da qual menos gostam, por área e tipo de escola– ensino médio

Menos gostam	Exatas		Biológicas		Humanas		Indefinida		Total	
	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.
Exatas	2	6	9	6	14	40	4	0	29	52
Letras	3	1	0	3	4	2	0	0	7	6
Humanas	3	4	5	7	7	2	1	1	16	14
Biológicas	1	2	0	0	4	6	0	0	5	8
Outras	0	0	2	3	3	0	0	0	5	3

Isolando apenas as respostas referentes à disciplina matemática, foram encontrados os resultados apresentados na tabela 25. A matemática foi indicada por 28,4% dos que responderam que a disciplina da qual menos gostam está na área de exatas, representando 15,8% do total dos sujeitos do ensino médio; ao contrário, dentre os que responderam que a disciplina da qual mais gostam está em exatas, 76,3% elegeram a matemática, o que representa 20% do total dos sujeitos do ensino médio.

Tabela 25: Distribuição dos sujeitos, de acordo com a preferência por matemática, por área e tipo de escola– ensino médio

Matemática	Exatas		Biológicas		Humanas		Indefinida		Total	
	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.
Mais gostam	5	4	5	3	8	1	3	0	21	8
Menos gostam	1	3	1	1	2	15	0	0	4	19

Dos cento e quarenta e cinco alunos do ensino médio, apenas dois informaram que não pretendiam prestar **vestibular**, sendo um, da escola pública que ainda não havia definido a sua opção quanto à área e o outro, da escola particular da área de humanas. Apenas um aluno não respondeu a essa questão.

Quando os sujeitos foram agrupados, de acordo com os **motivos da opção, no vestibular**, por determinada área, não surgiram diferença significativa entre as grupos por área (*qui-quadrado*, $p = 0,60262$) ou entre os grupos por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,54823$). A maioria dos alunos indicou respostas relacionadas a aspectos afetivos, seguida de aspectos categorizados como cognitivos. Resposta relacionada aos aspectos sócio-econômicos foi dada apenas por um sujeito da área de exatas e por três da área de humanas. Vinte e quatro alunos (18,9% do total) apontaram fatores ligados à personalidade ou a necessidades pessoais, tentando justificar a razão da escolha profissional, como mostra a tabela 26.

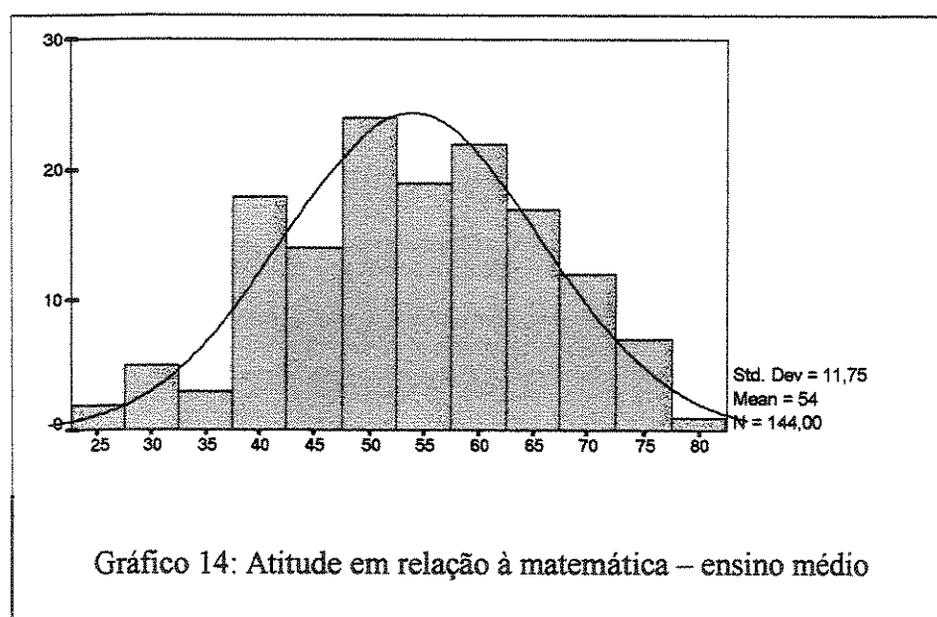
Tabela 26: Distribuição dos alunos, segundo os motivos da escolha profissional, por área – ensino médio

Motivos	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%
Afetivos	11	52,3	16	50,0	31	41,8	58	45,7
Cognitivos	7	33,3	8	25,0	23	31,1	38	29,9
Sócio-econômico	1	4,8	0	0	3	4,1	4	3,1
Personalidade	1	4,8	7	21,9	16	21,6	24	18,9
Atuação na área	0	0	0	0	1	1,4	1	0,8
Outros	1	4,8	1	3,1	0	0	2	1,6

(18 alunos não responderam)

RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

O resultado obtido na escala de atitude em relação à matemática, que correspondeu à soma dos pontos na escala de atitude, não apresentou distribuição normal (*Lilliefors*, $p = 0,0003$), o que pode ser verificado no gráfico 14. Ressalta-se que, apesar da não presença da normalidade, o teste F pode ser utilizado, uma vez que o tamanho da amostra é suficientemente grande, o que garante a convergência da distribuição amostral da média para a normalidade (Bussab e Morettin, 1986).

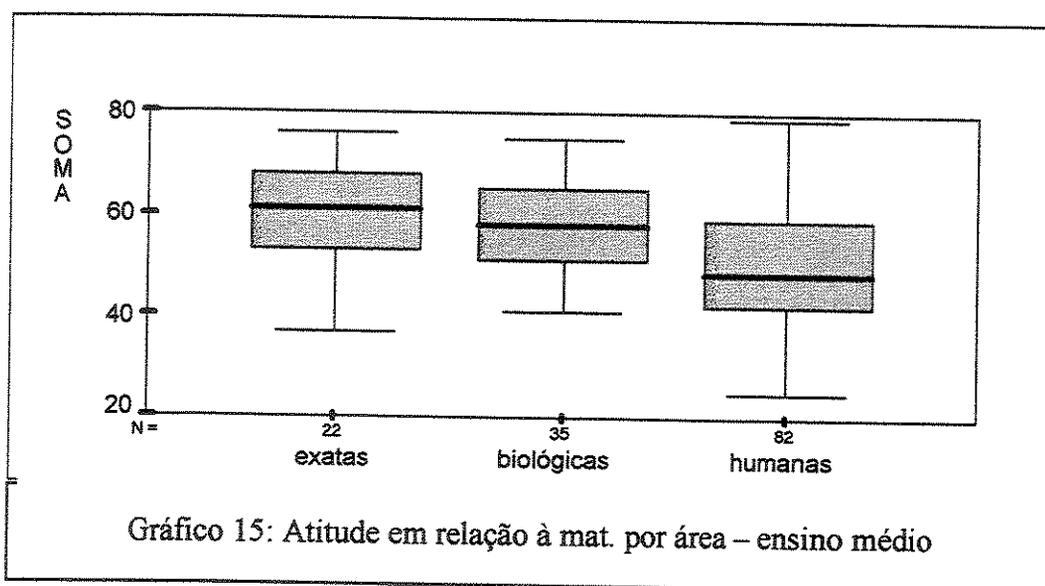


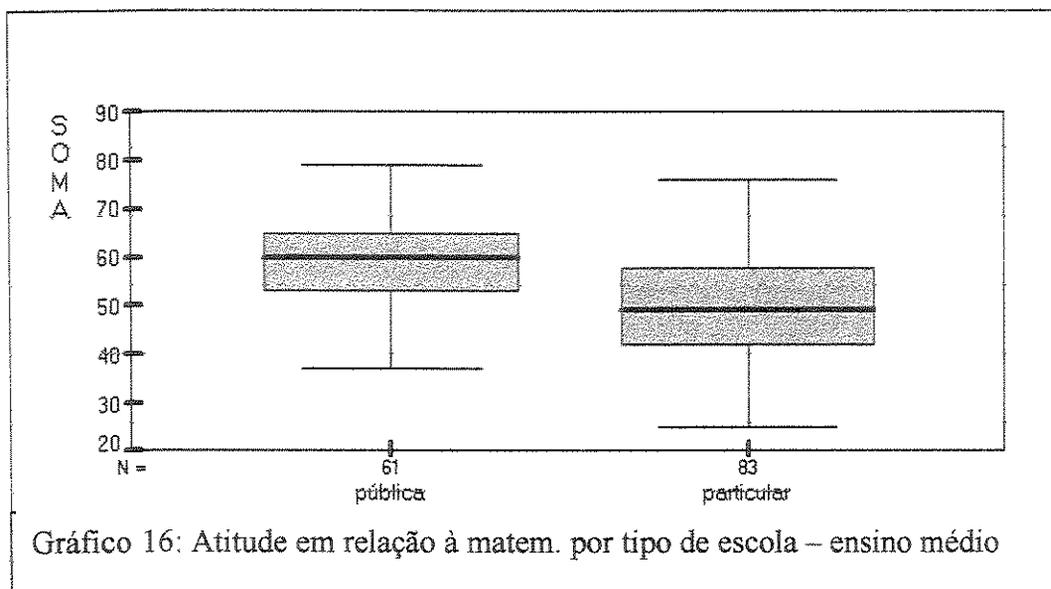
A média geral obtida pelos sujeitos do ensino médio e as médias obtidas pelos sujeitos, de acordo com a área e o tipo de escola, são apresentados na tabela 27. A análise dos dados indicou diferença das atitudes em relação à matemática, quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a área (*ANOVA F*, $p = 0,0001$ e *Teste Tukey-HSD* com nível de significância de 0,05). Indicou também, que o grupo de sujeitos da área de humanas difere dos demais grupos. Como pode ser observado no gráfico 15, os sujeitos da área de humanas tendem a ter atitudes mais negativa do que os das demais áreas.

Quando os resultados foram comparados, em relação ao tipo de escola, encontraram-se diferenças significativas entre os dois grupos (*T-student*, $p = 0,000$): os alunos na escola particular tendem a ter atitudes mais negativas em relação à matemática do que na pública, conforme pode ser verificado no gráfico 16.

Tabela 27: Distribuição das médias da escala de atitude em relação à matemática, de acordo com a área e o tipo de escola – ensino médio

Área	Média		Desvio		Valor mín.		Valor máx.		Média geral
	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	Públ.	Part.	
Exatas	59,00	60,69	11,01	9,74	37	47	75	76	60,00
Biológicas	60,12	55,42	7,44	10,48	48	41	75	73	57,57
Humanas	58,00	45,08	10,00	10,03	40	25	79	66	50,12
Geral	58,75	49,95	9,40	11,81	37	25	79	76	53,89





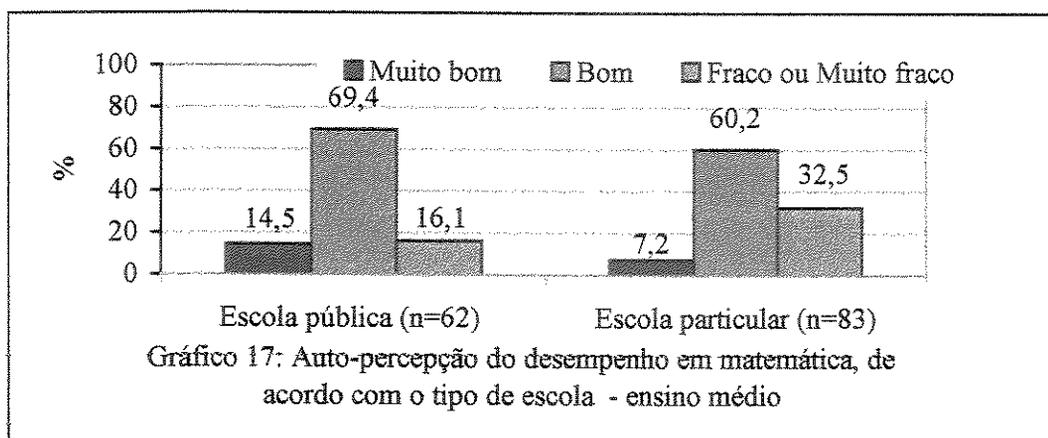
Os resultados sobre a **autopercepção do desempenho em matemática** dos sujeitos do ensino médio, de acordo com a área, podem ser visualizados na tabela 28. Como apenas dois alunos se perceberam com desempenho *muito fraco*, esses foram juntados ao grupo dos que responderam *fraco*. A análise não acusou diferença significativa da autopercepção do desempenho, segundo a área (*qui-quadrado*, $p = 0,08433$). A maioria dos alunos, considerou bom o seu desempenho em matemática.

Tabela 28: Distribuição dos alunos, de acordo com a autopercepção do desempenho em matemática, por área – ensino médio (n=139)

Desempenho	Exatas		Biológicas		Humanas		Geral	
	n	%	n	%	n	%	n	%
Muito bom	4	18,2	4	11,4	4	4,9	12	8,6
Bom	15	68,2	25	71,4	51	62,2	91	65,5
Fraco	2	9,1	6	17,1	26	31,7	34	24,5
Muito fraco	1	4,5	0	0,0	1	1,2	2	1,2

A análise estatística dos dados sobre a autopercepção do desempenho em matemática acusou diferença significativa, quando os sujeitos foram agrupados, segundo o tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,04923$), como pode ser verificado no gráfico 17. Os sujeitos da escola

pública tendiam a ter auto percepção de melhor desempenho em matemática que os sujeitos da escola particular; apenas 16,1% dos alunos na escola pública se perceberam com desempenho *fraco* ou *muito fraco* contra 32,5% da escola particular. Na escola pública, um aluno com opção profissional na área de exatas, considerou o seu desempenho, em matemática, *muito fraco*.



As respostas dadas à questão sobre a **utilidade da matemática** podem ser observadas na tabela 29.

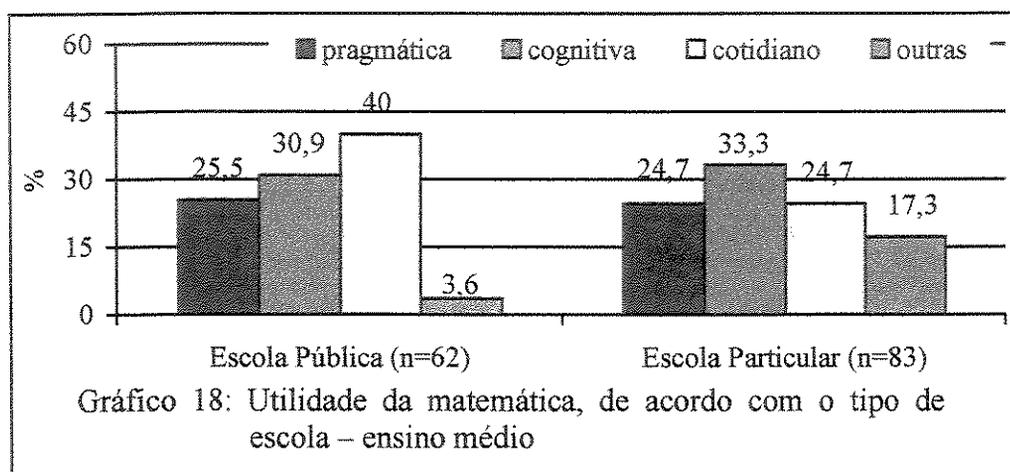
Tabela 29: Distribuição dos alunos, de acordo com a utilidade da matemática, por área – ensino médio

Utilidade da matemática	Exatas		Biológicas		Humanas		Indefinida		Total	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Pragmática	8	44,4	7	20,6	18	22,5	1	25,0	34	25,0
Cognitiva	7	38,9	11	32,4	25	31,3	1	25,0	44	32,4
Cotidiano	3	16,7	14	41,2	23	28,7	2	50,0	42	30,8
Outras	0	0,0	2	5,8	14	17,5	0	0,0	16	11,8

(9 alunos não responderam)

As respostas dos alunos sobre a utilidade da matemática não apresentaram diferença significativa de acordo com a área ou o tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,08448$ e $p = 0,05172$, respectivamente). A resposta mais frequente no grupo de exatas foi a *utilidade da*

matemática para fins pragmáticos. No grupo de ciências biológicas foi a *matemática no cotidiano* e no grupo de ciências humanas foram encontradas quatorze respostas categorizadas em *outras*. Exemplos dessas respostas seriam: *não tem utilidade* ou *para minha área não tem*. O gráfico 18 permite visualizar as respostas dos sujeitos de acordo com o tipo de escola, podendo ser observado que a maioria dos alunos que indicaram as respostas categorizadas em *outras* pertencia à escola particular (corresponde a quatorze alunos contra apenas dois da escola pública); todas as sete respostas que se referiam à utilidade da matemática, *somente em coisas básicas*, foram dadas por alunos da escola particular.



Quanto à **percepção do ensino anterior de matemática**, a análise estatística dos dados não indicou diferença significativa por área (*qui-quadrado*, $p = 0,40008$) ou por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,18897$). Os dados podem ser verificados na tabela 30. A maioria dos alunos respondeu que considera *bom* o seu aprendizado anterior em matemática, e sete alunos da escola pública e sete da escola particular afirmaram que, independentemente do ensino, eles eram responsáveis pelo mau rendimento anterior, não atribuindo o fracasso a causas externas.

Tabela 30: Percentagem das respostas dadas, de acordo com a percepção dos alunos, sobre o ensino anterior de matemática, por área e tipo de escola – ensino médio

Percepção (%)	Exatas		Biológicas		Humanas		Total	
	Públ. (n=8)	Part. (n=13)	Públ. (n=16)	Part. (n=19)	Públ. (n=32)	Part. (n=50)	Públ. (n=60)	Part. (n=83)
Bom	75,0	69,2	50,0	84,2	62,5	56,0	61,7	65,1
Razoável	12,5	23,1	12,5	5,3	9,4	10,0	10,0	10,8
Fraco	12,5	—	25,0	—	12,5	10,0	16,7	6,0
Outras	—	7,7	12,5	10,5	15,6	24,0	11,7	18,1

As respostas à questão sobre a expectativa em relação ao ensino de matemática são apresentadas na tabela 31.

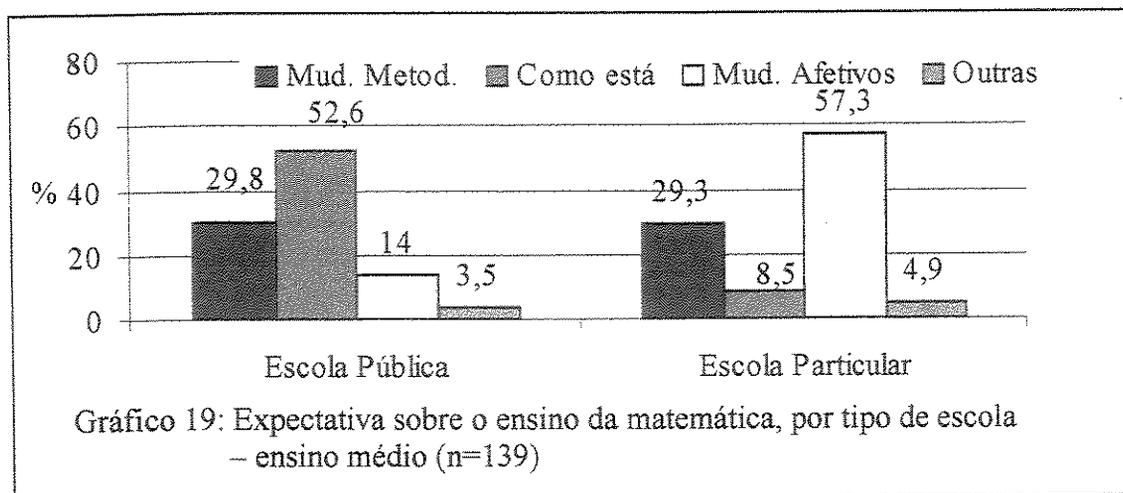
Tabela 31: Distribuição dos alunos, de acordo com as expectativas em relação ao ensino da matemática, por área – ensino médio

Área	mudança metodol.	mudança professor	como está	diminuir conteúdo	aspectos afetivos	não existe outra forma	outras
Exatas	7	1	6	0	7	0	0
Biológicas	10	2	12	1	9	0	1
Humanas	20	5	16	2	31	4	1
Indefinido	1	0	3	0	0	0	0
Geral	38	8	37	3	47	4	2

(seis alunos não responderam)

Quando os dados foram reagrupados em quatro categorias, ou seja, *mudança metodológica* (incluiu *diminuir conteúdo*), *gosta como está*, *mudanças afetivas* (incluiu *mudanças do professor*) e *outras* (incluiu *não existe outra forma*), a análise estatística indicou diferença significativa por tipo de escola (*qui-quadrado*, $p = 0,0001$) e não apresentou diferença significativa quando os dados foram comparados por áreas (*qui-quadrado*, $p = 0,51518$). O gráfico 19 permite observar as diferenças entre as escolas: 52,6% (trinta sujeitos) da escola pública gostariam que as aulas continuassem como estão, sendo que apenas 8,5% (sete sujeitos) da escola particular deram essa resposta. Outra diferença observável diz respeito à categoria que sugere mudanças de caráter afetivo, resposta dada por 57,3% dos sujeitos da

escola particular (quarenta e sete), contra apenas 14% (oito) da escola pública. Na escola particular, quatro sujeitos da área de ciências humanas deram respostas no sentido de que a matemática é assim mesmo e nada é possível fazer para mudar seu ensino.



RESULTADOS DO TESTE ALGÉBRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

As notas obtidas no teste algébrico, pelos sujeitos do ensino médio, não contemplam uma distribuição normal (Lilliefors, $p = 0,0003$). Apesar da variável não apresentar normalidade os testes *F* e *T-student* puderam ser utilizados, uma vez que o tamanho da amostra, era suficientemente grande, o que garante a convergência para a normalidade (Bussab e Morettin, 1986). Existe uma concentração de notas baixas, como pode ser verificado no gráfico 20.

Os resultados do teste algébrico, por área e por escola, podem ser apreciados na tabela 32; a média geral 6,01 pontos foi considerada baixa em relação ao total dos vinte pontos possíveis. Os resultados não apresentaram diferença significativa, quando foram agrupados de acordo com a área (*ANOVA*, $p = 0,1607$). Porém, pode-se perceber uma tendência: alunos de opção na área de exatas obtiveram resultados melhores que os da área de biológicas, que, por sua vez, foram melhores que os alunos da área de humanas.

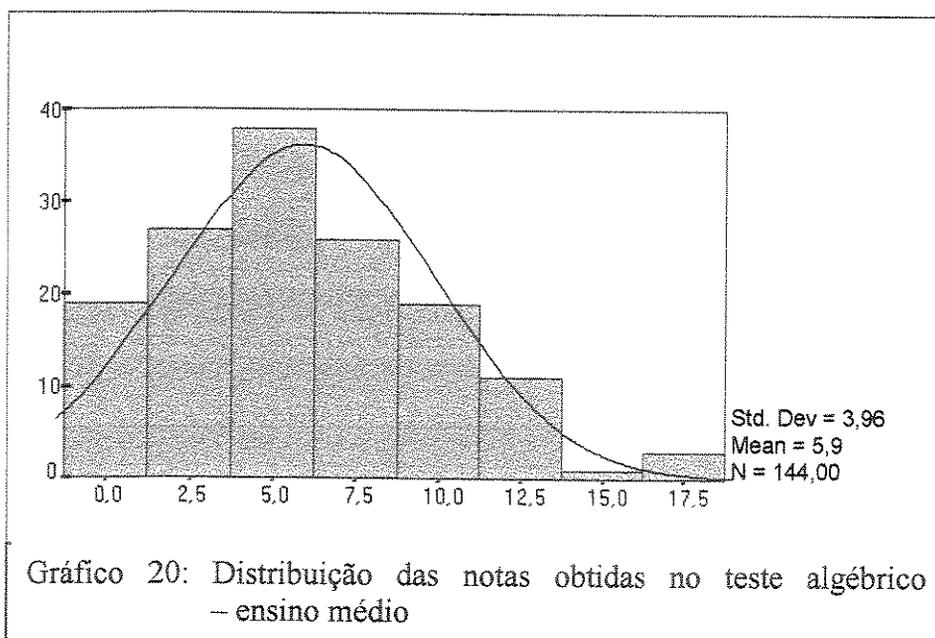
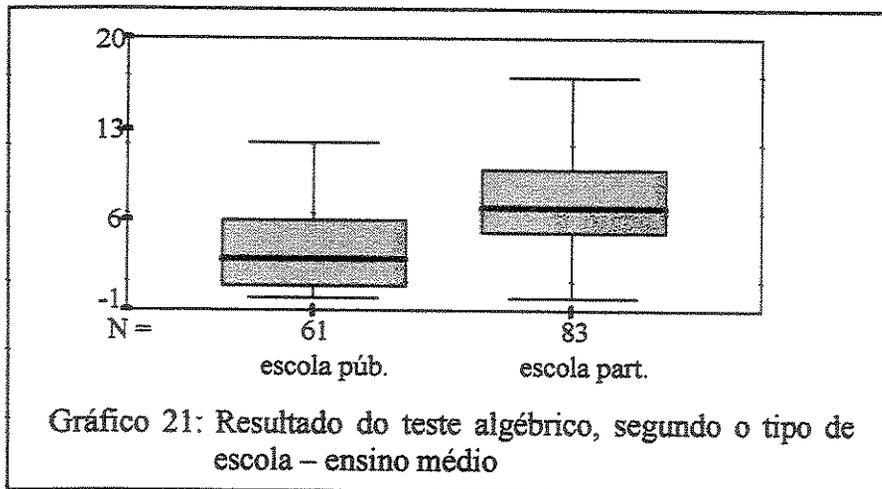


Tabela 32: Distribuição das médias obtidas pelos alunos no teste algébrico, segundo a área e o tipo de escola – ensino médio

Área	Média			Desvio			Valor Mínimo		Valor máximo	
	Publ.	Part.	Geral	Publ.	Part.	Geral	Publ.	Part.	Publ.	Part.
Exatas	4,3	8,7	6,9	3,3	4,9	4,7	1	3	11	18
Biológicas	4,6	8,4	6,7	3,0	3,7	3,9	0	0	12	15
Humanas	2,9	7,1	5,5	2,1	3,5	3,6	0	2	7	17
Média do grupo	3,6	7,7	6,0	2,7	3,8	3,9	0	0	12	18

Quanto ao tipo de escola, os resultados no teste algébrico indicaram diferença significativa entre os dois grupos (*teste T-student para amostras independentes*, $p = 0,000$). O gráfico 21 exibe os resultados obtidos pelos alunos, de acordo com o tipo de escola. Nele observa-se que os alunos da escola particular obtiveram melhores resultados que os alunos da escola pública.



CONSIDERAÇÕES GERAIS - ENSINO MÉDIO

Na análise descritiva dos sujeitos do ensino médio, por área de opção profissional, foi incluída mais uma variável de análise: o tipo de escola. No ensino superior, quase a totalidade das análises efetuadas apontou diferença significativa por área, podendo-se inferir que os grupos são diferentes, tanto pelas características de seus componentes (idade, gênero e trabalho), quanto pela formação anterior dos sujeitos e, também, pela relação que os diferentes grupos, por área, possuem com a matemática e, especialmente, com a álgebra.

No ensino médio, na categoria *características dos alunos*, somente a variável *gênero* apresentou diferença significativa, quando os sujeitos foram agrupados segundo a área, pois na área de exatas existiu uma percentagem maior dos sujeitos do gênero masculino, ocorrendo o oposto nas demais áreas. Considerando a área, os sujeitos não se diferenciavam quando agrupados por tipo de escola – escola pública e escola particular –. As diferenças, segundo o tipo de escola, apareceram na análise da autopercepção do desempenho em matemática, pois os sujeitos da escola pública mostraram uma percepção de desempenho mais positiva que seus pares da escola particular. Esse fato também apareceu na análise da disciplina da qual mais gostam: enquanto 33,9% dos sujeitos da escola pública citaram a matemática, apenas 9,6% a citaram na escola particular. Quanto à disciplina da qual menos gostam os valores se

inverteram: 6,5% da escola pública contra 22,9% da particular indicaram a matemática. O resultado se confirmou quando foram analisadas as atitudes em relação à matemática: os alunos da escola pública mostraram atitude mais positiva que os da escola particular (58,7 e 49,9, respectivamente). Mas, no resultado do teste algébrico, a situação se inverteu: os sujeitos da escola particular apresentaram melhor desempenho, em média, que os da pública (7,7 e 3,6, respectivamente).

Constitui um quadro curioso, que mereceria um estudo de causas e conseqüências, o fato de os alunos da escola particular rejeitarem mais a matemática e terem um melhor desempenho no teste algébrico que os da escola pública, porém, em ambas as escolas, a maioria dos alunos considerou ter um bom desempenho em matemática.

Por outro lado, na escola pública, a maioria manifestou gostar do ensino da matemática da forma como vem sendo ministrado e algumas manifestações à questão “como você gostaria que fossem as aulas de matemática?” refletiram bem esse aspecto:

- *se melhorar mais estraga;*
- *iguais a que temos hoje;*
- *as minhas aulas já são boas, do jeito que elas são;*
- *gosto do jeito que estou aprendendo, pois a professora é nossa amiga;*
- *eu não mudaria nada, mudaria o meu jeito;*
- *tem de ser como está.*

Já na escola particular, o descontentamento com o ensino é mais evidente, como pode ser verificado em algumas respostas dadas a essa mesma questão:

- *preferia não tê-las;*
- *não espero aulas mais interessantes, mas, pelo menos, professores melhores;*
- *não tão carregadas, é muito cansativo;*
- *aulas sempre iguais teoria e exercício, teoria e exercício, faz com que percamos o estímulo;*

- *fossem aulas com professores jovens e bonitos, e não professores que por estar aqui há muito se acomodaram e não fazem questão de ensinar nada;*
- *acho que as aulas deveriam ser mais bem elaboradas e menos cansativas e mais bem entendidas;*
- *menos monótona, pois você acaba dormindo e perde toda a vontade de aprender;*
- *não existe outra forma, tudo gira em volta das explicações, exercícios e das dúvidas;*
- *gostaria de participar mais, fazendo exercício e não apenas copiando fórmulas da lousa, sem entender;*
- *deveriam ser mais criativas, para estimular o gosto pela matemática;*
- *atualmente são muito mecânicas, confusas e rápidas, sob a desculpa de que não pode atrasar matéria por causa do vestibular;*
- *gostaria que fossem mais dinâmicas, e que também buscassem misturar mais os assuntos dados e não apenas “martelar” num assunto e depois passar para outro, deixando para trás o que foi aprendido;*
- *que se aprendesse só o básico;*
- *produtivas e não paradas, chatas;*
- *gostaria que me explicasse porque tenho que aprender isso, onde vou usar além do vestibular?;*
- *aulas feitas por computadores;*
- *não tem jeito da matemática ser mais agradável.*

A leitura dessas afirmações propiciaram alguns questionamentos sobre o tipo de ensino mais adequado: aquele que trabalha de maneira mais lenta, apresentando menos conteúdo e motivando os alunos a gostarem das aulas, ou aquele em que a matéria é apresentada de forma final, acabada; embora não seja apreciada pelos alunos, pode fornecer um melhor conhecimento da matemática? Não estarão ambos afastando os alunos de apreciarem a matemática? É possível um ensino que leve os alunos a apreciarem a matemática e ao mesmo tempo lhes forneça uma aquisição adequada do conteúdo matemático? A revisão

do conteúdo matemático, necessária no terceiro ano do ensino médio, tendo em vista o vestibular, permite um tipo de ensino que contemple os dois aspectos acima?

As demais questões abertas foram respondidas, seguindo a mesma linha e algumas delas merecem destaques.

Quanto à questão “utilidade da matemática” as respostas de alguns alunos da escola pública se destacaram por mostrar como essa utilidade (ou não) é percebida:

- *serve para você se comunicar através do dinheiro, serve para fazer uma casa, para comprar frutas. A matemática é, eu diria assim, um eletrodoméstico;*
- *não vejo utilidade em coisas que aprendemos;*
- *ter vantagens no mundo, precisa saber mais matemática;*
- *se o aluno erra muitas vezes o sinal nas equações ele pode ser considerado desatento e não conseguir o emprego desejado;*
- *para minha área não é importante;*
- *necessita para entrar em um bom trabalho.*

Na escola particular, a utilidade da matemática é mostrada através de frases como:

- *posteriormente não utilizarei quase nada do que aprendo;*
- *medir o raciocínio rápido dos alunos;*
- *matemática do segundo grau só é útil para quem vai seguir exatas e para passar no vestibular;*
- *é muito útil apesar de eu não gostar dela;*
- *apesar de eu não gostar nenhum pouco vejo utilidade como preço, cálculos de juros;*
- *é grande, pois apesar de chata pode solucionar problemas em todas as áreas, possui respostas para o desconhecido, para o mágico;*
- *a matemática é útil no dia a dia de qualquer pessoa. Mas somente a matemática básica;*

- *nenhuma, porque com a tecnologia da multimídia e outros recursos, você não precisa saber matemática;*
- *quando ela se aprofunda acho muito inútil;*
- *só vejo a parte complicada da matemática ser utilizada na escola.*

Assim, foram encontradas respostas que lhe atribuíram importância e outras que não viam importância nenhuma. Como não foi feita uma análise detalhada dessas respostas, seriam necessários estudos voltados apenas a esse problema.

Que estaria por trás da resposta do aluno que vê a matemática tão útil quanto um eletrodoméstico? Será que a matemática poderia ficar “desligada” em um canto e só ser acionada para resolver determinados tipos de problemas? Embora apresente essa concepção sobre a utilidade da matemática, o aluno não apresentou atitude abaixo da média do grupo, pois obteve 59 pontos na escala de atitude em relação à matemática.

Por outro lado, apareceu também um certo sentimento de impotência para com a matéria, que foi revelado por exemplo na afirmação: “*apesar de chata possui respostas para o desconhecido, para o mágico*”; trazendo à tona uma certa admiração, apesar dos insucessos que podem ter acompanhado o aluno ao longo de sua vida escolar. Esse aspecto “mágico” relacionado ao aspecto desconhecido pode ser o responsável pelo caráter inacessível que muitos atribuem a essa disciplina. Quando comparado à média do grupo, esse aluno apresentou atitude negativa em relação à matemática (40 pontos) e afirmou em uma das proposições que compõem a escala: “*Eu encaro a matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em matemática*” concordar totalmente com a afirmação.

Na questão sobre o aprendizado anterior de matemática foram constatadas, na escola pública, respostas do tipo:

- *foi razoável visto que feito em escola pública;*
- *não foi importante, pois nunca me dediquei, por não gostar e não ter facilidade;*
- *professor joga as fórmulas “mágica”;*
- *por incrível que pareça estudei em escola estadual e os professores eram bons;*
- *não foi bom, o professor não sabia o que estava fazendo;*

- *professor no quadro e aluno sentado;*
- *meu aprendizado foi razoável, meus professores eram rígidos e eu tinha medo.*

Na escola particular, dentre as respostas dadas à mesma questão, foram encontradas afirmações como:

- *eu não quero usar nunca mais;*
- *modo repetitivo torna desagradável;*
- *foi bom, o problema é que eu não suporto matemática;*
- *bom, mas eu tenho dificuldades;*
- *péssimo, pois estudei em escola pública e peguei um “grevão” de três meses e várias greves de uma semana;*
- *útil para passar nas provas e várias vezes muito chato;*
- *sempre o mesmo: explicações, repetições, exercícios (toneladas);*
- *há coisas inúteis;*
- *tudo bom, mas às vezes sinto que eu não sei nada, talvez porque seja verdade;*
- *só vejo a parte complicada ser usada na escola.*

Na percepção de vários sujeitos do grupo do ensino médio, sobre o ensino de matemática, apareceu o mesmo quadro do ensino superior: denúncias, descontentamentos, fracassos, angústias, traumas e medos. Frases que marcam, que alertam, que provocam questionamentos sobre ser a matemática para poucos, podendo se constituir em um obstáculo na escolha profissional de muitas pessoas.

Muitas das frases deixam transparecer uma possível influência da matemática na escolha profissional do sujeito, como o encontrado nas justificativas apresentadas à escolha profissional, destacadas abaixo.

Nos depoimentos dos alunos da escola pública foram encontradas afirmações como:

- *fugir da área de exatas;*
- *porque me dou bem com a matemática;*
- *porque eu quero ingressar numa faculdade que envolva números;*

- *porque está relacionado com exatas;*
- *é porque adoro exatas;*
- *exatas, por eu gostar de matemática, pois tem tudo a ver comigo.*

Dentre as respostas dos alunos da escola particular, apareceram frases como:

- *escolhi humanas porque não sou da matemática;*
- *não gosto da área de exatas;*
- *humanas, pois eu não gosto de números;*
- *escolhi direito porque eu acho interessante e não tem matemática, física e química;*
- *porque gosto de cálculos;*
- *gosto da área de exatas;*
- *gosto da matemática quando aplicada.*

Essas frases ilustram o caráter afetivo que está relacionado à matemática, no qual “gostar”, “adorar”, “detestar” são sentimentos expressos com grande frequência.

Os afetos que permeiam as diferentes afirmações, evidenciaram o “peso” atribuído à matemática na vida dos sujeitos e muitas questões, aqui levantadas, poderão contribuir para uma compreensão mais detalhada do ensino-aprendizagem dessa disciplina. Evidenciou-se, também, a necessidade de reformulações urgentes que permitam evitar afirmações do tipo:

- *gostaria que as aulas fossem mais divertidas, não paradas, chatas e eu não ter que ficar ali parada de olhos arregalados para poder entender (aluna do 3º ano do ensino médio – escola particular).*
- *meu ensino foi ruim, desestimulante. Eu aprendia mas esquecia logo. Nenhum material além da lousa era utilizado (aluno do 3º ano do ensino médio – escola particular).*
- *meus professores eram rígidos e eu tinha medo (aluna do 3º ano do ensino médio – escola pública).*

6.2 RELAÇÃO DAS VARIÁVEIS COM A AUTOPERCEPÇÃO DE DESEMPENHO EM MATEMÁTICA, COM A ATITUDE DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E COM O DESEMPENHO NO TESTE ALGÉBRICO.

Para avaliar a relação das diversas variáveis com a *autopercepção de desempenho em matemática*, com a *atitude dos alunos em relação à matemática* e com o *desempenho no teste algébrico* foi realizada a análise estatística dos dados, tendo sido escolhido o teste mais adequado ao tipo de variável. O p-valor, encontrado em cada análise, aparece nas tabelas 33 e 34 (ensino superior e ensino médio, respectivamente).

Tabela 33: p-valor obtido nos testes estatíst. na relação entre as variáveis – ensino superior

Categorias		Variáveis	Autopercepção de desempenho anterior (χ^2)	Teste Algébrico ANOVA-F	Atitudes ANOVA-F
Caracterização do Aluno		Gênero	0,000	0,000*	0,000*
		Idade	0,039	0,000	0,210
		Trabalho	0,759	0,000*	0,775*
		Nº de horas trabalhadas	0,766	0,000	0,771
Formação Anterior		Tipo de curso	0,266	0,000	0,514
		Tipo de escola	0,152	0,025*	0,663*
		Período	0,233	0,000*	0,105*
		Ano de conclusão	0,126	0,000	0,861
		Percep. desemp. anterior	—	0,000	0,000
		Curso pré-vestibular	0,866	0,001*	0,422*
		Tempo de curso pré-vest.	0,678	0,253	0,473
		Disc. da qual mais gostava	0,000	0,000	0,000
		Disc. da qual menos gostava	0,000	0,000	0,000
		Motivo da opção	0,051	0,006	0,736
Ensino Atual		Período	0,241	0,000*	0,105*
	Turma	Exatas	0,316	0,000	0,481
		Humanas	0,435	0,463*	0,396*
		Autopercep do desempenho.	0,000	0,000	0,000
		Utilidade da matemática	0,082	0,006	0,000
	Percepção do ens. anterior	0,000	0,000	0,000	
	Expectativa sobre o ensino	0,333	0,045	0,212	

*valor obtido pelo teste T-student

Tabela 34: p-valor obtido nos testes estatíst na relação entre as variáveis – ensino médio

Categorias	Variáveis	Autopercepção de desemp χ^2	Teste Algébrico ANOVA - F	Atitude ANOVA - F	
Caracterização do Aluno	Idade	0,063	0,000	0,015	
	Gênero	0,208	0,383*	0,086*	
	Trabalho	0,672	0,430*	0,961*	
	Nº de horas trabalhadas	—	0,966	0,820	
Ensino Atual	Tipo de escola	0,049	0,000*	0,000*	
	Turmas	Escola pública	0,118	0,000	0,016
		Escola particular	0,082	0,602	0,012
	Curso pré-vestibular	0,176	0,369*	0,011*	
	Pretende fazer vestibular	0,428	0,075*	0,090*	
	Estudo fora da escola	0,952	0,578	0,943	
	Disc. da qual mais gosta	0,000	0,978	0,000	
	Disc. da qual menos gosta	0,000	0,300	0,000	
	Mais gosta matemática	0,000	0,716*	0,000*	
	Menos gosta matemática	0,000	0,183*	0,000*	
Motivo da escolha	0,076	0,648	0,299		
Relação com a Matemática	Utilidade da matemática	0,067	0,215	0,000	
	Autopercep. do desempenho	—	0,000	0,000	
	Percepção do ens. anterior.	0,001	0,112	0,000	
	Expectativa sobre o ensino	0,015	0,236	0,000	

* valor obtido pelo teste T-student

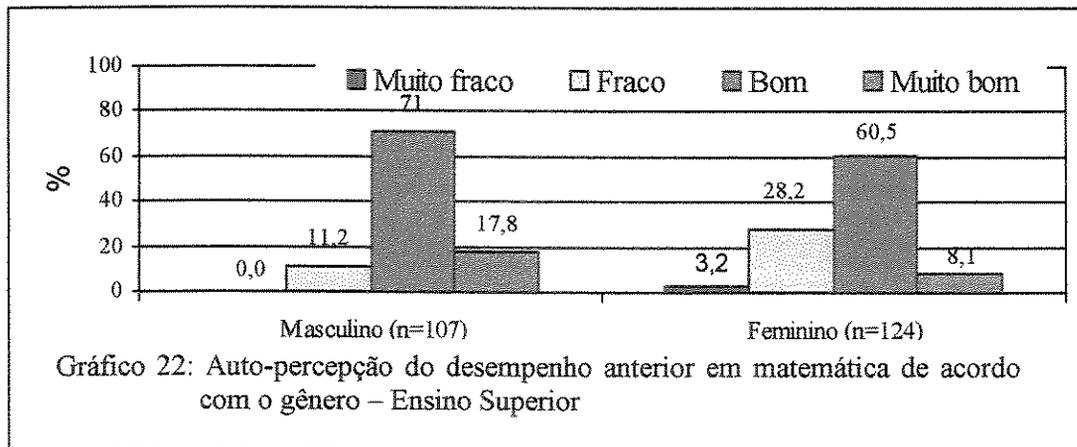
Nas tabelas 33 e 34, podem ser observadas as diversas variáveis estudadas que apareceram relacionadas ($p \leq 0,05$) com o resultado do teste algébrico, com os valores da escala de atitude em relação à matemática, e, também, com a percepção que o aluno tem do seu desempenho na disciplina (desempenho atual no ensino médio e desempenho anterior no ensino superior). Tais variáveis estão destacadas nas tabelas, para facilitar a visualização. Nos próximos itens, serão estudadas essas variáveis e possíveis relações que justifiquem esses resultados. Inicialmente, o estudo incidirá sobre os dados do ensino superior e, em seqüência, sobre os dados do ensino médio.

6.2.1 ANÁLISE DAS VARIÁVEIS QUE ESTÃO SIGNIFICATIVAMENTE RELACIONADAS NO ENSINO SUPERIOR

AUTOPERCEPÇÃO DE DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DURANTE O ENSINO MÉDIO

A autopercepção dos sujeitos do ensino superior sobre o desempenho anterior em matemática, isto é, durante o ensino médio (resposta apresentada por 231 alunos), mostrou dependência significativa em relação a seis das variáveis estudadas, resultados apresentados na tabela 33.

Os sujeitos do gênero masculino se auto percebem com melhor desempenho em matemática que os sujeitos do gênero feminino; nenhum sujeito do sexo masculino considerou seu desempenho como *muito fraco*, enquanto 3,2% das mulheres colocaram essa opção, como pode ser verificado no gráfico 22 (dois sujeitos do gênero feminino não responderam).



A diferença encontrada quanto à idade, em relação à percepção do desempenho anterior em matemática, se justifica pela concentração dos alunos mais jovens, na área de

exatas, e pela presença dos de mais idade, na área de humanas (conforme tabela 6, página 89) sendo que na área de exatas, a grande maioria (88,8%) considerou que teve um desempenho anterior bom ou muito bom.

A variável **autopercepção do desempenho atual em matemática** mostrou alta relação com a percepção do desempenho anterior. Na tabela 35 pode ser observado que dentre os alunos que consideraram ter, durante o ensino médio, um desempenho *muito bom*, 79,3% assinalaram que o desempenho atual será *bom*. Dentre os alunos que afirmaram ter desempenho anterior *bom*, 56,5% assinalaram *médio* para o desempenho atual e cinco alunos indicaram *insuficiente*. Já entre os alunos que consideraram seu desempenho anterior *fraco*, 37,2% deles se auto percebem com desempenho atual *insuficiente*.

Tabela 35: Distribuição dos alunos, de acordo com a autopercepção anterior e atual em matemática – ensino superior (n=231)

Anterior → Atual ↓	Muito bom		Bom		Fraco ou Muito Fraco	
	n	%	n	%	n	%
Bom	23	79,3	59	40,1	1	2,0
Médio	6	20,7	83	56,5	31	60,8
Insuficiente	0	0,0	5	3,4	19	37,2

(não responderam sobre o desemp. atual 4 sujeitos que consideraram o desemp. anterior bom)

As variáveis **disciplina da qual mais gostava e disciplina da qual menos gostava**, também apresentaram-se relacionadas com a autopercepção do desempenho em matemática durante o ensino médio. Dos sujeitos que consideraram seu desempenho anterior em matemática *muito bom*, 48,3% citaram-na como a disciplina da qual mais gostavam; considerando os que afirmaram mais gostar de disciplinas da *área de exatas*, o percentual sobe para 62,1%. Nenhum aluno dentre os que indicaram desempenho anterior *fraco* ou *muito fraco* citou a *matemática ou disciplinas afins* como a disciplina preferida. Quanto à disciplina da qual menos gostava, nenhum aluno que considerou seu desempenho anterior *muito bom*, apontou a matemática. Dos cento e cinquenta e um alunos que consideraram seu desempenho anterior *bom* apenas oito afirmaram que a *matemática* era a menos preferida. Dos que se situaram como de desempenho *fraco ou muito fraco*, 54,9% dos alunos citaram também ser a *matemática*; o percentual sobe para 86,3% quando se considera as disciplinas de *matemática e*

afins. Considerando os que assinalaram desempenho anterior *muito fraco* foi possível verificar que todos os quatro alunos afirmaram ser a *matemática* a disciplina da qual menos gostavam. Esses dados podem ser visualizados nas tabelas 36 e 37.

Tabela 36: Distribuição dos alunos, de acordo com a autopercepção do desempenho em matemática e a disciplina da qual mais gostava – ensino superior (n=228)

Mais gostava	M B		B		F ou MF		Mais gostava	M B		B		F ou MF	
	N	%	N	%	N	%		N	%	N	%	N	%
Exatas	18	62,1	48	32,4	0	0,0	Matemática	14	48,3	31	20,9	0	0,0
Letras	0	0,0	13	8,8	8	15,7	Outras	15	51,7	117	79,1	51	100,0
Humanas	6	20,7	20	13,5	5	9,8							
Biologia	4	13,8	48	32,4	26	51,0							
Outras	1	3,4	19	12,9	12	23,5							

M B = muito bom , B = bom , F ou MF= fraco ou muito fraco
 Não responderam 3 sujeitos que consideraram seu desemp. bom

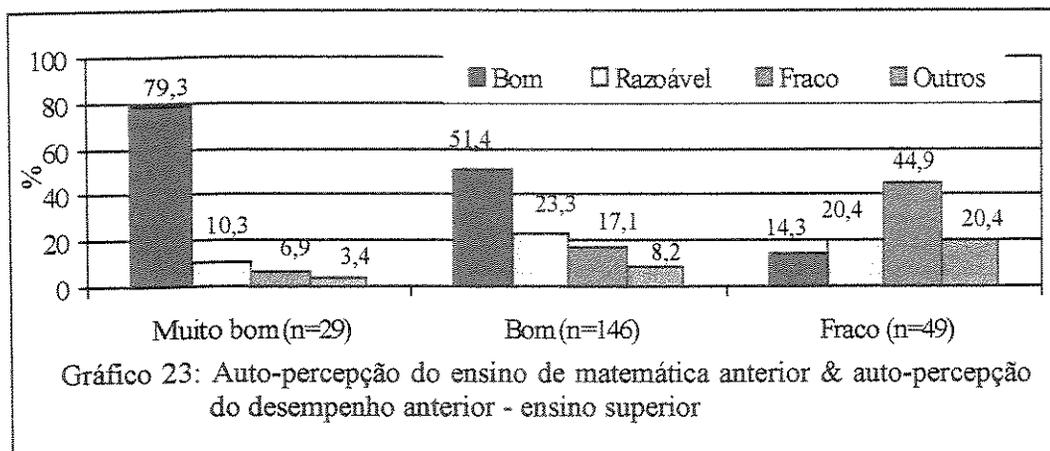
Tabela 37: Distribuição dos alunos, de acordo com a autopercepção do desempenho em matemática e a disciplina da qual menos gostava – ensino superior

Menos gostava	M B		B		F ou MF		Menos gostava	M B		B		F ou MF	
	N	%	N	%	N	%		N	%	N	%	N	%
Exatas	7	24,2	69	45,7	44	86,3	Matemática	0	0,0	8	5,3	28	54,9
Letras	10	34,5	28	18,5	2	3,9	Outras	29	100,0	143	94,7	23	45,1
Humanas	10	34,5	41	27,2	1	2,0							
Biologia	1	3,4	6	4,0	2	3,9							
Outras	1	3,4	7	4,6	2	3,9							

M B = muito bom, B = bom, F = fraco e M F = muito fraco

A variável **autopercepção do ensino de matemática anterior** mostrou relação significativa com a autopercepção do desempenho anterior. Como pode ser observado no gráfico 23, dos alunos que consideraram o desempenho anterior em matemática *muito bom ou bom*, a maioria considerou que o ensino de matemática que tivera anteriormente foi *bom*, 44,4% dos alunos que consideraram seu desempenho anterior *fraco* afirmaram, também, que tiveram um *ensino fraco*. Dos quatro alunos que se situaram com desempenho anterior *muito*

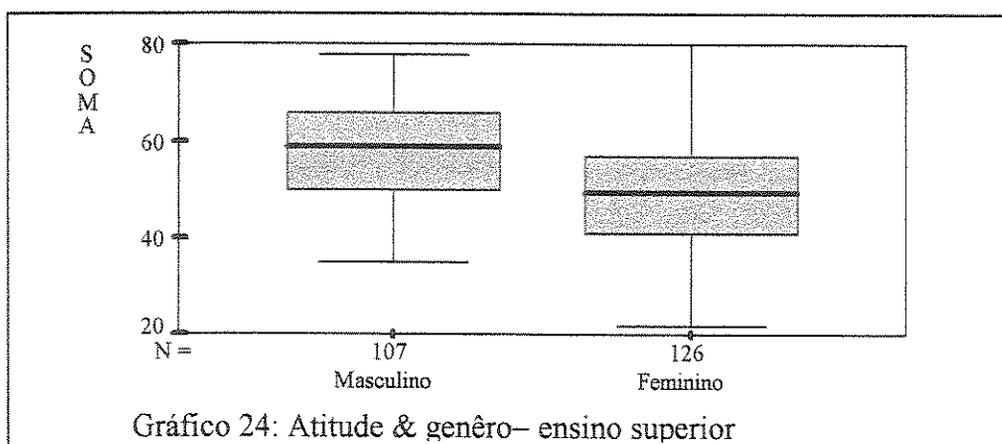
fraco, um acredita ter tido um ensino anterior *bom*, dois, *fraco* e um assim se expressou “*foi traumatizante, cansativo, eu por não saber me afasto cada vez mais das aulas*”.



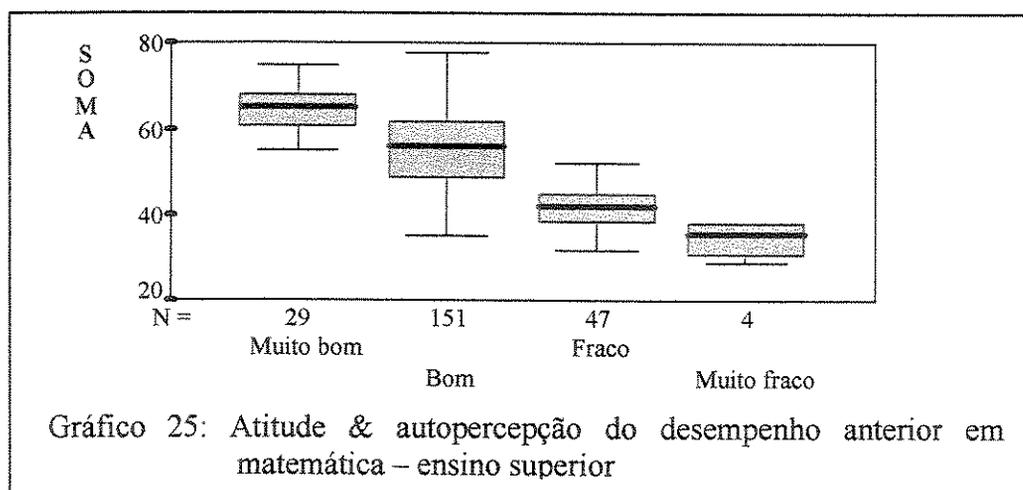
ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA DOS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR

Os resultados apontaram relações significativas entre as variáveis gênero, autopercepção do desempenho anterior em matemática, disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava, autopercepção de desempenho, utilidade da matemática, autopercepção do ensino anterior (tabela 33, página 141) e a atitude em relação à matemática. As análises seguintes mostram essas relações.

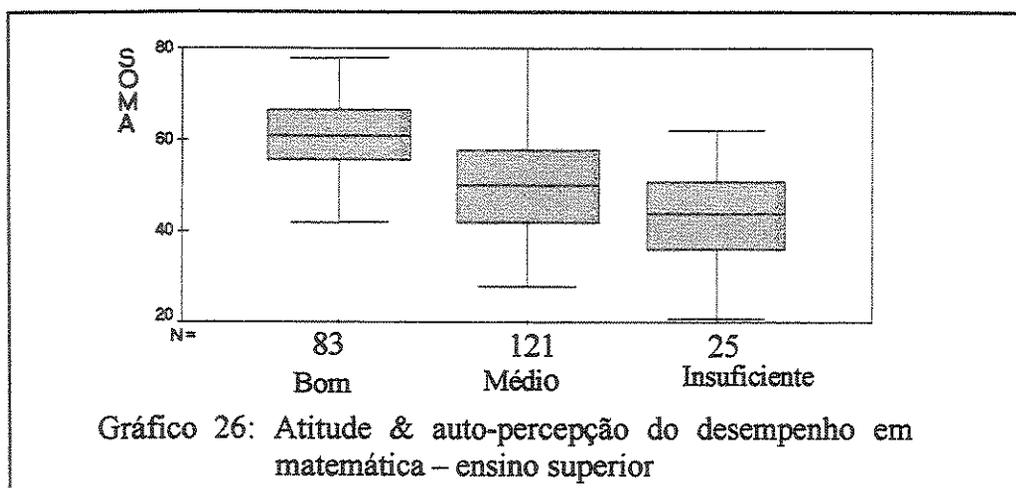
Quanto à variável **gênero**, os resultados obtidos na escala de atitude, mostraram que a média obtida pelos sujeitos do gênero masculino, 57,4 pontos, foi superior à média dos sujeitos do gênero feminino, 49,7 pontos. No gráfico 24 é possível verificar essas diferenças. Tal resultado já era esperado, tendo em vista que a maioria dos alunos da área de exatas pertencia ao gênero masculino.



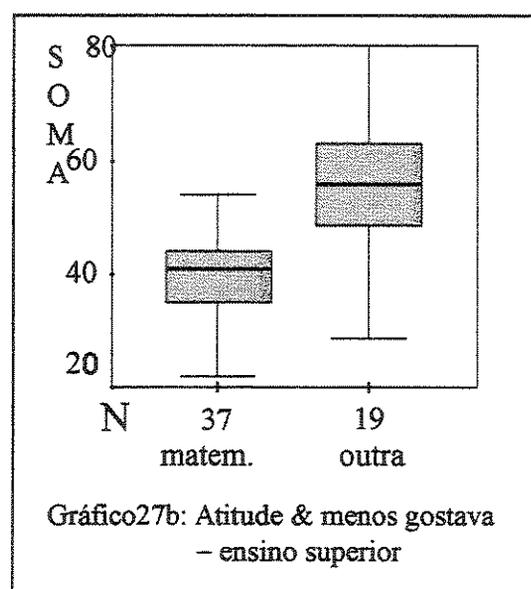
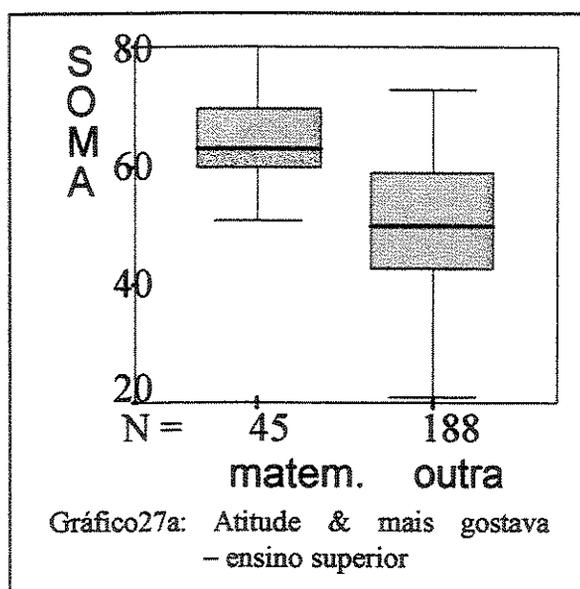
O gráfico 25 mostra o relacionamento entre a atitude em relação à matemática e a **autopercepção do desempenho nesta disciplina** dos sujeitos do ensino superior, durante o ensino médio. A análise estatística efetuada indicou diferença significativa entre os grupos. Pode-se inferir que a atitude está relacionada com a autopercepção que o sujeito tem do seu desempenho, ou seja, os sujeitos com autopercepção de melhor desempenho apresentam atitudes mais positivas.



A atitude também se apresentou altamente relacionada com a **autopercepção do desempenho atual em matemática**. Pode ser observado no gráfico 26, que se a percepção de desempenho foi melhor, então a soma dos pontos obtidos na escala de atitudes foi maior.



Em relação às disciplinas do ensino médio das quais o aluno mais gostava e menos gostava pode ser percebido nos gráficos 27-a e 27-b que a preferência (ou não) pela matemática está relacionada com a soma dos pontos obtidos na escala de atitude. Os sujeitos que indicaram que a disciplina preferida era a *matemática* tiveram soma superior aos que indicaram *outra disciplina*, e os que citaram a *matemática* como sendo a disciplina da qual menos gostavam, obtiveram nota inferior aos que indicaram *outra disciplina*.

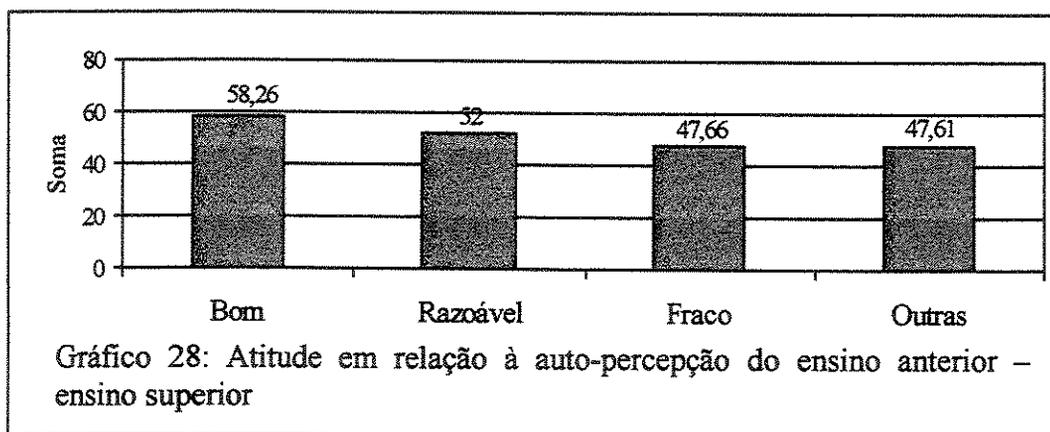


Quanto à **utilidade da matemática**, a análise efetuada indicou que o grupo cujas respostas eram do tipo *para mim não tem, só tem utilidade em coisas básicas, útil só na escola* ou *não sei*, que constam na categoria *outras*, apresentou atitude mais negativa em relação à matemática que os demais grupos, conforme tabela 38. Foi verificado que os alunos com atitudes mais negativas vêem pouca ou nenhuma utilidade na matemática. O grupo que tem atitude mais positiva citou que ela tem mais utilidade para fins cognitivos, isto é, está mais ligada a atividades que ajudam a melhorar o raciocínio, a desenvolver o pensamento e a efetuar cálculos.

Tabela 38: Atitude de acordo com a visão da utilidade da matemática – ens. sup. (n=214)

Utilidade	Pragmática	Cognitiva	Cotidiano	Outras
Média da soma da escala	52,6	57,0	54,6	45,1

A soma, na escala de atitude, mostrou relação com a **autopercepção do aluno sobre o seu aprendizado anterior**. A análise estatística apontou que o grupo que considerou o aprendizado anterior *bom* diferiu dos outros grupos. No gráfico 28, é possível perceber que para os sujeitos do presente estudo, a atitude em relação à matemática foi mais positiva no grupo que considerou ter tido um bom ensino anterior de matemática.



RESULTADOS DO TESTE ALGÉBRICO DOS SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR

Das variáveis estudadas, apenas duas não apresentaram relação significativa em relação ao desempenho no teste algébrico: o tempo de frequência ao curso preparatório para o vestibular e as duas turmas do curso de pedagogia que se pode aferir que tiveram o mesmo desempenho. Os resultados serão analisados nas categorias que estão agrupados na tabela 33 da página 141.

As diferenças encontradas nas variáveis que caracterizam o sujeito do ensino superior, em relação ao desempenho no teste algébrico, são justificadas pelas diferenças apresentadas pelos sujeitos por área de conhecimento. A análise dos dados apontou que, quando considerada a **faixa etária**, os sujeitos da área de exatas eram os mais jovens e pertenciam, na sua grande maioria, ao **gênero masculino**; eles obtiveram o melhor desempenho no teste. A diferença obtida, quando os alunos foram agrupados de acordo com “**trabalhar ou não**”, pode ser atribuída ao fato do menor número dos alunos que trabalhavam pertencer à área de exatas. Os que mais trabalhavam pertenciam à área de humanas, cuja maioria zerou no teste. Os resultados de tais variáveis constam das tabelas 39a e 39b.

Tabela 39a: Teste alg. por gênero e trabalho – e. s.

Variável	Categoria	Média	Desvio Padrão
Gênero	Masculino	8,6	4,4
	Feminino	3,2	3,7
Trabalho	Sim	3,2	4,2
	Não	6,8	4,7

Tabela 39b: Teste algébrico por idade – e. s.

Variável	Categoria	Média	Desvio Padrão
Idade	17 – 18	7,3	4,6
	19 – 21	6,1	4,8
	22 – 29	2,4	3,3
	30 – 43	0,4	0,8

(o teste algébrico tinha nota máxima de 20 pontos e a média do grupo foi de 5,7)

A análise estatística revelou, em relação ao **tipo de curso** realizado durante o ensino médio, que o grupo dos alunos que fizeram magistério diferiu dos grupos que frequentaram colegial normal ou curso técnico, durante o ensino médio. Dos sujeitos que haviam cursado magistério (quarenta), trinta e três pertenciam à área de humanas, três eram da área de exatas e

quatro pertenciam à área de biológicas. Os alunos de humanas foram os que apresentaram o pior desempenho no teste (tabela 40a).

Quando os alunos são agrupados de acordo com o tipo de escola freqüentada durante o ensino médio pode ser observado que os oriundos da escola pública tiveram desempenho, no teste algébrico, inferior aos alunos que freqüentaram a escola particular. Quanto ao período em que estudaram, os alunos que freqüentaram a escola no período diurno foram, significativamente, melhores que aqueles que freqüentaram a escola no período noturno (tabela 40b). Neste teste a nota máxima era de vinte pontos.

Tabela 40a: Média do teste algébrico por tipo de curso – ensino superior

Curso	Média	Desvio Padrão
Colegial	6,5	4,5
Técnico	6,8	5,7
Magistério	1,4	2,0
Supletivo/outro	1,5	1,5

(a média do grupo foi de 5,7 pontos)

Tabela 40b: Média do teste algébrico por tipo de escola e período – ensino superior

Variável	Categoria	Média	Desvio Padrão
Tipo de escola	Pública	3,1	3,9
	Particular	7,3	4,6
Período	Diurno	6,5	4,8
	Noturno	2,8	4,1

A análise efetuada sobre o ano de conclusão do ensino médio, mostrou que os alunos que concluíram o curso até 1993 tiveram desempenho inferior, no teste algébrico, em relação aos demais grupos, como pode ser verificado na tabela 41.

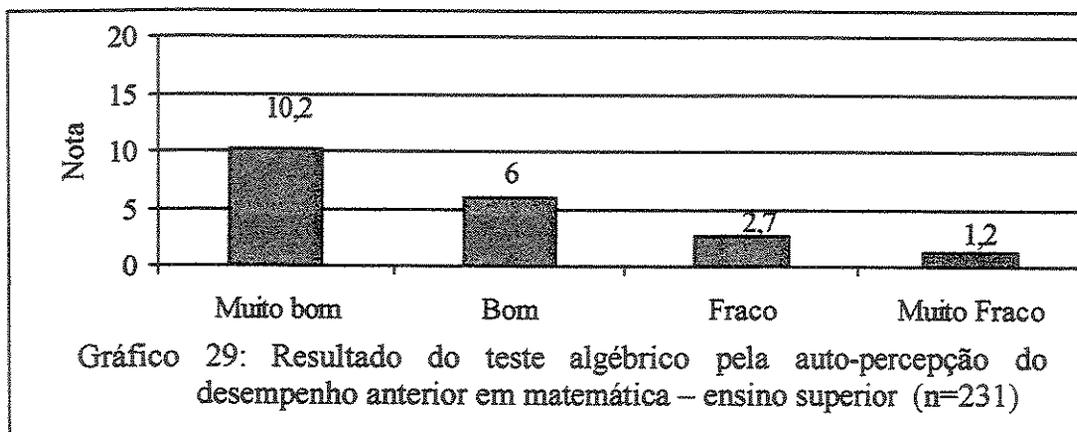
Tabela 41: Média das notas obtidas no teste algébrico, segundo o ano de conclusão do ensino médio – ensino superior

Ano de conclusão	até 1993	1994	1995	1996	1997	Total
Número de alunos	26	8	21	60	114	229
Média	1,2	4,2	7,5	6,4	6,2	5,7
Desvio padrão	2,1	4,7	4,8	4,8	4,7	4,8

(o teste algébrico tinha nota máxima de 20 pontos)

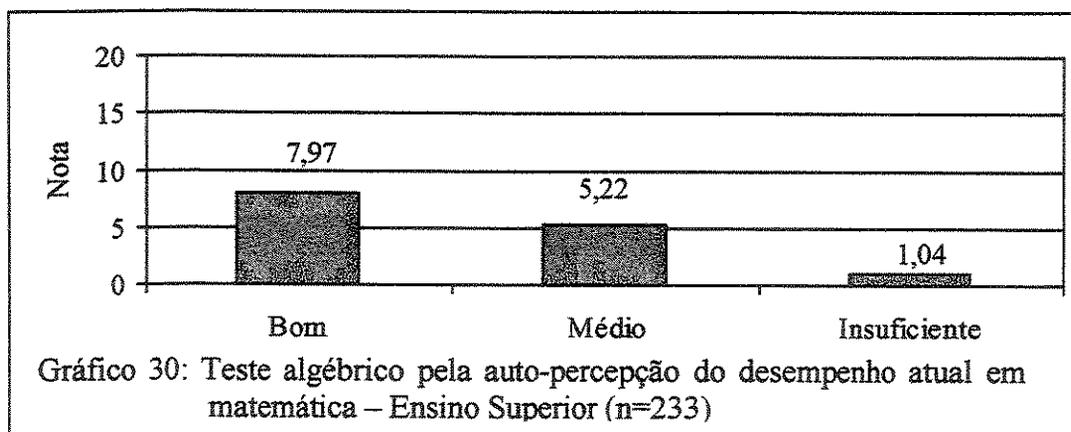
Quanto à autopercepção do desempenho anterior em matemática foi observada a existência de relação com a nota obtida no teste algébrico, isto é, os alunos que apresentaram

uma auto percepção de melhor desempenho em matemática, durante o ensino médio, obtiveram melhores notas no teste algébrico, conforme gráfico 29.



Ter ou não freqüentado curso preparatório para o vestibular também acusou diferença significativa em relação às notas dos alunos no teste algébrico: a média dos que freqüentaram foi de 6,87 contra 4,70 dos que não freqüentaram.

Quando os sujeitos foram agrupados de acordo com a auto percepção do desempenho em matemática, a análise estatística efetuada apontou diferença significativa, entre os grupos. As notas, no teste algébrico, foram mais altas dentre os alunos que tiveram percepção de melhor desempenho, como pode ser verificado no gráfico 30.



Quanto à disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava, o grupo de alunos que assinalou disciplinas da área de exatas, como sendo a disciplina da qual mais gostava apresentou diferença no desempenho do teste algébrico, significativamente maior, em relação aos demais grupos. O resultado inverso apareceu entre os sujeitos que citaram gostar menos das disciplinas da área de exatas, isto é, eles apresentaram, no teste algébrico, desempenho médio inferior aos demais alunos, conforme tabelas 42a e 42b.

Tabela 42a: Média do teste algébrico, por disc. da qual mais gostava – ensino superior

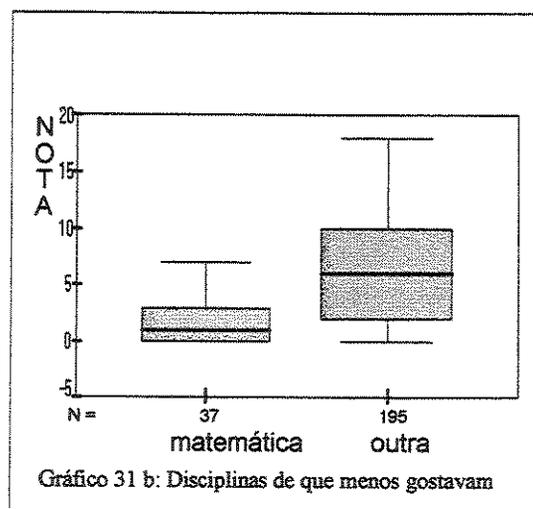
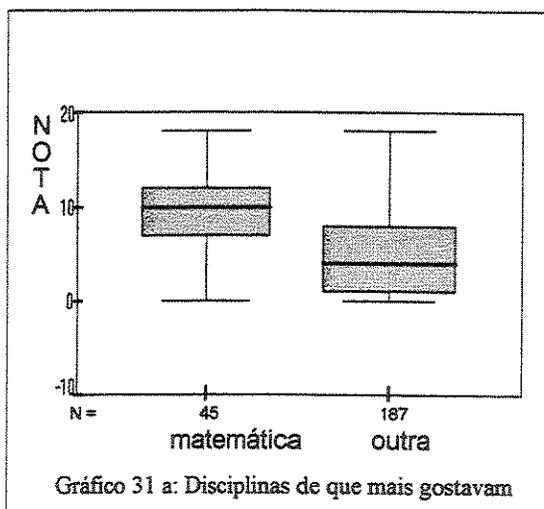
Mais gostava	N	Média
Exatas	66	9,27
Letras	22	2,77
Humanas	31	4,90
Biologia	79	4,30
Outras	32	4,37

(o teste algébrico tinha nota máxima de 20 pontos)

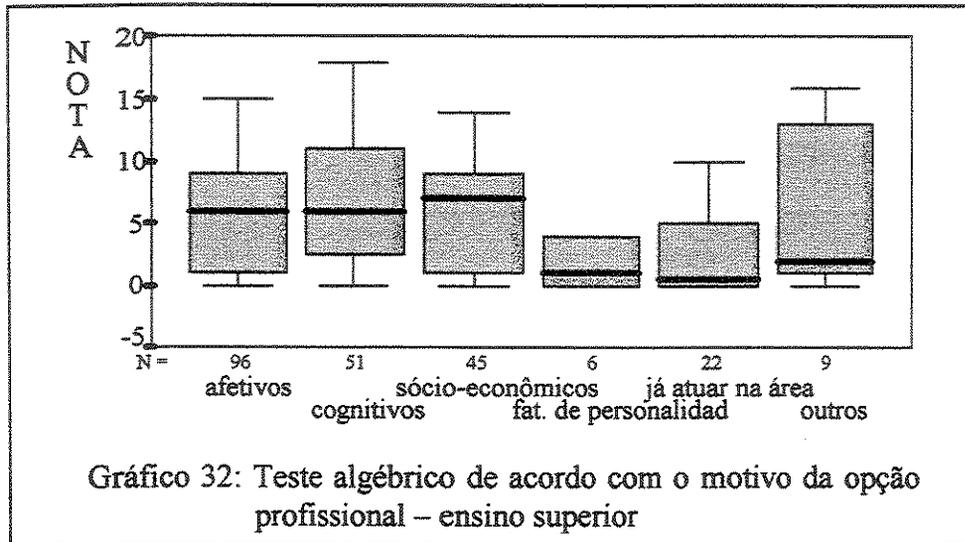
Tabela 42b: Média do teste algébrico, por disc. da qual menos gostava – ensino superior

Menos	N	Média
Exatas	121	3,9
Letras	40	8,4
Humanas	52	7,7
Biologia	9	8,2
Outras	10	3,8

Destacando, especificamente a matemática, percebe-se pelos gráficos 31a e 31b, que os alunos que citaram a matemática como sendo a disciplina da qual mais gostavam no ensino anterior obtiveram, em média, nota superior aos demais alunos; o contrário ocorreu em relação à disciplina de que menos gostavam.



Os **motivos da escolha profissional** também apresentaram diferença significativa em relação ao desempenho no teste algébrico. A análise apontou diferença entre dois grupos: o grupo de alunos que alegou motivos relacionados a *aspectos cognitivos* teve desempenho superior ao do grupo de alunos que apontou *outros* argumentos, conforme gráfico 32.



Em relação ao curso atual, foi constatada uma diferença significativa do desempenho no teste algébrico, segundo o **período** freqüentado pelos sujeitos: média no teste algébrico de 7,0 pontos, no diurno e 2,1, no noturno. Dos alunos do noturno, a maior parte (75,8%), era de uma sala de pedagogia, a qual teve um desempenho fraco no teste.

Foram avaliadas quatro **turmas** da área de exatas, sendo três do curso de engenharia e uma, do curso de matemática. A análise estatística realizada mostrou que o grupo da matemática difere dos outros três grupos quanto ao desempenho no teste algébrico, e também indicou que a turma dois da engenharia difere das turmas um e três conforme mostra a tabela 43.

Tabela 43: Teste algébrico, de acordo com as turmas da área de exatas – ens. superior

Turmas	Engenharia			Matemática
	1	2	3	
Média	10,1	12,6	8,7	5,9
Desvio padrão	3,1	3,0	3,4	3,8

(o teste algébrico tinha nota máxima de 20 pontos e a média dos sujeitos da área de exatas foi de 9,6)

Observa-se que, comparando-se as turmas de engenharia, a turma dois teve desempenho superior às demais e todas apresentaram desempenho melhor que a turma da matemática.

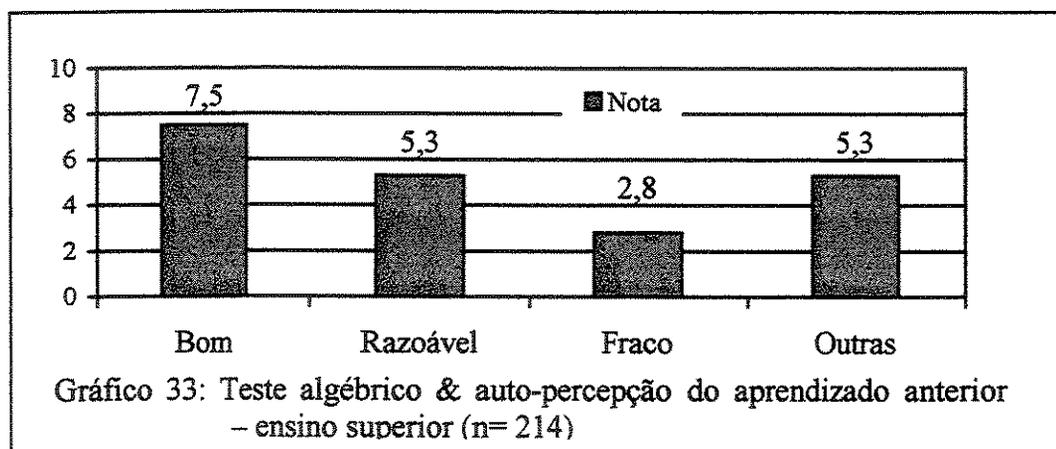
Segundo a análise estatística, o grupo de alunos que relacionou a **utilidade da matemática a aspectos cognitivos** obteve desempenho superior no teste algébrico, em relação aos grupos dos que responderam que a matemática *está no cotidiano das pessoas* e, também, dos que deram *outras respostas* do tipo: *para mim não tem utilidade*; esse último foi o que apresentou o pior desempenho. Os dados podem ser conferidos na tabela 44.

Tabela 44: Média do teste algébrico, de acordo com a utilidade da matemática – ensino superior

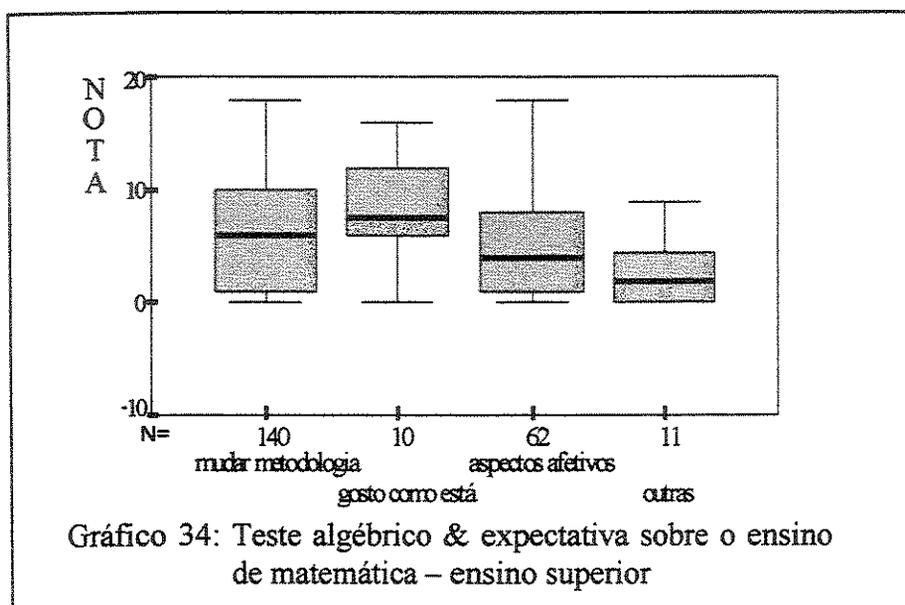
Utilidade da matemática	Pragmática	Cognitiva	Cotidiano	Outras
Média	6,5	7,2	5,0	3,8
Desvio Padrão	5,2	4,8	5,0	3,7

(o teste algébrico tinha nota máxima de 20 pontos)

Também foi encontrada diferença significativa no desempenho algébrico entre os grupos quanto à **auto-percepção do aprendizado de matemática anterior**, visto que o grupo que afirmou ter tido um bom aprendizado anterior, obteve desempenho superior aos demais grupos, e o grupo que considerou *razoável*, cujos resultados se igualaram ao do grupo de sete alunos que apresentaram *outras* respostas, foi melhor que o grupo que considerou o ensino anterior *fraco* ou *muito fraco*. Dados de acordo com o gráfico 33.



O grupo que respondeu que “*gosto como está*” à questão referente a **expectativa sobre o ensino de matemática** apresentou diferença significativa de desempenho no teste algébrico, com relação ao grupo que se enquadrou na categoria *outras*; como pode ser observado no gráfico 34. Os sujeitos que se mostraram satisfeitos com o ensino de matemática teve desempenho superior aos demais grupos.



6.2.2 ANÁLISE DAS VARIÁVEIS QUE ESTÃO SIGNIFICATIVAMENTE RELACIONADAS NO ENSINO MÉDIO

Na análise descritiva, no item 6.1.2, foram feitas considerações referentes às diferenças encontradas por tipo de escola, pública e particular, quanto à autopercepção de desempenho, à atitude em relação à matemática e ao desempenho no teste algébrico. Essas variáveis não serão, portanto, aqui consideradas.

AUTOPERCEPÇÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DOS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO

A análise estatística indicou relações significativas entre as variáveis: tipo de escola (anteriormente analisada); disciplina da qual o aluno mais gosta e da qual menos gosta; preferência pela matemática; o menos gostar de matemática; a autopercepção do ensino anterior e a expectativa sobre o ensino de matemática, com a autopercepção do desempenho, conforme tabela 34 da página 142.

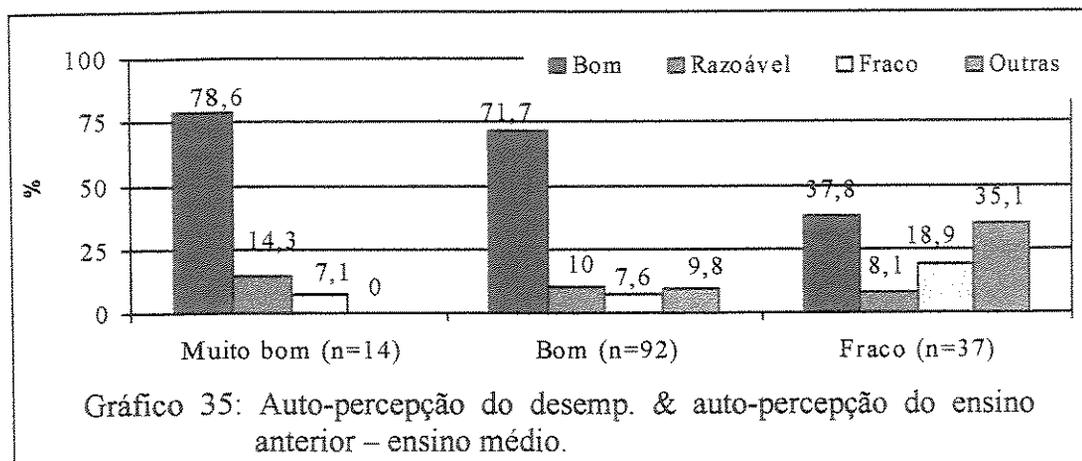
A primeira a ser considerada é **disciplina da qual mais gosta**. Dos alunos que consideraram seu desempenho *muito bom*, onze alunos (73,3%) citaram mais gostar de disciplinas de *exatas*; destes nove (60% do total) indicaram a matemática. Dentre os alunos que se perceberam com desempenho *bom*, vinte e quatro (26,7%) preferiram disciplinas de exatas, destes dezoito alunos (20,4% da categoria) afirmaram ser a matemática a preferida. Já, os alunos que julgaram ter desempenho *fraco ou muito fraco*, três (8,3%) preferiram disciplinas da área de exatas, e um deles citou ser a matemática a preferida.

Quanto à **disciplina da qual menos gosta**, nenhum aluno que considerou ter desempenho *muito bom* em matemática indicou essa disciplina; dos que responderam ter desempenho *bom*, 50,5% citaram disciplinas de matemática e afins, e, apenas sete alunos (7,5%) indicaram a matemática. Quanto aos que consideraram ter *desempenho fraco ou muito fraco*, trinta e um sujeitos (83,8%) responderam gostar menos de disciplinas de *exatas*, tendo dezesseis alunos (43,2%) citado, especificamente, a matemática.

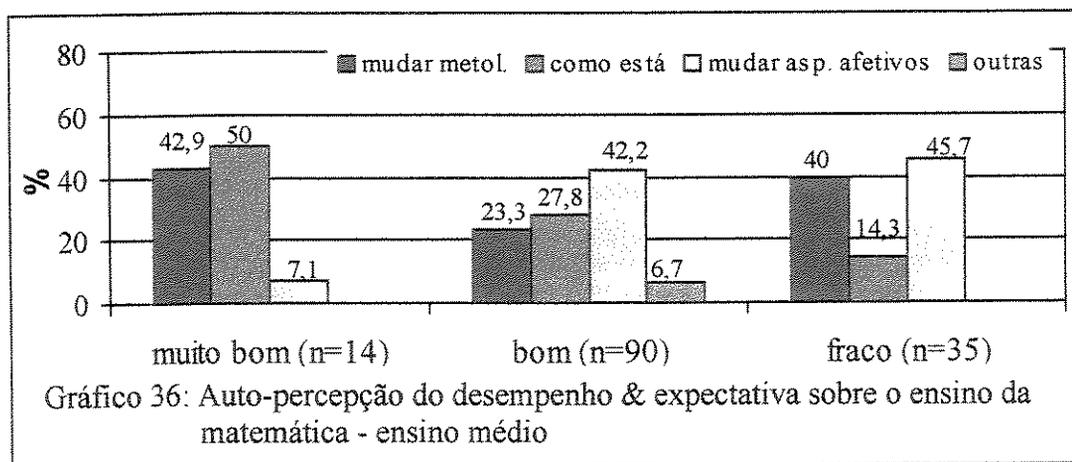
Assim pode ser afirmado que, em geral, conforme o aluno julgou ter desempenho melhor em matemática, ele preferiu disciplinas desta área e, quando se percebeu com rendimento pior, ele rejeitou essas disciplinas.

Outra variável de diferença sobre a autopercepção do desempenho apontada na análise, foi a **autopercepção da aprendizagem anterior de matemática**. A maioria dos sujeitos, nos diferentes grupos, considerou ter tido uma boa aprendizagem anterior. A diferença apareceu porque 18,9% do grupo dos alunos que consideraram seu desempenho *fraco* responderam que tiveram um ensino anterior *fraco* e o percentual dado à categoria

outras também foi superior ao percentual dos demais grupos nessa categoria, como mostra o gráfico 35.



A expectativa sobre o ensino de matemática foi outra variável que apresentou diferença significativa em relação à autopercepção do desempenho nessa disciplina. Dos sujeitos que consideraram o desempenho *muito bom*, 50% afirmaram gostar do ensino da matemática como está sendo ministrado e, mesmo entre os que consideraram desempenho *fraco*, 14,3% citaram essa opção. No gráfico 36 pode ser observado, como a distribuição nas diferentes categorias de expectativas sobre o ensino da matemática variou de acordo com a autopercepção do desempenho nesta matéria.



ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA DOS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO

Da categoria “caracterização do aluno”, apenas a variável **idade** apresentou diferença significativa quanto à atitude em relação à matemática. O grupo dos alunos da faixa etária compreendida entre quinze e dezessete anos obteve média 55,4 na escala, contra 50,19 do grupo dos de maior idade. Talvez essa diferença possa ser atribuída ao fato dos alunos mais jovens terem uma relação com a escola mais regular, no sentido de não terem reprovações durante sua vida escolar, ou mesmo terem iniciado seus estudos na época considerada adequada, ou ainda por terem realizado seqüencialmente seus estudos, isto é, sem deixar de freqüentar a escola durante nenhum ano. Tais considerações necessitariam de pesquisas que buscassem verificar sua validação.

As **turmas**, dentro de cada uma das escolas pesquisadas, também apresentaram diferença significativa quanto à atitude em relação à matemática. Na escola pública, os alunos da turma A têm atitude mais positiva (média de 62,0 pontos) do que os alunos da outra turma analisada (média de 56,3 pontos). Na escola particular, a análise apontou que, dentre as três turmas pesquisadas, a turma D tem atitude, em média, superior à da turma B. (53,9 e 44,6, respectivamente). Fatores que justifiquem essas diferenças são difíceis de serem levantados, pois os alunos, de cada escola e nas diferentes turmas pesquisadas, tinham o mesmo professor ministrando as aulas de matemática.

Outra variável que acusou diferença significativa quanto à atitude em relação à matemática foi **freqüentar o curso preparatório para o vestibular**; os alunos que freqüentavam apresentaram atitude mais positiva (média de 59,4 pontos), em relação à matemática, que os alunos que não o freqüentavam (média de 53,1 pontos).

Quanto à variável **disciplina da qual mais gosta**, o grupo que respondeu disciplinas de *exatas* possuía atitude mais positiva que os demais grupos, o que pode ser verificado na tabela 45. Nela, pode ser observado, também, que o oposto ocorreu quanto à **disciplina menos preferida**. Nesse caso, alunos que indicaram as disciplinas *de exatas* possuíam atitude mais negativa, em relação à matemática..

Tabela 45: Média da escala de atitude, de acordo com a disciplina da qual o aluno mais gosta e da qual menos gosta – ensino médio

Categoria	Mais gosta		Menos gosta	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
Exatas	64,1	7,8	48,9	10,8
Letras	46,9	11,4	59,4	9,7
Humanas	48,0	9,3	62,5	8,5
Biologia	56,7	8,8	56,5	11,0
Outras	49,0	8,5	60,6	9,6

(a média do grupo foi 53,89 pontos)

Analisando se o aluno respondeu gostar mais da *matemática* ou de *outra disciplina*, foram encontradas as médias, das somas da escala de atitudes, apresentadas na tabela 46. Nela é possível perceber a diferença da atitude a favor dos que responderam gostar mais da matemática, bem como perceber a atitude mais negativa manifestada pelo grupo de alunos que assinalou a matemática como a disciplina menos preferida.

Tabela 46: Média das atitudes, de acordo com o mais e o menos gostar da matemática – ensino médio

Disciplinas	Mais gosta		Menos gosta	
	Média	Desvio Pad.	Média	Desvio Pad.
Matemática	65,9	5,9	41,5	10,2
Outras	51,0	10,9	56,2	10,5

(a média do grupo foi 53,89 pontos)

Na categoria “relação com a matemática” as quatro variáveis – utilidade da matemática, autopercepção do desempenho, autopercepção do ensino anterior e expectativa sobre o ensino – apontaram para a existência significativa de diferentes grupos, quanto à atitude em relação à matemática.

O grupo que respondeu que a **utilidade da matemática** está na sua *presença no cotidiano*, constituído por alunos que deram respostas do tipo *ela está em todas as coisas, é necessária no dia a dia das pessoas, não se vive sem ela*, apresentou atitude superior aos demais grupos e, em seguida, apareceu o grupo que percebe a matemática útil em determinadas atividades ou em áreas específicas – fins pragmáticos. O grupo dos que deram

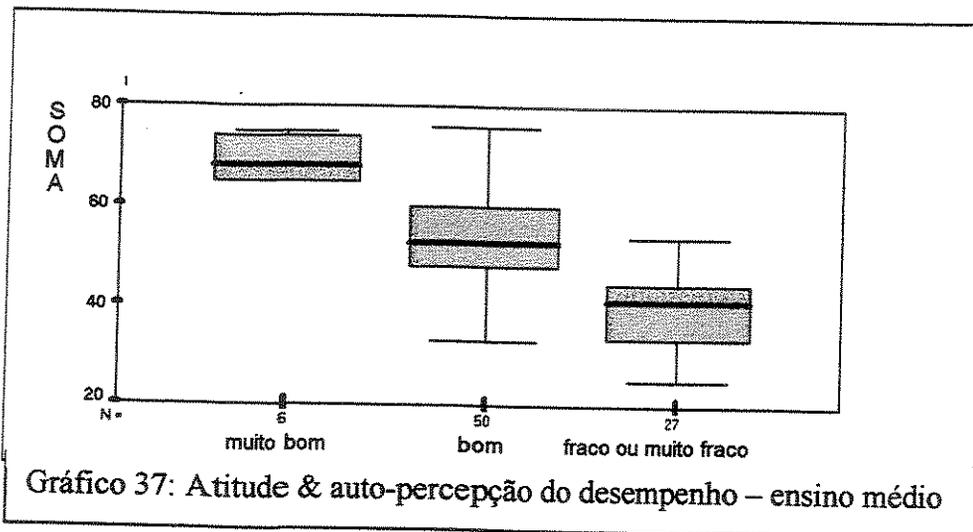
outras respostas; como *não têm utilidade, a matemática só está presente em coisas básicas, útil apenas na vida escolar*, mostrou atitude mais negativa. Os resultados constam da tabela 47.

Tabela 47: Média da atitude, de acordo com a utilidade da matemática
– ensino médio

Utilidade da matemática	Média	Desvio Padrão
Fins Pragmáticos	55,1	11,0
Cognitiva	50,4	11,4
Presença no Cotidiano	59,2	10,2
Outras	44,7	10,8

(a média do grupo foi 53,89 pontos)

A análise estatística mostrou que os grupos de diferentes **autopercepção do desempenho em matemática** apresentaram diferença significativa quanto à atitude em relação à matemática; podendo visualizar no gráfico 37 que, quanto melhor foi considerado o desempenho nas disciplinas de matemática, maior foi a pontuação obtida na escala. Assim, os sujeitos com autopercepção de melhor desempenho, também apresentaram atitude mais positiva em relação à matemática



Na tabela 48, pode-se perceber a existência de relação entre a **autopercepção do ensino anterior em matemática** e a atitude em relação à matemática: a atitude decresceu de

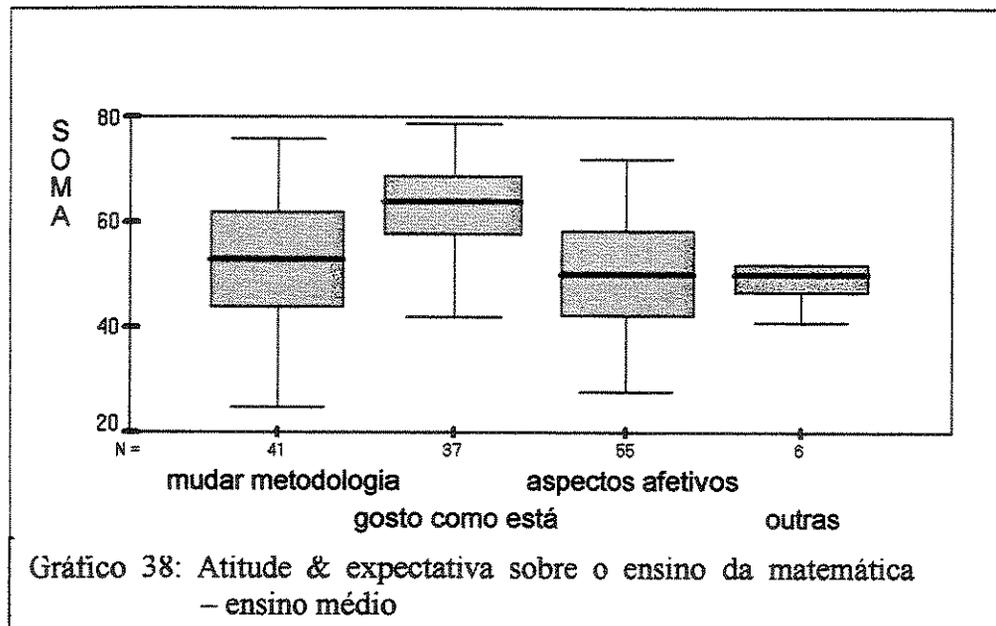
acordo com a percepção de um ensino de pior qualidade. O grupo de alunos que ficaram relacionados em *outras*, e que deram respostas do tipo *eu é que sou ruim, os conteúdos são desnecessários, foi sempre igual*, apresentou a mais baixa média na escala de atitude em relação à matemática.

Tabela 48: Média da atitude, de acordo com a percepção do ensino anterior de matemática – ensino médio

Aprendizado anterior	Média	Desvio Padrão
Bom	56,6	10,9
Razoável	52,9	11,0
Fraco	51,9	11,2
Outras	44,6	11,8

(a média do grupo foi 53,89 pontos)

A **expectativa sobre o ensino da matemática** apresentou relação significativa com a atitude. O grupo que respondeu *gosta como está* obteve média da escala de atitude superior à dos demais grupos. A análise estatística não indica diferença entre os demais grupos. Esses resultados podem ser visualizadas no gráfico 38.



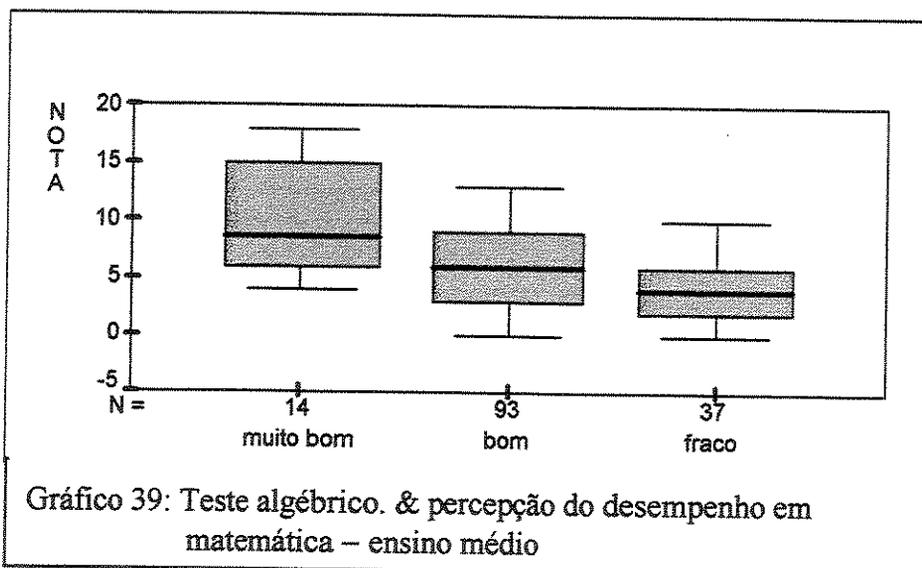
TESTE ALGÉBRICO DOS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO

Das variáveis analisadas, conforme tabela 34 da página 142, apenas quatro mostraram diferenças significativas em relação à nota obtida no teste algébrico, pelos alunos do ensino médio: a idade dos alunos, o tipo de escola (anteriormente comentado no item 6.1.2), as diferentes turmas pesquisadas na escola pública e a autopercepção de desempenho em matemática. O teste algébrico tem nota máxima de vinte pontos.

Quanto à diferença de **idade**, os alunos mais jovens tiveram um desempenho melhor (média de 6,84 pontos), no teste algébrico, do que os mais velhos (média de 3,7 pontos). Esse resultado poderia ter como fator de influência o fato dos alunos mais jovens terem uma vida escolar mais regular, provavelmente sem reprovações e sem interrupções no seu estudo.

As duas turmas pesquisadas da escola pública, tiveram desempenho diferente no teste algébrico, apesar de as duas turmas ficarem com média inferior à média geral, que foi de 6,01. A média obtida pela turma A foi superior à da turma D (média 5,3 e 2,1, respectivamente).

Conforme pode ser verificado no gráfico 39, a diferença significativa das notas obtidas no teste algébrico, pela **autopercepção do desempenho em matemática**, ocorreu, porque os alunos com percepção de melhor desempenho apresentaram resultados melhores no teste algébrico.



6.3 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE O DESEMPENHO ALGÉBRICO E A ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

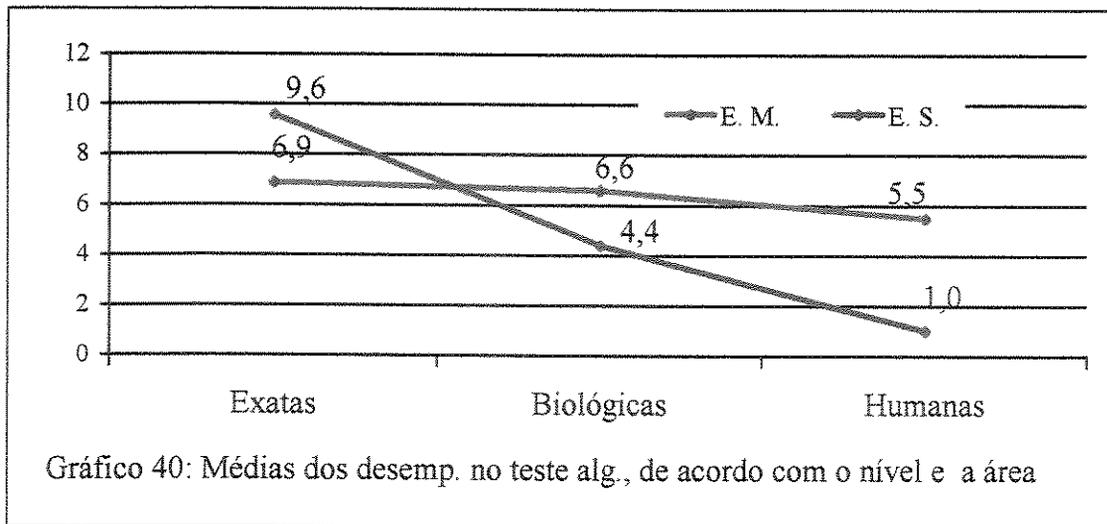
6.3.1 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE O DESEMPENHO NO TESTE ALGÉBRICO

Para analisar se o desempenho dos sujeitos no teste algébrico (nota) variou segundo a área (exatas, biológicas e humanas) e o nível de ensino (médio e superior), foi realizada uma análise de variância com dois fatores, cujos resultados obtidos são apresentados na tabela 49.

Tabela 49: Análise de Variância do desempenho no teste algébrico por área e nível

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrados Médios	F	p-valor F
Efeitos principais	1212,756	3	404,252	32,361	0,000
NÍVEL	128,406	1	128,406	10,279	0,001
AREA	1207,814	2	603,907	48,344	0,000
Interação					
NÍVEL& ÁREA	606,740	2	303,370	24,286	0,000
Explicado	3019,398	5	603,880	48,342	0,000
Residual	4559,503	365	12,492		
Total	7578,900	370	20,484		

Tanto o nível como a área interferiram no desempenho algébrico ($p < 0,05$) e a análise da interação do nível e da área sobre o desempenho também foi significativa. A relação entre as variáveis pode ser observada no gráfico 40. Nele pode ser percebida uma tendência decrescente das médias dos desempenhos no teste algébrico, de acordo com a área, nos dois níveis de ensino, sendo a mais alta na área de exatas, seguida pela área de biológicas e de humanas. Essa tendência observada foi mais acentuada no ensino superior.



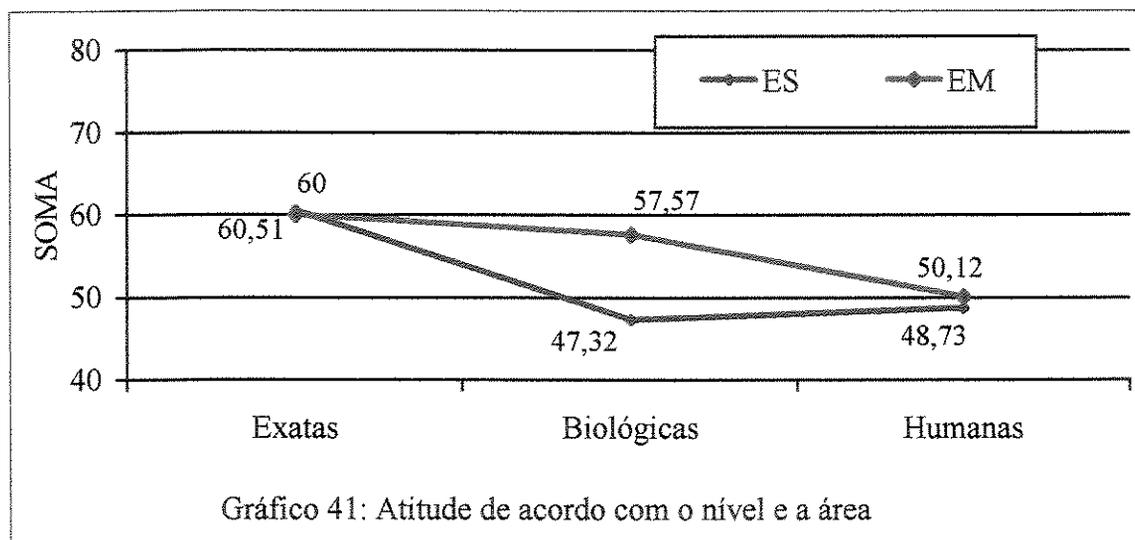
6.3.2 INTERAÇÃO DO NÍVEL E DA ÁREA SOBRE A ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

Para analisar se a atitude em relação à matemática variou segundo a área e o nível dos alunos, foi novamente realizada uma análise de variância com dois fatores; os resultados obtidos são apresentados na tabela 50.

Tabela 50: Análise de Variância da atitude em relação à matemática por área e nível

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrados Médios	F	p-valor F
Efeitos principais	5634,675	3	1878,225	17,641	0,000
NÍVEL	981,029	1	981,029	9,214	0,003
AREA	5623,503	2	2811,752	26,409	0,000
Interação					
NÍVEL& ÁREA	1518,125	2	759,062	7,129	0,001
Explicado	11477,048	5	2295,410	21,559	0,000
Residual	38968,071	366	106,407		
Total	50445,118	371	135,971		

De acordo com os resultados obtidos através da análise estatística, tanto o nível, como a área interferiram na atitude do aluno em relação à matemática ($p < 0,05$); e a análise da interação do nível e da área sobre a atitude também foi significativa. A relação entre as variáveis pode ser observada no gráfico 41. Nele pode-se perceber uma tendência decrescente da média das somas obtidas na escala de atitudes, de acordo com a área, para os alunos do ensino médio. Tanto no ensino médio como no ensino superior a área de exatas apresentou atitude mais positiva que as demais áreas. Considerando todos os alunos pesquisados, independente de área e de nível de ensino, a média obtida na escala de atitudes foi de 53,53 pontos. No ensino superior, as áreas de biológicas e de humanas ficaram com média na escala inferior a este valor.



6.4 RELACIONAMENTO DO DESEMPENHO ALGÉBRICO E DA ATITUDE EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA POR ÁREA E POR NÍVEL DE ENSINO.

Para verificar o relacionamento entre o desempenho e a atitude foi realizada uma regressão linear, considerando o nível e a área de opção profissional dos alunos.

Os resultados obtidos nos testes estão agrupados na tabela 51. Devido aos baixos coeficientes de determinação (R^2), a relação linear encontrada, entre o desempenho no teste algébrico e a soma dos pontos obtidos na escala de atitude, em relação à matemática para as áreas de exatas e de biológicas, tanto para os sujeitos do ensino médio quanto do ensino superior, apesar de significativa (*Análise de regressão, $p < 0,05$*), foi muito fraca devido à grande dispersão do desempenho para os diversos valores da escala de atitude (diagramas de dispersão: gráficos 42 e 43 – anexo 6). Para a área de humanas, nos dois níveis de ensino, os dados não apresentaram relação significativa, pois temos alunos que obtiveram valores altos na escala de atitude e desempenho baixo no teste. A maioria dos sujeitos desta área no ensino superior tirou zero no teste algébrico.

Tabela 51: Resultados da Análise de Regressão do desempenho em relação à atitude por área e nível de ensino

Nível	Área	Nota = a + b Atitude	R^2	prob. F
Superior	Exatas	$N = 3,78 + 0,10 \text{ At}$ (0,133) (0,020)*	5,4%	0,0202
	Biológicas	$N = -3,74 + 0,17 \text{ At}$ (0,034) (0,000)	24,9%	0,0000
	Humanas	$N = -0,01 + 0,02 \text{ At}$ (0,989) (0,286)	1,9%	0,2861
Médio	Indefinidos	$N = -22,22 + 0,41 \text{ At}$ (0,052) (0,036)	81,6%	0,0356
	Exatas	$N = -7,81 + 0,25 \text{ At}$ (0,170) (0,013)	27,0%	0,0132
	Biológicas	$N = -2,07 + 0,15 \text{ At}$ (0,597) (0,291)	13,6%	0,0291
	Humanas	$N = 5,91 - 0,008 \text{ At}$ (0,001) (0,804)	0,0%	0,8063

(* os valores entre parênteses se referem ao p-valor que testa se o parâmetro é zero)

Por exemplo, no ensino superior, a tabela 51 mostra que na área de exatas o desempenho no teste algébrico (*nota*) se relacionou linearmente com a soma obtida na escala de atitude (*Análise de Regressão*, $p = 0,0202$), sendo explicado 5,4% por esta variável, o que mostra que a relação obtida entre as variáveis é muito fraca. A relação obtida foi $N = 3,78 + 0,10 At$; a cada dez pontos na escala de atitude corresponde um ponto no desempenho ($p = 0,020$). A relação foi maior, por exemplo, na área de exatas do ensino médio, onde cada dez pontos na escala de atitude correspondia a dois e meio no desempenho ($p = 0,013$) e, neste caso, 27% da nota foi explicada pela atitude.

**RESULTADOS E ANÁLISE DA SEGUNDA
ETAPA DA PESQUISA**

CAPÍTULO 7

RESULTADOS E ANÁLISE DA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA

Os sujeitos da segunda etapa da pesquisa foram onze alunos provenientes das áreas de ciências exatas, ciências biológicas e ciências humanas e dos dois níveis de ensino (médio e superior). Esses estudantes foram selecionados dentre os sujeitos que participaram da primeira etapa, tendo sido escolhidos porque obtiveram os melhores e os piores desempenhos no teste algébrico realizado.

O objetivo da realização, desta etapa do estudo, foi verificar como alunos, com diferentes desempenhos no teste algébrico (melhor e pior), provenientes de diferentes áreas (exatas, biológicas e humanas), solucionavam problemas algébricos.

Os problemas foram aplicados individualmente, com intervenção. A descrição de cada sujeito foi feita a partir dos dados obtidos nos instrumentos utilizados na primeira etapa da pesquisa e contém alguns procedimentos observados, no decorrer do teste de solução de problemas algébricos (os dados estão também apresentados em forma de tabelas: 54a, 54b e 55 – anexo 7). Assim:

Sujeito 1

Aluno do terceiro ano do ensino médio de uma escola particular considerado “menos capaz”, tinha como opção para o vestibular a área de ciências biológicas. Pertencia ao gênero feminino, com dezoito anos. A disciplina citada, como preferida, foi português, sendo a matemática a disciplina apontada como aquela de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia como tendo um fraco desempenho em matemática, cuja utilidade acreditava ser para o desenvolvimento do raciocínio; apresentou também uma relativa ansiedade em relação à matemática, cujo ensino a estudante considerou que deveria ser mais acessível, em suas palavras “*menos puxado*”. No teste de solução de problemas algébricos, a aluna não conseguiu resolver sozinha o primeiro problema, foi auxiliada e o processo demorou oito minutos. Iniciando, a partir do décimo problema, na ordem decrescente de dificuldade, o primeiro que

ela conseguiu fazer sem auxílio foi o terceiro, demorando cinco minutos para solucioná-lo; não buscou comprovar o resultado encontrado. Não obteve nenhum progresso na devolução dos problemas, e, com auxílio para montar as equações, caminhou até o quinto problema, resolvendo-o em três minutos. Observou-se que a aluna realizou seqüência de igualdades aritméticas não válidas, que persistia na leitura do problema e, no problema quatro, apresentou solução que satisfazia parcialmente o enunciado.

Sujeito 2

Aluno do terceiro ano do ensino médio de uma escola particular considerado “capaz”, tinha como opção a área de ciências biológicas. Pertencia ao gênero masculino, com dezoito anos. A disciplina citada, como preferida, foi biologia e química foi a disciplina apontada como a de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia com desempenho muito bom em matemática, tendo considerado a utilidade dela no cotidiano. Acredita ter tido uma boa aprendizagem anterior da matemática pois sempre tivera boas notas nessa disciplina. Em relação à expectativa sobre o ensino da matemática, gostaria de que as aulas tivessem mais exercícios que teorias. No teste de solução de problemas algébricos, o aluno resolveu sozinho o primeiro problema, não comprovou o resultado e o processo demorou quatro minutos. Conseguiu fazer, sem auxílio, o oitavo problema tendo comprovado o resultado e demorou quatorze minutos. Não obteve nenhum progresso na devolução dos problemas e, com auxílio na montagem das equações, conseguiu resolver o nono problema, demorando vinte e oito minutos neste processo. Foi observado que o aluno necessitou do “fechamento do raciocínio” (necessidade de associar a uma expressão um novo valor ou letra) para encontrar a equação, na solução do primeiro problema; identificava, com cuidado, as incógnitas e elaborava frases de reforço ao raciocínio (escrever frases enquanto desenvolve estratégias de solução).

Sujeito 3

Aluno do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública considerado “menos capaz”, tinha como opção a área de ciências humanas. Pertencia ao gênero feminino, com dezessete anos. A disciplina citada como preferida foi biologia, sendo inglês a indicada como aquela de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia como tendo um bom desempenho em matemática, apontando que a utilidade da matemática é para passar no

vestibular. Afirmou que teve uma aprendizagem razoável da matemática, cujo ensino a estudante considerou que deveria continuar da forma como estava sendo ministrado. No teste de solução de problemas algébricos, a aluna não conseguiu resolver sozinha o primeiro problema, foi auxiliada e o processo demorou dez minutos. Não conseguiu fazer mais nenhum dos problemas sem ajuda e, quando auxiliada, fez o segundo e o terceiro, não sabendo representar metade e um terço para a montagem da equação. Foi observado que a aluna utilizou a regra “passa trocando o sinal”, aparentemente utilizada de maneira não significativa, pois é possível inferir que a linguagem algébrica não tem significado para ela.

Sujeito 4

Aluno do terceiro ano do ensino médio de uma escola particular considerado “capaz”, tinha como opção a área de humanas. Pertencia ao gênero masculino, com dezoito anos. A disciplina citada como preferida foi inglês, sendo biologia a que citou como a de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia com desempenho muito bom em matemática, cuja utilidade acredita ser para aprender os cálculos, tendo considerada muito boa a sua aprendizagem anterior da matemática, mas gostaria que seu ensino fosse menos teórico. No teste de solução de problemas algébricos, resolveu sozinho o primeiro problema, comprovando o resultado encontrado e o processo demorou cinco minutos. Inicialmente, não resolveu o décimo problema, conseguiu resolver o nono em seis minutos, conferindo os cálculos realizados. Na devolução do décimo o aluno encontrou a solução correta, comprovando o resultado, em cinco minutos. Foi observado que o aluno conferiu a solução multiplicando “em cruz” e apresentou, para a solução dos problemas, um raciocínio claro e resumido.

Sujeito 5

Aluno do terceiro ano do ensino médio de uma escola particular considerado “capaz”, tinha como opção a área de exatas. Pertencente ao gênero masculino, com dezoito anos. A disciplina citada, como preferida, foi a física, sendo a geografia a de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia com desempenho bom em matemática, cuja utilidade acredita ser a base da área de exatas. Avaliou ter tido uma boa aprendizagem anterior da matemática, cujas aulas o estudante considerou que deveriam ser mais criativas e divertidas. No teste de solução

de problemas algébricos, o aluno resolveu sozinho o primeiro, conferindo os cálculos e o processo demorou cinco minutos. Resolveu o décimo problema em dez minutos, encerrando o teste e obtendo a pontuação máxima. Foi observado que o sujeito fez os cálculos mentalmente, apresentou solução abreviada e fez multiplicação para obter o resultado na divisão.

Sujeito 6

Aluno do primeiro ano do curso de biologia considerado “menos capaz”. Pertencia ao gênero feminino, com vinte e dois anos, frequentou o colegial normal, no período diurno, em escola pública, concluindo-o em 1995. A aluna frequentou o curso preparatório para o vestibular durante um ano. A disciplina citada, como preferida no ensino médio, foi biologia, sendo física a disciplina de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia com desempenho fraco em matemática, cuja utilidade acredita ser para ajudar fazer gráficos e calcular percentagens; afirmou que seus professores de matemática, anteriores, *não explicavam nada* e gostaria de que as aulas dessa disciplina tivessem mais explicações. No teste de solução de problemas algébricos a aluna não conseguiu resolver sozinho o primeiro problema, foi auxiliada e o processo demorou quatorze minutos. Iniciando a partir do décimo problema, em ordem decrescente de dificuldade, o primeiro que ela conseguiu fazer, sem auxílio, foi o segundo, comprovando o resultado, quando solicitado, e demorou um minuto. Não obteve nenhum progresso na devolução dos problemas mesmo com auxílio. Foi observado que a aluna necessita do “fechamento de raciocínio”, somou “-” com “-” e obteve “+” tendo procurado trabalhar apenas com os números que apareciam no enunciado.

Sujeito 7

Aluno do primeiro ano do curso de biologia considerado “capaz”. Pertencia ao gênero masculino, com idade compreendida entre dezenove e vinte e um anos, frequentou o colegial normal, no período diurno, em escola particular, concluindo-o em 1995. O aluno frequentou o curso preparatório para o vestibular durante dois anos. A disciplina citada como preferida no ensino médio foi biologia, sendo física a disciplina de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia como tendo bom desempenho em matemática, cuja utilidade acredita ser ajudar nos cálculos e no raciocínio. Afirmou que seus antigos professores de matemática *eram ótimos* e desejava que as aulas de matemática fossem mais práticas. No teste de solução de problemas

algébricos, o aluno resolveu sozinho o primeiro problema, comprovou o resultado encontrado e o processo demorou dois minutos. O primeiro problema que conseguiu fazer, sem auxílio, foi o oitavo, comprovando o resultado e demorando vinte e cinco minutos. Na devolução dos problemas o aluno resolveu sozinho o nono em quinze minutos, e o décimo ele resolveu, sendo auxiliado na montagem da equação, em doze minutos. Foi observado que o aluno fez os cálculos mentalmente, usou indevidamente a proporcionalidade e fez esquema dimensionado para resolver o nono problema.

Sujeito 8

Aluno do primeiro ano do curso de pedagogia do período noturno considerado “menos capaz”. Pertencia ao gênero feminino, com vinte e dois anos, freqüentou o segundo grau, no período noturno, em escola pública, concluindo-o em 1995. A aluna também freqüentou o curso de magistério, no período diurno, em escola pública e concluiu esse curso em 1993. Não freqüentou o curso preparatório para o vestibular. A disciplina citada como preferida no ensino médio foi história, sendo química a disciplina de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia com bom desempenho em matemática devido aos trabalhos que os professores solicitavam. Acredita que a matemática é necessária no dia-a-dia e gostaria que o ensino dessa disciplina fosse menos cansativo. Quanto à aprendizagem anterior da matemática citou que o professor do magistério não explicava nada e que o do colegial era bom. No teste de solução de problemas algébricos, a aluna não conseguiu resolver sozinha o primeiro problema, foi auxiliada e o processo demorou quinze minutos. Iniciando a partir do décimo problema, na ordem decrescente de dificuldade, não conseguiu fazer, mesmo com auxílio, nenhum dos problemas. Foi observado que a aluna traduziu uma a uma as palavras do enunciado por letras, tentou estimar as soluções, tendo operado com os números dados, pensava em um número aleatório, não dava sentido às letras e também falou sobre a existência da “regra do x ”.

Sujeito 9

Aluno do primeiro ano do curso de pedagogia considerado “capaz”. Pertencia ao gênero feminino, com vinte e um anos, freqüentou o curso de magistério, no período diurno, em escola pública, concluindo-o em 1995. A aluna freqüentou o curso preparatório para o

vestibular durante um ano. A disciplina citada como preferida, no ensino médio, foi biologia, sendo física a disciplina de que menos gostava. Trabalhava e se auto percebia como tendo um bom desempenho em matemática. Acredita que a matemática é necessária no dia-a-dia das pessoas. Afirmou ter tido um bom aprendizado anterior em matemática e gostaria de que o seu ensino partisse do concreto. No teste de solução de problemas algébricos, a aluna resolveu sozinha o primeiro problema, comprovando o resultado quando solicitado e o processo demorou dez minutos. Iniciando a partir do décimo problema, em ordem decrescente de dificuldade, o primeiro que ela conseguiu fazer, sem auxílio, foi o quarto, comprovou o resultado e demorou quinze minutos. Não obteve nenhum progresso individual na devolução dos problemas e, quando auxiliada, resolveu o quinto e o sexto problemas; no sexto apresentou dificuldade em passar de anos para meses e dias e no raciocínio inverso. Foi observado que a aluna necessitou de encontrar o mínimo múltiplo comum para resolver a equação do primeiro problema, propôs método de estimar resposta pelo resultado comum no problema nove, tentou relacionar as incógnitas atribuindo a elas valores particulares e fez várias tentativas para tentar encontrar uma solução para o problema.

Sujeito 10

Aluno do primeiro ano do curso de licenciatura em matemática considerado “menos capaz”. Pertencente ao gênero masculino, com vinte e três anos, freqüentou o curso técnico, no período diurno, em escola particular, concluindo-o em 1993. O aluno não freqüentou curso preparatório para o vestibular. A disciplina citada, como preferida no ensino médio, foi física, sendo educação artística a disciplina de que menos gostava. Trabalhava e se auto percebia como tendo um bom desempenho em matemática, cuja utilidade acredita estar no desenvolvimento do raciocínio. Afirmou que teve um fraco aprendizado anterior de matemática e que gostaria de que as aulas fossem mais práticas, com enfoque histórico. No teste de solução de problemas algébricos, o aluno não conseguiu resolver sozinho o primeiro problema, foi auxiliado e o processo demorou dez minutos. Iniciando a partir do décimo problema, em ordem decrescente de dificuldade, o único que ele conseguiu resolver, sem auxílio, foi o segundo, não comprovando o resultado, tendo gasto quatro minutos. Não obteve nenhum progresso na devolução dos problemas. E, com auxílio para montar a equação, resolveu o terceiro. Foi observado que o estudante igualava expressões a zero para montar

equações, estimava soluções, operava com os números dados e procurava montar equações usando reforços numéricos.

Sujeito 11

Aluno do primeiro ano do curso de engenharia considerado “capaz”. Pertencia ao gênero masculino, com vinte anos, freqüentou o curso técnico, no período noturno, em escola particular, tendo concluído em 1997. O aluno freqüentou o curso preparatório para o vestibular durante um ano. A disciplina citada como preferida, no ensino médio, foi física, sendo história a disciplina de que menos gostava. Não trabalhava e se auto percebia como tendo desempenho muito bom em matemática, que, para ele, é útil para solucionar problemas que envolvem processos lógicos. Afirmou que seu ensino anterior tinha pouca aplicação prática e muita teoria e gostaria de que, nas aulas de matemática, as teorias fossem baseadas em aplicações. No teste de solução de problemas algébricos, o aluno resolveu o primeiro problema sozinho, comprovando o resultado encontrado, em três minutos. Inicialmente, o estudante não resolveu o décimo problema, resolvendo o nono sozinho e comprovando o resultado em cinco minutos. Na devolução, o décimo foi resolvido com pequeno auxílio em quatorze minutos. Foi observado que o aluno “pensava em voz alta” enquanto resolvia os problemas, tendo usado reforço numérico na montagem da equação.

Os resultados obtidos na primeira fase da pesquisa referentes à soma obtida pela escala de atitude em relação à matemática e as notas do teste escrito – teste de álgebra –, e do teste final – solução de problemas algébricos com enunciado –, bem como o tempo de duração da sua aplicação estão descritos na tabela 52. Para facilitar a visualização, os sujeitos são colocados em ordem decrescente, levando em consideração os resultados obtidos no teste final.

Tabela 52: Descrição dos resultados obtidos pelos sujeitos na 2ª fase da pesquisa

Sujeito	Capacidade	Área	Nível de ensino	Pontos na escala de atitude	Nota no teste escrito	Nota no teste final	Tempo gasto (em minutos)
5	C	Exatas	Médio	65	18	(9,10,10)	15
4	C	Humanas	Médio	66	17	(8,10,10)	30
11	C	Exatas	Superior	65	18	(8,9,10)	40
7	C	Biológicas	Superior	67	14	(7,9,10)	72
2	C	Biológicas	Médio	65	15	(7,8,9)	79
9	C	Humanas	Superior	54	6	(3,4,6)	155
1	MC	Biológicas	Médio	42	0	(2,3,5)	107
10	MC	Exatas	Superior	71	3	(1,2,3)	65
6	MC	Biológicas	Superior	43	0	(1,2,2)	42
3	MC	Humanas	Médio	48	0	(0,0,3)	60
8	MC	Humanas	Superior	46	0	(0,0,0)	70

C = capaz e MC = menos capaz

(0 teste escrito teve 20 pontos como pontuação máxima)

Pode-se observar, na tabela 52, que todos os alunos que obtiveram um resultado melhor no teste algébrico (teste escrito), considerados “capazes”, obtiveram melhor resultado no teste de solução de problemas (teste final). Também, com exceção do sujeito 10, considerado “menos capaz”, da área de exatas, os de melhor desempenho, no teste algébrico, apresentaram atitude mais positiva em relação à matemática que os de pior desempenho, comprovando assim os resultados obtidos em diversas pesquisas da área (Hilton e Berglund, 1974; Frost, Hyde e Fennema, 1994; Brito, 1996a) que mostraram que o desempenho e a atitude em relação à matemática estão diretamente relacionados.

Durante a entrevista, o sujeito 10 informou que encontrava dificuldades com a matemática, pois sempre havia frequentado escolas públicas, e que havia passado por greves de professores (na década de oitenta). Afirmou, também, que tem habilidades com desenho, pintura e escultura, tendo chegado a frequentar, por dois anos, um curso na Faculdade de Belas Artes em São Paulo. Hoje, fazendo o curso de matemática, necessita trabalhar o dia todo não sobrando tempo para o estudo e a recuperação dos conteúdos não vistos durante a escolaridade anterior.

A análise global dos resultados mostrou que nenhum aluno classificado como “menos capaz” resolveu, sem auxílio, o primeiro problema. Já os sujeitos “capazes” conseguiram; e destes, apenas dois não comprovaram os resultados.

O progresso máximo individual, ocorria quando o sujeito, após resolver um dos problemas, conseguia resolver sozinho o problema seguinte, e os demais, em escala ascendente de dificuldade. Apenas dois sujeitos (sujeitos quatro e sete) obtiveram algum êxito nessa fase, pois os outros alunos não conseguiram resolver sozinhos nenhum dos problemas, tendo sido necessário fornecer-lhes auxílio.

Na fase seguinte, na qual era possível dar sugestões para a solução, a maioria avançou e resolveu um ou dois problemas. Os sujeitos 6 e 8, considerados “menos capazes”, não avançaram nessa fase, pois mesmo recebendo auxílio, não souberam resolver mais nenhum problema. Os sujeitos 3 e 8 não resolveram nenhum problema sem auxílio: o sujeito 3 conseguiu resolver os problemas 2 e 3 quando auxiliado, o que não ocorreu com o sujeito 8, que apresentou um total desconhecimento sobre a utilização dos procedimentos algébricos.

O sujeito 9, da área de humanas do grupo do ensino superior, considerado “capaz”, foi o que apresentou maior persistência na procura de soluções para os problemas, tendo permanecido trinta e dois minutos tentando resolver o problema nove. Nesse caso, apesar das diversas tentativas, o sujeito, aparentemente, exibiu rigidez de pensamento nesta tarefa, isto é, não conseguia desvincular-se dos procedimentos incorretos utilizados anteriormente. Na primeira tentativa de solução do problema 8, a aluna propôs a equação “ $x + 20 = 3y$ ” como modelagem de parte do enunciado “*se 20 baldes de água são despejados do segundo barril no primeiro barril, o primeiro conteria três vezes mais água do que o segundo*” e, na sétima tentativa, ela voltou a insistir na mesma equação. Essa volta ao raciocínio anteriormente feito exibido pela estudante é do mesmo tipo observado por Krutetskii (1976) quando trata da flexibilidade dos processos mentais. O autor observou, em alunos de menor capacidade em matemática, uma rigidez do pensamento, uma fixação em um método de solução, diferente dos alunos classificados como médios que, geralmente, voltavam seus pensamentos para métodos de resolução anteriormente realizados; já os alunos “capazes” não apresentavam dificuldades de mudar de um método de solução para outro.

Os alunos que conseguiram resolver os problemas, sem exceção, utilizaram corretamente os procedimentos algébricos. Os procedimentos utilizados e que não levaram ao sucesso, também foram considerados.

A primeira dificuldade consistiu na interpretação do enunciado do problema; isto é, passar da linguagem usual para a linguagem matemática. Nesse sentido, era importante verificar se o aluno propunha ou não uma solução que utilizava a linguagem algébrica. Foi verificada a existência de duas categorias de procedimentos, com solução algébrica e procedimentos em que a solução algébrica não é proposta.

Análise e categorização dos procedimentos

A = propõe solução algébrica

NA = não propõe solução algébrica

De acordo com Falcão (1996), na categoria dos procedimentos do tipo A, aparecem duas subcategorias para os erros:

A₁ = propõe equação, modelando incorretamente o problema

A₂ = erra no processamento algébrico, concernente a dificuldades próprias da álgebra ou da aritmética

Na categoria dos procedimentos tipo NA destacaram-se quatro subcategorias:

NA₁ = não há tentativa de solução

NA₂ = propõe soluções particulares e verifica sua validade (estimativa)

NA₃ = simplesmente efetua operações com os números explicitados no enunciado

NA₄ = apresenta esquemas, incógnitas ou desenhos a partir do enunciado e não acrescenta mais nada

A tabela 53, destaca, para cada um dos sujeitos, os problemas não resolvidos e as respectivas categorizações dos procedimentos utilizados. Os sujeitos aparecem na tabela, na ordem decrescente dos resultados obtidos, no teste final.

Tabela 53: Categorização dos procedimentos utilizados pelos sujeitos

Sujeito	P ₁₀	P ₉	P ₈	P ₇	P ₆	P ₅	P ₄	P ₃	P ₂	P ₂ *	P ₄ *
5											
4	A ₁										
11	NA ₄										
7	NA ₁	A ₂									
2	NA ₄	A ₁									
9	A ₁	NA ₂ A ₁	A ₁	A ₁	NA ₄	A ₁					
1	NA ₄	NA ₄	NA ₄	NA ₁	A ₁	NA ₃ A ₁	NA ₄ NA ₃				
10	A ₁	NA ₂	A ₁	NA ₃	A ₁	A ₁	A ₁	A ₁			A ₂
6	NA ₄	NA ₄	NA ₁	NA ₁	NA ₁	NA ₁	NA ₃	NA ₁			
3	NA ₁	NA ₁	NA ₄	NA ₃	NA ₁	NA ₁	NA ₁	NA ₁	NA ₄		NA ₁
8	NA ₃	NA ₂	NA ₃	NA ₃	NA ₃	NA ₃	NA ₃	NA ₃	NA ₂	A ₂	

(os espaços em branco indicam os problemas não solicitados ou os resolvidos corretamente)

* indica o problema que o aluno tentou fazer quando auxiliado

Os resultados da tabela 53 indicam que os sujeitos 1, 3, 6, 8 e 10 considerados “menos capazes”, não se utilizaram, no geral, da linguagem algébrica para resolverem os problemas.

O sujeito 10, por fazer o curso de matemática, sendo constantemente solicitado a utilizar os procedimentos algébricos, tentou soluções algébricas na resolução dos problemas, mas mostrou uma compreensão incorreta do uso de equação. Os sujeitos 6, 3 e 8, em nenhum momento, buscaram solução algébrica; pelo contrário, quando apresentaram algum procedimento, foi o procedimento de estimar soluções ou operar diretamente com os números explicitados no enunciado.

São apresentados, a seguir, alguns trechos de protocolos e diálogos ocorridos durante as sessões, com a finalidade de exemplificar os tipos de procedimentos utilizados pelos sujeitos.

1- Procedimento do tipo A₁

10) Eu tenho 3 vezes mais idade do que eu tinha quando meu irmão tinha a minha idade. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem agora, juntos teremos vividos 96 anos. Quantos anos cada um de nós tem agora?

1) $x = 3x$
 Criar $2x$
 a idade do meu irmão
 também criou x
 $3x + 5x = 96$
 $8x = 96$
 $12 = x \rightarrow 12$
 eu $3x = 36$
 $5x = 60$

Figura 1: Solução apresentada pelo sujeito 4
- procedimento A₁

Nessa passagem, o sujeito propôs uma solução, modelando incorretamente o problema. A equação proposta $3x + 5x = 96$, pela qual obteve os resultados 36 e 60, não levou em consideração que o 96 seria a soma das idades futuras dos sujeitos.

	EU	IRMÃO
ONTEM	$\frac{x}{3} \approx 4$	$x = 8$
HOJE	$x = 8$	$3x = 24$
AMANHÃ	$3x = 24$	$9x = 72$
	$3x + 9x = 96$	
	$12x = 96$	
	$x = 8$	

Fig. 2: Solução apresentada pelo sujeito 7
- procedimento A₁

Aqui, o sujeito modelou incorretamente o problema 10, pois considerou x como sendo a idade atual, e, corretamente, concluiu que teria no passado $\frac{x}{3}$ anos, e o seu irmão teria x anos. Porém, ao considerar que o irmão teria hoje $3x$, erra pelo uso indevido do princípio de proporcionalidade.

O tipo de erro referido acima, já havia sido encontrado por Araujo (1998), quando analisou a solução do mesmo problema 10, apresentada por seis sujeitos considerados capazes; três deles usaram incorretamente o princípio de proporcionalidade.

Para Orton (1989) “*com freqüência, os alunos tem muita dificuldade em entender o emprego da proporcionalidade*”. Esse autor afirmou ainda que a compreensão de proporcionalidade se desenvolve muito tarde na vida escolar do aluno, quando chega a ser produzida. Muitas vezes, os alunos aplicam um procedimento aprendido e usam o princípio de proporcionalidade, sem verificar sua ocorrência. O procedimento acima mostra o uso indevido do conceito de proporcionalidade, possivelmente por não possuir o conceito, em nível formal.

7) Uma escola comprou livros infantis para a sua biblioteca. Se estes forem pagos com notas de R\$ 5,00 a escola deverá dar oito notas a mais do que se pagar com notas de R\$ 10,00. Qual o preço total dos livros?

$$y = 2x$$

$$x + 8 = y$$

Nesse protocolo, a estudante modelou duas equações; primeiro considerou os valores desconhecidos x como sendo a quantidade de notas de R\$ 5,00 e y como a de R\$ 10,00 para montar a equação $x + 8 = y$. Para modelar a equação $y = 2x$, considerou, diferentemente, que y é o dobro de x , isto é, associou às incógnitas os valores em reais que estas representam (10 reais é o dobro de 5 reais).

Figura 3: Solução apresentada pelo sujeito 9.
– procedimento A₁

1 -> $x - 600$ $x - 600 + y - 600 + z - 600 = 0$
 2 $y - 600$
 3 $z - 600$ $x + y + z =$

$x + 12$ $\frac{x - 13}{12} = 0$

Fig. 4: Soluções apresentadas pelo sujeito 10 aos problemas 5 e 1, respectivamente – procedimento A₁

Como pode ser observado nos protocolos ao lado, o sujeito 10, várias vezes igualou expressões a zero para obter uma equação. No final da entrevista, à pergunta “o que é $2x + 3$?” o aluno deu a seguinte resposta:

“É uma equação simples. Para ser equação precisa estar igualado a zero. Só seria se fosse igualada a zero, como não está, eu não sei o que é isto.”

O fato de igualar expressões a zero, destacado no referencial teórico, levou o aluno a cometer vários erros, obtendo uma equação inadequada para a solução do problema.

2 – Procedimento do tipo A₂

Esse tipo de procedimento aparece quando, depois de propor uma equação que modela corretamente o problema, o sujeito erra no seu processamento.

Os erros podem advir de dificuldades da própria álgebra (como uso indevido de propriedades, de operações e do princípio de equivalência), ou ainda de dificuldades aritméticas (como erros nas operações numéricas, nas propriedades ou na prioridade das operações).

2) Adicione 36 a um certo número e o resultado será o mesmo que se obtém multiplicando esse número

$$\begin{array}{l}
 x + 36 = x \cdot 4 \\
 + 36 = -x + x \cdot 4 \\
 + 36 = 9 = x^2 \\
 \hline
 4 \qquad 9 \\
 \qquad \qquad \underline{x^2}
 \end{array}$$

Figura 5: Solução apresentada pelo sujeito 8
– procedimento A₂

4) Um livro é 4 vezes mais caro do que um caderno; o caderno é R\$ 15,00 mais barato que o livro. Quanto custa o livro e o caderno separadamente?

④ $x \rightarrow$ LIVRO
 $y \rightarrow$ CADER.

$$\begin{array}{l}
 4y = x \qquad 4y - x = 0 \\
 y - 15 = x \quad (-) \quad -y - x = 15 \\
 \qquad \qquad \qquad -5y = 15 \\
 \qquad \qquad \qquad y = -3
 \end{array}$$

Figura 6: Solução apresentada pelo sujeito 10
– procedimento A₂

Nesse protocolo, após ter montado a equação $x + 36 = x \cdot 4$, auxiliado pelo pesquisador, o sujeito obteve $+ 36 = -x + x \cdot 4$ corretamente. A multiplicação por quatro o induziu a uma divisão, obtendo $36/4 = 9 = x^2$; no segundo membro apareceu $-x + x$ que se transformou em x^2 , chegando à solução $9/x^2$.

Esta estudante combinou dificuldades relativas ao uso do princípio de equivalência, com dificuldades relativas às operações algébricas e suas propriedades.

O sujeito montou, com auxílio, o sistema de equações (o aluno corrigiu as equações: na primeira coloca 4 no lugar do número 2, e na segunda substituiu y por x), o aluno errou quando passa de $y - 15 = x$ para $-y - x = 15$, aparecendo indevidamente o sinal negativo para o y , obtendo resposta negativa para o preço do caderno.

Ocorreram vários procedimentos do tipo A₂ após a proposta de uma equação que modelava incorretamente o problema, ou surgiram, ainda, na solução do primeiro problema, como pode ser verificado pelos protocolos a seguir; todos se referindo à solução do primeiro problema.

1) Um professor pediu a um aluno que adicionasse 12 a um dado número e dividisse o resultado por 13. Mas o aluno não prestando muita atenção, subtraiu 13 do número dado e dividiu o resultado por 12. Ele teve sorte pois obteve a resposta certa. Qual é o número dado?

$$\begin{array}{r}
 x + 12 \\
 \hline
 12x - 13 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x - 13 = 0 \\
 \hline
 12 \\
 x - 13 = -12 \\
 x = -12 + 13 \\
 x = 1
 \end{array}$$

Figura 7: Solução apresentada pelo sujeito 10

Após escrever, incorretamente a equação $\frac{x-13}{12}=0$ o aluno transformou essa equação em $x-13=-12$ e, ao ser inquirido sobre o seu procedimento, disse:

"(...) Eu tentei isolar o x. Não! Eu isolo o x. Ficou x menos treze igual a menos doze ($x-13=-12$). O 12 estava dividindo, ele passa é ... sinal de igual ... multiplicando e como ele estava positivo ele passa negativo, aí ficou a expressão".

O sujeito teceu várias considerações erradas nesta passagem. Uma delas foi fazer "0 vezes (-12) igual a (-12)", que é um erro puramente aritmético.

$$\begin{array}{r}
 \frac{x+12}{13} = \frac{x-13}{12} \\
 \hline
 \frac{x+12 - x + 13}{13 - 12} \\
 \hline
 \frac{25}{1}
 \end{array}$$

Figura 8: Solução apresentada pelo sujeito 3

O sujeito, após ser auxiliado para obter a equação, fez a transformação $\frac{x+12-x+13}{13-12}$, obtendo o resultado $\frac{25}{1}$. O diálogo ocorrido, e transcrito a seguir, evidencia as dificuldades algébricas apresentadas pelo estudante.

Pesquisadora: *Havíamos montado esta equação, não é isto, e você foi resolver e fez este raciocínio.*

Por que você fez isto?

Aluno: *Eu havia passado para o lado de lá, entendeu?*

P: *Como assim?*

Al: *Eu passei para o lado de lá (e aponta o lado esquerdo). Quando muda de lado, passa de lado, de cá ou de lá do igual, tem que mudar o sinal.*

(...)

P: *Aqui tá menos (apontando o (-13) na equação).*

Al: *Passa para lá, mais.*

P: *É o mesmo com o 12?*

Al: *Eu acho que sim.*

P: *Então, o 12, porque mudou?*

AL: *Este passou para o outro lado.*

P: *Aqui (apontando para o 12 na equação) ele não está sem sinal?*

Al: *Tá, mas é a mesma coisa que tivesse mais.*

Figura 9: Solução apresentada pelo sujeito 8

Ao tentar fazer o primeiro exercício, outra aluna assim se expressou:

“Eu sei que aqui tem um x. Então, eu vou ter que fazer a regra do x, não é isto? x vezes dois, passa para cá e para lá! Fica positivo, como se o x fosse um, aqui, não é?”

O trecho acima é ilustrativo da maneira como muitos estudantes operam as equações, usando a álgebra de uma maneira formal, determinada por regras, desrespeitando, muitas vezes, o princípio de equivalência. O uso indevido da regra “passa trocando o sinal” é considerado por Falcão (1996) o princípio que é predominantemente usado pelos alunos, quando precisam processar uma equação. Segundo Kieran em 1992 (*in* Falcão, 1996), muitos estudantes operam sobre as equações, aplicando “cegamente” a regra “muda lado – muda sinal”.

Ainda, referente ao erro inerente ao processamento, o protocolo a seguir evidencia o uso incorreto da regra “multiplica em cruz” em uma proporção.

$$\begin{aligned}
 1) \frac{12+x}{13} &= \frac{12+x}{13} - \frac{13+x}{13} \\
 \frac{12+x}{13} &= \frac{x-13}{12} \\
 \frac{12+x}{13} &= \frac{x-13}{12} \\
 12(0,92+x) &= 13(x-1,08) \\
 11,04+12x &= 13x-14,04
 \end{aligned}$$

Figura 10: Solução apresentada pelo sujeito 6

Depois de obter corretamente a equação $0,92 + \frac{x}{13} = \frac{x}{12} - 1,08$ a aluna utilizou incorretamente a propriedade fundamental da proporção multiplicando $(0,92 + x)$ por 12 e $(x - 1,08)$ por 13.

No mesmo problema, quando alertada sobre o erro cometido, a aluna prosseguiu e chegou na equação $x = -169 - 144$ e depois fez $x = +313$. Quando alertada sobre o sinal de "+", disse:

"É mais, pois menos com menos dá mais."

3 – Procedimento do tipo NA₂

Procedimentos do tipo "estimar uma solução" foi mais comum entre os alunos considerados "menos capazes". Consiste em procurar por resultados particulares, verificando se satisfazem ao enunciado do problema.

9) Divida o número 100 em 4 partes desiguais tal que se 4 é subtraído do primeiro número, 4 é adicionado no segundo número, o terceiro é multiplicado por 4, e o quarto é dividido por 4 obteríamos sempre o mesmo resultado. Quais são os números?

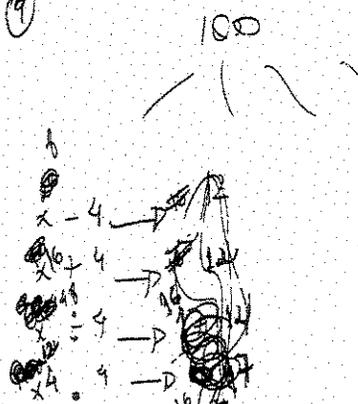
<p>9) $100 \div 4$ $100 \div 4 = 25$ $1^o 23 - 4 = 19$ $2^o 25 + 4 = 29$ $3^o 23 \times 4 = 92$ $4^o 29 \div 4 = 7,25$ $100 \div 4 = 25$</p>	<p>9) 100 </p>	<p>9) 10 20 40 30 $10 - 4 = 6$ $20 + 4 = 24$ $40 \times 4 = 160$ $30 \div 4 = 7,5$</p>
---	--	--

Figura 11: Soluções apresentadas pelos sujeitos 8,9,10 – procedimento NA₂

Foi observado que os sujeitos 8 e 10, estimaram soluções particulares, testando quatro números diferentes cuja soma seria 100. O sujeito 9, diferentemente, estimou o resultado comum proposto no enunciado, colocando para este os valores 25, 10, 12, 16, 17, 18 e, a partir disso, encontrou os números procurados e verificou se a soma era 100. Passou pelo correto (valor comum 16), errando nos cálculos, para achar os números (figura 11).

2) Adicione 36 a um certo número e o resultado será o mesmo que se obtêm multiplicando esse número desconhecido por 4. Qual é o número?

Figura 12: Solução apresentada pelo sujeito 8
– procedimento NA₂

Nesse protocolo, a aluna colocou aleatoriamente valores para “um número” proposto no problema. Inicialmente, colocou 2 que somou com 36 e dividiu por 4 para ver se verificava a condição; depois testou o 4. De acordo com o enunciado, deveria multiplicar o número por 4, e não dividir.

4 – Procedimento do tipo NA₃

Fazer operações com os números explicitados no enunciado do problema, foi um tipo de procedimento observado nos alunos “menos capazes” e, em nenhuma situação, esteve presente nos alunos “mais capazes”. As soluções desse tipo buscavam simplesmente fazer contas com os números que constavam do enunciado, não levando em consideração a situação-problema proposta.

4) Um livro é 4 vezes mais caro do que um caderno; o caderno é R\$ 15,00 mais barato que o livro. Quanto custa o livro e o caderno separadamente?

<p>(4)</p> $\begin{array}{r} x + 4x \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{caderno} \quad \text{livro} \\ \hline 15,00 \\ \hline 15 \\ \hline 60 \\ \hline 45 \end{array}$	<p>4º</p> $15 \times 4 = 60 \text{ livro}$ $60 - 15 = 45 \text{ caderno}$	<p>(4)</p> <p>LIVRO</p> $15 \times 4 = 60$ <p>caderno</p> $60 - 15 = 45$
---	---	--

Figura 13: Soluções apresentadas pelos sujeitos 1, 6 e 8, respectivamente – procedimento NA₃

A solução encontrada, igualmente, pelos três sujeitos que operaram simplesmente com os números no problema 4, satisfazia a parte do enunciado “o caderno é R\$ 15,00 mais barato que o livro”, mas não satisfazia a condição “o livro é quatro vezes mais caro que o caderno”. O problema não foi analisado na sua totalidade, mas os alunos pensavam já tê-lo resolvido. Essa dificuldade, anteriormente citada por Dante (1995), leva o aluno a pensar que resolveu o problema quando consegue satisfazer a apenas uma das condições.

5 – Procedimento do tipo NA₄

Designou-se por NA₄ o procedimento no qual o aluno não propõe nenhum tipo de equação algébrica, para resolver o problema, mas apenas monta esquemas, identifica incógnitas ou faz desenhos, a partir do enunciado.

(10) $x \rightarrow$ minha idade
 $y \rightarrow$ idade do meu irmão

Figura 14: Identificação das incógnitas pelo sujeito 2 – procedimento NA₄

O sujeito apenas identificou cuidadosamente as incógnitas do problema 10.

A preocupação com a identificação das incógnitas deve estar presente no início da utilização da linguagem algébrica, na solução de problemas. Nas entrevistas foi observado que poucos sujeitos manifestaram essa preocupação. Nos alunos “mais capazes”, evidenciou-se, pelas soluções apresentadas, que eles possuíam clareza na identificação das incógnitas com as quais estavam trabalhando, mas, geralmente, não explicitavam essas identificações. Alunos “menos capazes”, utilizaram pouco a linguagem algébrica, sem sequer identificar incógnitas.

No projeto piloto, Araujo (1998), dentre as dificuldades encontradas por alunos da área de exatas, na solução da mesma série de problemas algébricos, destacou a associação de incógnitas aos objetos presentes no enunciado do problema, o que pode ser verificado no protocolo de um aluno que participou deste projeto.

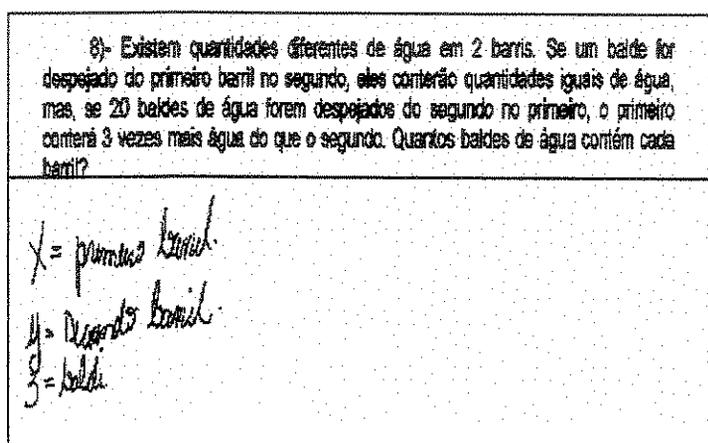


Fig. 15: Identificação de incógnitas aos objetos

Além de identificar os barris por x e y , ele identificou o balde pela letra z , o que confundiu o raciocínio do aluno.

O fato de as incógnitas representarem valores numéricos desconhecidos é, freqüentemente, pouco trabalhado, e essa ausência de preocupação com a identificação das incógnitas acarreta, muitas vezes, um ensino da álgebra desprovido de significado para o aluno.

Um outro tipo de procedimento NA_4 , apareceu nas soluções do problema 8 (fig. 16). No primeiro protocolo, a aluna fez o desenho, representando os barris, mas os traços não respeitaram os dimensionamentos do enunciado. O primeiro barril teria mais água que o segundo. Na segunda solução, a aluna fez esquemas com setas, indicando que a água que sai de um dos barris vai para o outro. Não conseguiu, porém, avançar no raciocínio, tendo se limitado ao esquema.

8) Existem quantidades diferentes de água em 2 barris. Se um balde é despejado do primeiro barril no segundo, eles conteriam quantidades iguais de água, mas se 20 baldes de água são despejados do segundo no primeiro, o primeiro conteria 3 vezes mais água do que o segundo. Quantos baldes de água contém cada barril?

Fig. 16: Soluções apresentadas pelos sujeitos 3 e 1, respectivamente
– procedimento NA₄

6) "Conte-me, vovô, quantos ano tem seu filho?" "Tantas semanas quanto meu neto tem em dias." "E qual é a idade de seu neto?" "Tantos meses quanto eu tenho em anos." "Quantos anos de idade você tem?" "A soma de nossas idades é igual a 100 anos." Qual é a idade de cada um em anos? (Considere que o mês tem 4 semanas e o ano 12 meses)

1 semana - 7 dias
1 ano - 12 meses

x

Vó Filho Neto (anos)

$x = 30 \cdot x / 12$

$Vó + Filho + Neto = 100$

Fig. 17: Solução apresentada pelo sujeito 9
– procedimento NA₄

Nesse protocolo pode ser percebido que o sujeito fez apenas esquemas, nos quais elaborou frases apanhadas do enunciado, destacando a "equação"

" $vo + filho + neto = 100$ ", provavelmente, se referindo a soma 100 da futura idade deles.

Ficou evidenciado, pelas igualdades, que o sujeito procurava o entendimento do enunciado.

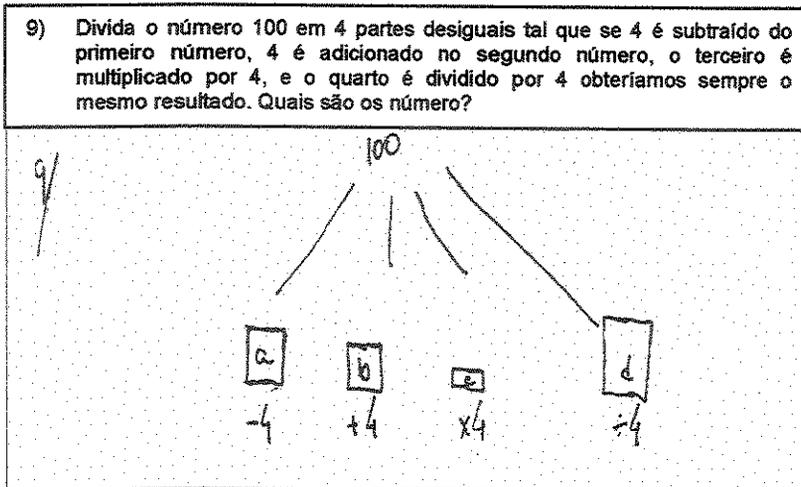


Fig. 18: Esquema dimensionado apresentado pelo sujeito 2.

O sujeito foi o único a apresentar um esquema dimensionado¹¹, para tentar resolver o problema, no qual estimou os tamanhos dos retângulos pelos valores dos números procurados.

Essa consideração ficou evidenciada na fala do sujeito, quando foi-lhe solicitado a explicitar o esquema utilizado:

“Vou dividir o 100 em quatro números desiguais. O quarto número é o maior número, pois eu vou dividir ele por quatro e obter depois um resultado igual aos outros, e o terceiro vai ser o menor de todos, pois eu vou multiplicar por quatro e depois obter um resultado igual aos outros, né? E estes aqui (aponta o primeiro e o segundo retângulos) são mais ou menos parecidos, pois este aqui (aponta o primeiro) eu vou subtrair quatro e este aqui (aponta o segundo) adiciona quatro, e eles vão dar o mesmo resultado”.

A seguir são destacados alguns procedimentos, utilizados durante a aplicação do teste de solução de problemas, os quais foram apontados na descrição dos sujeitos e constam da tabela 55 (anexo 7).

¹¹ Após o esquema, o sujeito monta corretamente um sistema de equações que não consegue resolver; por este motivo, seu procedimento foi considerado do tipo A₂.

Outros procedimentos utilizados

Um dos procedimentos utilizados refere-se à necessidade de recorrência a dados numéricos, para verificar a relação entre as incógnitas, a fim de montar a equação.

10 Eu tenho 3 vezes mais idade do que eu tinha quando meu irmão tinha a minha idade. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem agora, juntos teremos vividos 96 anos. Quantos anos cada um de nós tem agora?			
30)	ANTES	HOJE	DEPOIS
EU	x	$a = 3x$	$b = 3x + cte$
IRM	$y = a$	$b = 3x + cte$	$c = b + cte$
	$y - x = cte$	ANTES	HOJE
		5	15
		10	20
		30	30
		30	40
		20	60
		21	63

Na resolução do problema 10, o sujeito construiu esquemas numéricos para montar a equação $a = 3x$ e $b = 3x + cte$; num primeiro momento, não soube dimensionar essa constante; foi auxiliado nessa relação, terminando corretamente de resolver o problema.

Fig. 19: Esquema numérico apresentado pelo sujeito 11.

Esse fato também foi observado em outras situações. Por exemplo, o sujeito 10, ao receber pela segunda vez o exercício 4, (ver figura 6), teve dificuldade na montagem de uma equação para a frase “o livro é quatro vezes mais caro que o caderno” e, quando orientado, recorreu a uma situação numérica, assim se expressando: “O caderno vale dois, se o livro custa quatro vezes mais caro que o caderno (...) ele vai valer quatro vezes mais, é 8 vezes (...) o x é quatro vezes o y ”.

Um tipo análogo de “recorrência a dados numéricos” proposto por Krutetskii (1976), no Teste VII – “Sistema de problemas, com transformação gradual do concreto ao abstrato” consistia em uma série de dez problemas, cada um contendo três ou quatro variantes intermediárias, entre a situação-problema com os dados literais e a situação-problema com os

dados totalmente numéricos. Usando esta série, Lopes e Spalleta (1996) trabalharam com alunos de diferentes níveis de habilidades algébricas, aos quais era entregue, inicialmente, o problema totalmente literal e, caso não o solucionassem, eram entregues as variantes do problema. O recorrer a situações em que os dados são totalmente ou parcialmente numéricos, permitiu aos pesquisadores perceberem o momento em que a generalização ocorreu, levando-os a concluir que a solução de problemas, com dados genéricos, na qual o aluno pode estabelecer recorrência a dados numéricos, vem acrescentar uma abordagem que parece ser significativa, no processo ensino-aprendizagem da álgebra.

Brito (1996b), utilizando a mesma série de problemas, dentre outras considerações, concluiu que a recorrência a dados numéricos permite que o aluno estabeleça generalizações, passando da situação concreta para a abstrata.

Outra situação que merece destaque foi a seqüência de igualdades utilizada incorretamente.

$$\begin{array}{l} 313 + 12 = 325 \div 13 = 25 \\ 313 - 13 = 300 \div 12 = 25 \end{array}$$

Fig. 20: Seqüência de igualdades apresentada pelo sujeito 1.

A aluna, na comprovação do resultado encontrado ao problema 1, usou uma expressão aritmética que é formalmente incorreta, chegando a um resultado correto. Porém, sem dúvida, para ela não existiu a incorreção: fica claro que primeiro adicionou 313 e 12 e depois dividiu o resultado da soma por 13 (primeira linha da figura 20) obtendo 25.

Esse tipo de procedimento, em aritmética, geralmente não afeta o resultado final, porém pode causar dificuldades com expressões algébricas, pois pode ser perdida a referência ao contexto no qual a expressão foi originada, influenciando o resultado final (Alonso et al., 1973). Como exemplo, para expressar a sentença “adicionando 3 a um número e multiplicando o resultado por 2 obtém-se 100”, usando uma seqüência de igualdades incorretamente, poder-se-ia ter a representação algébrica $x + 3 = y \cdot 2 = 100$; o y estaria

representando a soma $x + 3$. Esse procedimento pode levar ao resultado $x = 97$ que, não satisfaz o enunciado.

As dificuldades de linguagem constituem obstáculos para a solução de problemas algébricos. Essa dificuldade foi manifestada pelo sujeito 6, quando, por ocasião da devolução do terceiro problema, a aluna perguntou: “este ‘com’ aqui (mostra o enunciado) é ‘mais’?”

Tal procedimento, não esperado para alunos de curso superior, comprova que dificuldades “primárias” de leitura e interpretação dos enunciados dos problemas persistem, quando não são suficientemente trabalhadas, desde as séries iniciais do ensino fundamental.

Outro procedimento observado consistiu na tentativa de “traduzir palavra por palavra” do enunciado, para uma outra linguagem.

10) $3x = 96$
 $3x + \text{idade do irmão}$
 Juntos agora 98.
 96
 06 32

Fig. 21: Tradução “palavra por palavra” apresentada pelo sujeito 8.

Tal procedimento se revelou, quando, no problema 10, a aluna lê “três vezes mais” e ela imediatamente escreve “ $3x +$ ”, como pode ser verificado no protocolo ao lado.

A necessidade de fechamento do raciocínio aparece quando, ao escrever uma determinada expressão, o sujeito tem que associar a ela um novo valor ou letra, para designar o resultado alcançado. Nos protocolos da figura. 22, de um aluno considerado “capaz” e de um “menos capaz”, observou-se essa necessidade. No caso do sujeito 6, ao tentar resolver o primeiro problema ele associou $12 + x$ a y , dividindo o y por 13; do mesmo modo, $x - 13$ foi associado a y , que na seqüência foi dividido por 12. Evidenciou-se a necessidade do “fechamento do raciocínio”, além de dificuldades relativas ao uso do princípio de equivalência. O sujeito 2, igualou a expressão $\frac{x+12}{13}$ a “ a ” e $\frac{x-13}{12}$ a “ b ”; depois indicou que $a = b$.

Fig. 22: Soluções apresentadas pelos sujeitos 6 e 2, respectivamente, indicando o “fechamento do raciocínio”.

Fica clara, nos trechos dos protocolos mostrados a seguir, a presença da capacidade, descrita por Krutetskii (1976) e por Neumann (1995), de “abreviar o processo de raciocínio matemático”, que é um dos componentes da habilidade matemática. Essa capacidade foi percebida pelo autor nos sujeitos considerados “mais capazes” em matemática. Tal habilidade consiste em substituir uma série consecutiva de associações por uma única associação, levando a uma economia do pensamento e a uma solução mais “elegante” do problema..

Figura 23: Soluções apresentadas pelos sujeitos 5 e 4, respectivamente – abreviação do raciocínio.

No primeiro protocolo da figura 23 evidencia-se que o sujeito fez esquemas, chegando a obter a equação incorreta $5x + 8x = 96$ e passou, imediatamente, para a solução correta do problema 10. Do lado direito, no canto inferior, está a solução que o aluno apresentou, quando foi solicitado a explicitar o procedimento utilizado.

Já a solução efetuada pelo sujeito 4, apesar de também ser abreviada, é mais clara, mais elegante, colocando referências escritas, para se situar.

A última observação a ser feita, refere-se ao não questionamento da resposta encontrada pelo sujeito.

O aluno 10, procedendo incorretamente no primeiro problema obteve “1” por resposta (figura 7). A ausência de questionamento da solução encontrada fez com que o aluno aceitasse e apresentasse a resposta como verdadeira. Como observado em outros protocolos, a solução falsa encontrada, não funcionou como um “alerta”, para o indivíduo, de que algo errado estava ocorrendo.

Levar os alunos, após a obtenção da resposta, a questionar a solução encontrada, a partir do enunciado do problema, deve ser uma preocupação da escola desde as séries iniciais. Questionar, comprovar e validar a resposta encontrada para um problema, conduz o aluno a questionar a solução apresentada, avaliar o procedimento usado e buscar, se necessário, a correção do erro cometido, corrigindo falhas e aparando arestas. Assim procedendo, o aluno será conduzido a adquirir uma postura crítica frente a uma situação-problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

CAPÍTULO 8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apontou para a necessidade de novos estudos que possibilitem uma compreensão global das questões aqui trabalhadas. Algumas considerações podem ser apresentadas, em adição àquelas feitas no desenvolvimento do trabalho.

Faz-se oportuno enfatizar, inicialmente, o problema principal, explicitado na introdução desta pesquisa: **Existem relações entre as habilidades matemáticas, as atitudes relacionadas à matemática e a escolha profissional?**

Na tentativa de esboçar algumas reflexões a esse respeito, diversos aspectos relacionados ao problema foram abrangidos. Para tanto, os capítulos foram desenvolvidos de forma a atingir os vários objetivos propostos.

É importante salientar a preocupação desse estudo, em destacar alguns aspectos do ensino, presentes no contexto atual. Neste sentido, torna-se necessário lembrar o mau desempenho em matemática de alunos brasileiros, denunciado por algumas pesquisas. Castro (1999) apontou para o fato de alunos de 8ª série no Brasil apresentarem resultados, em testes de matemática, semelhantes aos alunos de 4ª série, e que alunos da 3ª série do ensino médio apresentarem resultados ainda piores. Os índices de acertos nacionais, na avaliação realizada pelo SAEB – 1995 em relação ao conhecimento matemático de alunos de 3ª série do ensino médio, não atingiram 40%. Essa problemática conduz a questionamentos a respeito do sistema brasileiro de ensino, no qual destaca-se o índice de 14,7% de analfabetismo da população com idade maior ou igual a quinze anos. Em relação ao ensino superior, apenas 13% dos nossos jovens estão freqüentando a universidade, índice considerado não aceitável, segundo os padrões internacionais. Esses dados constituem um alerta para a necessidade de serem promovidas mudanças na política educacional, no sentido de garantir um ensino de qualidade para a maioria da população brasileira.

Dados estatísticos, revelados por pesquisas ligadas a órgãos governamentais, indicam que apenas uma percentagem inferior a 30% dos adolescentes brasileiros, na faixa etária dos

quinze aos dezessete anos, encontra-se matriculada no ensino médio, além de que apenas 16,5% dos alunos conseguem concluí-lo.

Mesmo referindo-se a uma pequena parcela da população que tem condições de realizar uma escolha profissional, que foi considerada na presente pesquisa como a escolha que o adolescente faz, ao término do ensino médio, para continuar seus estudos, em direção a um curso superior, revela sua importância uma vez que ela é determinante para o país, pois, provavelmente, nas mãos destes futuros profissionais estarão os cargos de liderança e as decisões que determinarão os rumos da história.

Outros aspectos que se incorporam ao cenário atual e que interferem na vida dos jovens, consistem em mudanças científicas e tecnológicas. A sociedade atual, palco de transformações que se sucedem rapidamente, impõe novos valores para o jovem, exigindo deste um novo perfil em que formação e experiências anteriores são condições necessárias para facilitar sua admissão no mundo do trabalho. Além disso, é esperado que o indivíduo esteja apto para aprender continuamente e tomar decisões frente a novos problemas. Neste cenário, o adolescente, que necessita fazer a escolha por um curso superior, recebe ainda diversas outras influências: da família; de amigos; dos meios de comunicação; de relacionamentos com as diversas profissões e das informações recebidas por outras vias. A escolha profissional, nesse contexto, se traduz em uma escolha de vida, pois, de certa forma, determinará o futuro do indivíduo. Pode-se afirmar ainda que a escolha profissional ocorre em uma relação dialética com o meio: o indivíduo confronta suas necessidades e aptidões com as exigências e os recursos de que dispõe para atingir seus objetivos.

Esta pesquisa foi desenvolvida em duas fases distintas e complementares, quais sejam: a **primeira** que buscou em um grupo amplo de sujeitos, caracterizar alguns aspectos relevantes aos objetivos do presente estudo. A **segunda**, decorrente da primeira, buscou verificar como os alunos de diferentes áreas e níveis de habilidades, **resolvem problemas algébricos com enunciado**.

Na primeira fase da pesquisa, a análise dos dados obtidos mostrou que as habilidades matemáticas, apresentadas pelos sujeitos, e que foram inferidas a partir do desempenho no teste algébrico, exerceram um papel de destaque, no momento da escolha profissional. Os sujeitos da área de exatas apresentaram desempenho superior aos sujeitos da área de

biológicas e estes, por sua vez, obtiveram resultados superiores aos sujeitos da área de humanas.

Os trabalhos desenvolvidos por Krutetskii (1976) sobre a estrutura das habilidades matemáticas constituíram a base teórica deste estudo; a habilidade matemática foi considerada como sendo um conjunto de características psicológicas individuais, principalmente da atividade mental, que influencia o sucesso na realização das atividades matemáticas escolares.

Considerando a atitude como a disposição interna, idiossincrática, dos indivíduos frente a objetos, pessoas ou eventos (Brito, 1996), foi encontrada **diferença significativa da atitude em relação à matemática, entre as áreas de opção profissional**, nas análises efetuadas com as duas amostras: ensino médio e ensino superior. Pode-se inferir que, para os sujeitos desse grupo, **a escolha profissional estava relacionada à atitude em relação à matemática**. Os alunos, com opção na área de exatas, apresentaram atitude mais positiva que os das demais áreas; indicando, portanto, que existe relação entre a atitude e a procura pela área de exatas.

Como relatado em muitas pesquisas (Hilton e Berglund, 1974; Frost, Hyde e Fennema, 1994; Brito, 1996a), encontrou-se neste trabalho **uma relação positiva entre a atitude e o desempenho em relação à matemática, para os alunos das áreas de exatas e de biológicas**, tanto para o ensino médio quanto para o ensino superior. Entretanto, para a área de humanas, este resultado não se comprovou nos dois níveis de ensino. Um aspecto, que poderia justificar tal resultado no ensino superior, refere-se ao fato de esses alunos pertencerem a um curso de Pedagogia, que não contém disciplinas de matemática em seu currículo. Além disso, esses sujeitos, na resposta relativa à utilidade da matemática, aparentemente a percebem ligada ao cotidiano das pessoas, porém, associada a atividades práticas como compras, identificação de quantidades, trato com dinheiro, enfim em atividades que envolvem números e suas operações. Os resultados parecem indicar que **a percepção destes alunos sobre a utilidade da matemática é restrita**, não a concebendo em aspectos mais abrangentes. Assim, concebem que não compreender e não aplicar a álgebra (a maioria dos alunos de Pedagogia - 54,4% - tirou zero no teste algébrico) não prejudicaria, ou não faria falta para o entendimento e a utilização da matemática. Isso, possivelmente, explica o resultado encontrado: alunos de humanas, com atitudes positivas em relação à matemática, porém com mau desempenho no teste algébrico.

Assim sendo, cabe destacar a necessidade de inclusão, no curso de Pedagogia, de disciplinas de matemática que, além de trabalhar conteúdos, buscando formar conceitos e ampliar a visão dos alunos sobre sua aplicabilidade, realizasse um trabalho de desenvolvimento de atitudes mais positivas, em relação à matemática. Ressalta-se que, na escala de atitudes, a média encontrada, para os sujeitos do curso de pedagogia, foi de 48,73 pontos, abaixo da média geral de 53,5 pontos. Tal necessidade é justificada, também, pelo fato de a grande maioria desses alunos ministrar aulas nas primeiras séries do ensino fundamental, sendo os responsáveis pela formação matemática inicial de crianças. As atitudes negativas que esses alunos-professores apresentaram podem influenciar seus alunos na futura atitude em relação à matemática, formando um círculo vicioso: professor com atitude negativa → aluno com atitude negativa → futuro professor, embora tal afirmação necessite de estudos mais elaborados.

A atitude em relação à matemática também foi analisada por tipo de escola, no ensino médio, e os resultados mostraram que os alunos da escola pública apresentaram atitudes mais positiva que seus pares da escola particular. Os resultados se invertem em relação ao desempenho no teste algébrico: alunos da escola particular tiveram desempenho médio, superior aos da escola pública. Não foi encontrada relação direta entre o desempenho e a atitude com os sujeitos desse grupo. Tal fato pode ser atribuído, provavelmente, às características de cada professor e às diferentes exigências em cada uma das escolas.

Nas respostas dadas à questão sobre a expectativa do aluno em relação ao ensino de matemática, os alunos da escola pública deixam transparecer um relacionamento afetivo com o professor, e este sentimento, provavelmente, se transferiu para a disciplina. Nesta questão, 52,6% desses alunos manifestaram que o ensino atual da matemática é bom e assim gostariam que ele continuasse; foi comum encontrar respostas do tipo “*deve continuar como está, pois a professora é nossa amiga*”. Na escola particular, essa mesma resposta só foi apresentada por 8,5% dos alunos; muitos consideraram as aulas longas, cansativas, com ensino voltado apenas para o vestibular, condenaram o uso de uma metodologia sempre igual, onde é exposta a teoria seguida de exercícios. Além disso, interpelados sobre a disciplina de que mais gostam, 33,8% dos alunos da escola pública responderam ser a matemática e, apenas 9,6% da escola particular, deram esta resposta.

Outro fator apontado foi sobre a expectativa dos alunos do ensino superior a respeito do ensino de matemática. Independentemente da área, os dados sugeriram que os alunos apresentavam um descontentamento com o atual ensino ministrado; sugerindo mudanças tanto metodológicas (*mais aplicações, métodos que atinjam um maior número de alunos, menos teoria e mais exercícios, não só sala de aula, dentre outras*) quanto mudanças ligadas a aspectos afetivos (*aulas mais descontraídas, mais dinâmicas, não tão massacrantes, professores mais interessados e entusiasmados com o ensino*).

Dentre os resultados da primeira etapa do trabalho, deve ser ressaltado o mau desempenho dos alunos no teste algébrico (média de 6,01 pontos no ensino médio e 5,7 no ensino superior, dentre os 20 pontos possíveis). Visto que o teste abrangia questões de álgebra elementar que contemplavam diversos aspectos desta parte da matemática, esperava-se um domínio maior desse conteúdo pois os sujeitos eram concluintes do ensino médio ou ingressantes do ensino superior.

Não foi feito um levantamento dos erros ou das principais dificuldades encontradas, por questão, no teste algébrico. Os resultados, porém, indicaram que a escola e os educadores matemáticos devem dar mais atenção a este conteúdo, a fim de se construir um conhecimento algébrico mais significativo para os alunos. Um estudo detalhado das questões poderia trazer mais contribuições para o desenvolvimento e avanço de estudos correlatos que considerassem os diversos aspectos inerentes ao ensino e à aprendizagem da álgebra.

Quanto à autopercepção do desempenho matemático, no ensino médio, os dados obtidos nesta pesquisa mostraram uma grande diferença entre os tipos de escolas analisadas: na escola particular, 32,5% consideram seu desempenho fraco ou muito fraco, enquanto na escola pública apenas 16,1% marcaram estas opções.

Ainda em relação à descrição da análise dos dados, referentes à primeira fase, dentre as justificativas dos alunos que consideraram ter um fraco desempenho em matemática, chamou atenção as diferenças das respostas apresentadas por alunos das diversas áreas: na área de exatas, o mau desempenho era geralmente atribuído à falta de conhecimento do conteúdo, enquanto nas outras áreas, de um modo geral, a justificativa se relacionava com as dificuldades do aluno, por não possuir habilidade para esta disciplina.

O estudo que buscou verificar a existência de diferenças significativas entre as diversas variáveis pesquisadas, mostrou que, no ensino superior, a variável autopercepção

do desempenho anterior em matemática está relacionada, significativamente, com as variáveis gênero, idade, autopercepção de desempenho atual, disciplina de que mais e de que menos gostava durante sua formação anterior, bem como com a autopercepção do ensino anterior de matemática.

Assim sendo, no ensino superior, a autopercepção do desempenho anterior está diretamente relacionada com a autopercepção atual do desempenho em matemática: os sujeitos do sexo masculino se percebem mais com bom desempenho que o feminino. Além disso, nenhum deles considerou seu desempenho *muito fraco*. Esta opção foi assinalada por quatro sujeitos do gênero feminino, e todas assinalaram ser a matemática a disciplina menos apreciada, durante o aprendizado anterior. Já, dos que se categorizaram como *muito bom*, 48,3% indicaram a matemática como a disciplina preferida. Pode-se inferir que, quanto mais o sujeito gosta de matemática melhor é seu desempenho e vice-versa. Da mesma forma, quando o sujeito possui uma percepção de melhor desempenho anterior em matemática, ele considera ter tido um ensino de melhor qualidade.

No **ensino médio**, por sua vez, a **autopercepção do desempenho em matemática** mostrou-se relacionada apenas com as questões sobre: a disciplina de que os alunos mais gostam e de que menos gostam; a expectativa sobre o ensino e a autopercepção do ensino de matemática anterior. A relação entre as disciplinas de que mais gostam e de que menos gostam e a autopercepção do desempenho em matemática apareceu no ensino médio da mesma forma que no ensino superior. Quanto à expectativa sobre o ensino de matemática foi verificado que 50% dos que consideraram seu desempenho *muito bom* gostavam do ensino como estava, e entre os que afirmaram ter desempenho *fraco* esta percentagem diminuiu para 14,3%; em outras palavras, dentre os que se percebiam com desempenho *fraco* 85,7% sugeriram mudanças no ensino desta disciplina.

No ensino superior, o **resultado do teste algébrico** mostrou relação com a maioria das variáveis pesquisadas, a saber: idade, gênero, trabalho, tipo de curso, escola e período frequentado durante o ensino médio, ano de conclusão do ensino médio, frequência a curso preparatório para o vestibular, autopercepção do desempenho atual e anterior, disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava, motivo que o levou a optar pela área, período que o aluno frequenta, visão da utilidade da matemática, autopercepção do ensino anterior e expectativa sobre o seu ensino.

A análise dos dados do **ensino superior**, nas comparações entre gênero, idade, ter emprego ou não, mostrou que **os sujeitos do sexo masculino, os mais jovens e os que não trabalham** obtiveram melhor desempenho no teste algébrico. Da mesma forma, os alunos que fizeram o **colegial normal ou curso técnico** tiveram melhor desempenho que os que fizeram magistério ou supletivo. Ainda, obtiveram melhor resultado os alunos que cursaram anteriormente **escola particular**, que freqüentaram escola no **diurno** e os que fizeram o **curso preparatório para o vestibular**. Além disso, tiveram desempenho superior os que assinalaram gostar mais de **disciplinas de exatas**.

No **ensino médio**, o desempenho no teste algébrico mostrou estar relacionado apenas às variáveis idade, tipo de escola e autopercepção de desempenho: os **mais jovens**, os alunos da **escola particular** e os que tinham **autopercepção de melhor desempenho** obtiveram resultado superior no teste algébrico.

A **atitude em relação à Matemática**, no **ensino superior**, por sua vez, estava relacionada com: o gênero (os do **gênero masculino** mostraram atitude mais positiva); a percepção do desempenho anterior e atual (os que consideraram ter **melhor desempenho** mostraram atitude mais positiva); a disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava; a visão da utilidade da matemática (os que deram respostas categorizadas em outras, como *“para mim não tem utilidade”* ou *“só é útil o básico”*, mostraram atitudes mais negativas) e a autopercepção do ensino anterior. No **ensino médio**, a **atitude em relação à matemática** se relacionou com: a idade, o tipo de escola, as turmas de cada escola, a autopercepção de desempenho, o estar ou não fazendo curso preparatório para o vestibular, a disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava, a visão da utilidade da matemática, a autopercepção do ensino anterior e a expectativa sobre o seu ensino (o grupo dos que responderam que **não se necessitam mudanças** apresentou **atitude mais positiva**).

Pode-se inferir destas duas análises – do ensino superior e do ensino médio – que a autopercepção de desempenho (atual ou anterior) em matemática influencia fortemente o desempenho no teste algébrico e também a atitude em relação à matemática. Outras variáveis mostraram influência sobre a atitude em relação à matemática: a visão da utilidade da matemática; a autopercepção que o aluno possui do seu aprendizado matemático anterior, bem como a disciplina da qual mais gostava e da qual menos gostava.

Ainda, relativamente aos resultados obtidos na primeira fase desta pesquisa, é importante destacar que as respostas dos alunos, às questões abertas, deixam transparecer, ou mesmo registram muito do que ocorreu nas suas experiências, em relação ao ensino da matemática. Transparece em muitas delas o relato da experiência pessoal: o descontentamento com as aulas de matemática; a falta de aplicação dos conceitos; aprendizagem de forma mecânica, repetitiva, valorizando mais a memorização em detrimento da construção do conceito; excesso de conteúdos; além de outras questões muitas delas apontando para a má formação dos professores.

Nas respostas à questão relativa à expectativa em relação ao ensino de matemática, muitos alunos clamam por atividades motivadoras e desafiantes que proporcionem um ensino/aprendizagem mais dinâmico. Além das respostas ligadas ao processo ensino/aprendizagem, apareceram muitas respostas relacionadas a aspectos afetivos, tais como: o medo, o julgar-se incapaz, os traumas, o desinteresse diante de uma disciplina que não entendem e passam a desprezar. Neste momento é oportuno recorrer novamente às palavras de Orton (1990) que afirmou: *“é possível que, não entendendo a matemática, os alunos se sintam frustrados, experimentem ansiedade e cheguem a rechaçar a matemática como atividade significativa e valiosa”*.

A segunda fase desta pesquisa trata de um estudo que permitiu verificar como os alunos de diferentes áreas e de diferentes níveis de habilidades algébricas, resolviam problemas com enunciado. Os desempenhos obtidos pelos alunos, em resolução de problemas – teste final –, mostraram-se de acordo com os desempenhos dos mesmos, no teste algébrico, realizado na primeira fase – teste escrito –, em outras palavras, **os alunos que obtiveram bom desempenho no teste escrito, também apresentaram os melhores resultados no teste final.**

Os resultados, nesta segunda fase, comprovaram também que os alunos que obtiveram os **melhores desempenhos no teste final**, geralmente, apresentaram **atitudes mais positivas em relação à matemática.**

Durante a resolução dos problemas que compõem o teste final, um dos fatos que chamou a atenção, é que nenhum dos alunos selecionados como “menos capazes” resolveu sozinho o primeiro problema (considerado o mais fácil), enquanto os demais alunos o resolveram. Na análise dos procedimentos utilizados, verificou-se que alunos “menos capazes”, geralmente, não utilizavam procedimentos algébricos. Quando esses alunos

explicitavam algum procedimento, a estratégia utilizada consistia em estimarem soluções ou realizarem operações com os números que apareciam no enunciado, e que não conduziam a uma solução correta do problema.

Pode-se inferir que esses alunos, que mostraram anteriormente um desconhecimento de conteúdos algébricos, cujos dados foram revelados pelo resultado do teste escrito, não possuem habilidades para resolver problema, usando procedimentos algébricos e, por isso, procuram algum meio de resolvê-lo dialogando com os elementos que aparecem no enunciado ou buscando soluções que satisfaçam o problema. Esses alunos demonstraram, nesses procedimentos, um raciocínio desprovido de qualquer lógica compatível com o enunciado, como pode ser verificado nos exemplos descritos no capítulo 7.

Dentre os procedimentos observados, destacaram-se erros devido à dificuldade da própria álgebra, tanto em nível conceitual quanto no uso incorreto de propriedades, de operações, de definição das incógnitas; ou ainda, de dificuldades advindas da aritmética como erros em operações, em propriedades ou na prioridade das operações, entre outros. Ressalta-se que vários dos procedimentos observados foram também citados por outras pesquisas, conforme pode ser verificado no referencial teórico: modelar inadequadamente o problema pelo uso incorreto da proporcionalidade, pela associação de objetos do enunciado às incógnitas, pelo igualar expressões a zero a fim de obter equações, ou ainda pela tradução literal do enunciado. Quanto aos erros de processamento das equações observou-se o uso incorreto do princípio de equivalência e o uso indevido de regras como “muda lado – muda sinal”. Reforçando essa idéia Falcão (1996) ressaltou que a regra “muda lado– muda sinal” é a regra predominantemente utilizada, muitas vezes incorretamente, conduzindo a muitos erros de processamento das equações.

Outro fato detectado, e que consta dos comentários de Dante (1995), consiste em o aluno encontrar uma solução que satisfaz parcialmente ao enunciado do problema e apresentá-la como solução geral. Muitas vezes, o aluno não percebe a totalidade do enunciado, satisfazendo-se com resultados que respondem parcialmente ao problema.

Também foi observado que muitos alunos procuram fazer esquemas ou desenhos para facilitar a obtenção da solução, porém, não progredem, não abstraíndo o significado da representação, limitando-se a esses esquemas. Ainda, dentre os procedimentos observados, merecem destaque: a recorrência a situações numéricas para a obtenção da equação; a

preocupação na identificação das incógnitas; o uso incorreto de seqüências de igualdades numéricas; as dificuldades com linguagem básica do cotidiano; a necessidade do fechamento e o não questionamento da resposta encontrada.

Convém ressaltar que muitos procedimentos utilizados não se constituem em fatos negativos, e que eles devem ser até mesmo estimulados pela escola. Alguns procedimentos podem auxiliar o aluno no processo de resolver o problema como: identificar cuidadosamente as incógnitas; fazer esquemas para facilitar a compreensão e a modelagem do problema; recorrer a situações numéricas para a obtenção da relação entre as incógnitas; questionar a resposta encontrada, procurando sua adequação aos dados do problema.

Ressalta-se que muitos desses procedimentos, com o desenvolvimento de habilidades próprias da álgebra, são abandonados ou não são explicitados pelos alunos, não prejudicando o raciocínio destes, como por exemplo, nesta pesquisa a maioria dos alunos “capazes” no processo de resolução de problemas, desprendiam-se de registrar, por escrito, a identificação das incógnitas, direcionando-se à formulação das equações.

Uma das habilidades matemáticas descritas por Krutetskii (1976) foi a “abreviação do raciocínio matemático”, em que uma seqüência de associações é substituída por uma única associação. Essa “abreviação” foi observada entre a maioria dos sujeitos “capazes”. Outras habilidades também foram possíveis de serem observadas nesses alunos, como: a procura por soluções mais claras e simples, consideradas “mais elegantes”; a facilidade de selecionar, entre as informações do enunciado, as necessárias para resolver o problema; a generalização rápida para a obtenção da equação, modelando o problema e o tipo de memória matemática que é generalizada e operativa, voltada para estruturas de raciocínio e linhas de procedimento, isto é, para tipos característicos de métodos de solução. Além disso, geralmente, o processamento algébrico para os alunos “capazes” ocorria rapidamente e sem dificuldades após a modelagem do problema.

Ressalva-se dentre os alunos “capazes”, que o sujeito do ensino superior da área de humanas, classificado como “capaz”, cujo resultado no teste algébrico foi de 6,0 pontos (em um total de 20 possível) que o classificou como “capaz”, não apresentou as habilidades citadas acima, no teste individual, tendo mostrado uma rigidez de raciocínio, que ficou explícita na dificuldade que tinha para desenvolver estratégias diferentes para o mesmo problema. A característica do sujeito era a insistência em procurar resolver os problemas, mas sempre

recaia nas considerações incorretas feitas inicialmente. Essa “rigidez de raciocínio” desse aluno, explicitada na dificuldade do processo de resolução de problemas, encontra um elo de ligação com as habilidades matemáticas descritas por Krutetskii (1976), o autor verificou ser difícil para os alunos “médios” e “menos capazes” procurarem outras estratégias de resolução para um mesmo problema. Esses alunos, geralmente, voltam seus pensamentos para o método anteriormente adotado e o referido autor enfatizou a inércia e a rigidez do pensamento, contrária à *flexibilidade dos processos mentais*, habilidade pertencente aos alunos considerados, por ele, como “capazes” em matemática.

Finalmente, ressalta-se que os alunos do ensino médio, considerados “capazes”, com opções nas áreas de exatas e humanas, foram os que apresentaram os melhores desempenhos no teste final, superando os sujeitos do ensino superior, independente das áreas, dessa mesma categoria. Eles resolveram o décimo problema, o mais difícil, sem auxílio, enquanto que dois dos sujeitos considerados “capazes”, do ensino superior, somente resolveram o mesmo problema, quando auxiliados. Convém destacar que diversos fatores interferem nos resultados obtidos, através da análise dos dados dos sujeitos pesquisados. Especificamente, nesse contexto, os melhores desempenhos obtidos, por alunos do ensino médio, pode ser atribuído à complexidade de múltiplos fatores que poderiam influenciar esses alunos no hora da pesquisa, tais como: motivação por causa do vestibular; atividades semelhantes podem estar sendo desenvolvidas em sala de aula; contexto social; acesso às tecnologias; condições psicológicas gerais, que incluem o estado mental do indivíduo, a sua personalidade, as atitudes, os conhecimentos, as destrezas e os hábitos.

Dentre os sujeitos considerados “menos capazes”, os que tiveram os piores desempenhos optaram pela área de humanas, resultados que concordaram com aqueles obtidos na primeira etapa desta investigação.

O sujeito “menos capaz” da área de exatas, do ensino superior, apresentou, no teste final, desempenho inferior ao sujeito também considerado “menos capaz” do ensino médio com opção para a área de biológicas. Ele se destacou, dos demais sujeitos da mesma categoria, por sempre procurar encontrar uma solução algébrica para resolver os problemas, mas errava na sua modelação por sempre igualar expressões a zero a fim de montar uma equação.

Todas essas considerações reforçam a idéia, segundo a qual são muitas as dificuldades que permeiam o ensino-aprendizagem da álgebra. Faz-se necessário repensar o

ensino da álgebra, procurando desenvolver, na escola, um ensino que tenha significado para o aluno e que seja orientado para o desenvolvimento de habilidades próprias da matéria.

Desta forma é importante retomar as afirmações de Ken (1989) sobre a importância de encorajar as crianças a pensar e a agir algébricamente em vários contextos, a fim de sanar as dificuldades que se apresentam, tanto no pensamento algébrico, quanto na sua expressão.

Vários autores têm alertado para a necessidade de iniciar as crianças, desde cedo, a pensar algébricamente através de situações-problema que garantam o exercício dos elementos caracterizadores desse pensar. Assim procedendo, a escola estará estimulando o desenvolvimento do pensamento algébrico, que facilitará, posteriormente, a compreensão da linguagem algébrica própria.

Quanto à atividade de solução de problemas, convém destacar os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), para o Ensino Fundamental, que ressaltam que essas atividades evidenciam uma aprendizagem que não ocorre pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de uma ação reflexiva que contribui para a construção do conhecimento. Além disso, a preocupação com a solução de problemas algébricos adequados pode ampliar o campo de visão dos alunos, sobre a utilidade da matemática.

É importante garantir que os alunos possam usufruir de um ensino de matemática que os leve a reconhecer e enfrentar, com confiança, os problemas matemáticos, sendo este um dos objetivos primordiais do documento “*Matemática Essencial para o século XXI*” do National Council of Supervisors of Mathematics (1990), independente da área de opção profissional.

O trabalho, com a matemática escolar, além disso, deve se preocupar com o desenvolvimento de atitudes positivas, a fim de que os alunos possam ter mais confiança em suas habilidades, podendo, dessa maneira, melhorar o seu desempenho em tarefas que envolvam a matemática.

Como a matemática se encontra presente nas mais diversas atividades profissionais, as preocupações acima delineadas, por parte de todos os envolvidos com a formação educacional das pessoas, contribuirão para aumentar as possibilidades profissionais dos sujeitos. É importante, também, possibilitar que alunos talentosos em matemática possam desenvolver trabalhos diferenciados que os conduzam em direção a carreiras científicas e tecnológicas.

Enfim, a escola deve procurar meios para que cada indivíduo possa desenvolver, ao máximo, suas habilidades e criar condições para que todos tenham um desempenho conveniente em matemática. É importante também assegurar que os adolescentes possam realizar uma escolha profissional consciente de suas habilidades e que a matemática não seja barreira para muitos anseios profissionais.

Dentre as reflexões apresentadas nesta pesquisa, a questão que mais fortemente se impõe, consiste justamente na realização de pesquisas que venham a subsidiar novas formas de trabalho, relacionadas ao ensino/aprendizagem da álgebra. Essas deverão assegurar um ensino que contemple os diversos aspectos inerentes ao pensamento algébrico, possibilitando a todos, independente do grau de habilidade matemática, a construção de um conhecimento algébrico sólido, prazeroso e significativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aksu, M. (1991). A longitudinal study on attitudes toward Mathematics by department and sex at university level. School Science and Mathematics, 5 (91), 185-191.
- Alonso, F.; Barbero, C.; Fuentes, I.; Azcárate, A. G.; Dozagarate, J. M.; Gutiérrez, S.; Ortiz M. A., Riviere, V. y Veiga, C. (1993). Ideas y actividades para enseñar algebra. Spain: Síntesis.
- Anastasi, A. (1970). Psicología Aplicada. Trad. por Rodolfo Azzi, Vol. 4, Buenos Aires: Kapelusz.
- Araujo, E. A. (1998). As diferenças no pensamento algébrico na solução de problemas matemáticos. Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática. Vol. 2, 630-632, São Leopoldo, RS.
- Araújo, U. F. (1999). Os temas transversais estão na mira do cotidiano escolar. Caderno de Cultura do Sindicato dos Professores de Campinas e Região, 38 (6), 19-22. Entrevista.
- Badano, C. I. e Dodera, M. G. (1998). Uma experiencia de medición de la representación que el alumno tiene de la matemática. Su incidencia sobre la estructura cognoscitiva previa. Educación Matemática, 1 (10), pp.38-47.
- Bohoslavsky, R. (org.) (1983). Vocacional: Teoria, Técnica e Ideologia. Trad. de Cristina França, São Paulo: Cortez.
- Bohoslavsky, R. (1993). Orientação Vocacional: a Estratégia Clínica. Trad. José Maria Valeije Bojart, (9ª ed.), São Paulo: Martins Fontes Ltda.

- Boyer, C. B. (1974). História da Matemática. Trad. de Elza Gomide, (5ª ed.), São Paulo: Edgard Blücher Ltda.
- Brasil. Secretaria da Educação Fundamental (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais – 1º ciclo do ensino fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF.
- Brito, M. R. F.(1996a). Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º graus. Tese de Livre Docência, FE/UNICAMP, Campinas, SP.
- Brito, M. R. F (1996b). Generalization in algebra problem solving and attitudes toward mathematics. Proceedings of the 20th International Conference of the Psychology of Mathematics Education - PME, Vol. 1, 167, Seville, Spain.
- Brito, Fini e Neumann (1994). Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. Pró-posições, 1 (5), 37-44.
- Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e validação de uma escala da atitudes em relação à matemática. Zetetiké, 9 (6), 109-162.
- Brusselmans-Dehairs, C. and Henry, G. F. (1994). The Problem of Gender Inequity is Internacional and must be solved. International Journal of Educational Research, May, pp. 353-360.
- Bussab, W. O. e Morettin, P. A. (1987). Estatística Básica, (4ª ed). São Paulo: Atual.
- Caraça, B. J. (1984). Conceitos fundamentais da matemática. Lisboa: Sá da Costa.
- Castro, M. H. G. (1999). O sistema educacional brasileiro: tendências e perspectivas. In: Veloso, J. P. e Albuquerque, R. C. (orgs).Um modelo para a educação no século XXI. Rio de Janeiro: José Olympio.

- Cazorla, I. M. (1998). Estatística e pesquisa em Educação: utilizando o pacote SPSS for windows. Texto não publicado, grupo de pesquisa em educação matemática, FE/UNICAMP, Campinas.
- Cooney, T. J. and Hirsch, C. R. (orgs) (1990). Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. Virgínia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Corsini, R. J. (org.) (1984). Encyclopédia of psychology. Vol. 1, United States of America: A Wiley-Intercience Publication.
- Costa Neto, P. L. (1977). Estatística. São Paulo: Edgard Blücher Ltda.
- Davis, D. and Ostrom, T. (1984). Atitudes. In: CORSINI, R. J. (org). Encyclopédia of psychology. Vol 1, United States of America: A Wiley-Intercience Publication.
- D' Ambrósio, B. (1993). Formação de Professores de Matemática para o século XXI: O Grande Desafio. Pró-posições, 1 (10), 35-41.
- D' Ambrósio, U. (1986). Da realidade à ação: reflexões sobre educação matemática, (2ª ed.). Editora da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP: Papirus.
- D' Ambrósio, U. (1990). Etnomatemática: Arte ou Técnica de Explicar ou Conhecer. São Paulo: Ática.
- D' Ambrósio, U. (1997). Educação Matemática da teoria à prática, (2ª ed.). Coleção Perspectivas em Educação Matemática, Campinas, SP: Papirus.
- Dante, L. R. (1995). Didática da resolução de problemas de matemática, (7ª ed). São Paulo: Ática.

- Dimenstain, G. (1997). O aprendiz do futuro: Cidadania hoje e amanhã, (2ª ed.). São Paulo, SP: Ática.
- Engelhard, G. Jr. (1990). Gender differences on mathematics items: evidence from the United States and Thailand. Contemporary educational Psychology , 1 (15), 13-26.
- Falcão, J. T. R. (1996) - Clinical analysis of difficulties in algebraic problem solving among brasilian students: principal aspects and didactic issues. Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education - PME, Vol. 2, 257-264, Seville, Spain.
- Fantino, A. M. (1983) . Um aspecto social da orientação vocacional: prestígio e escolha de cursos. In: Bohoslavisky, R. (1983) (org.) Vocacional: Teoria, Técnica e Ideologia. São Paulo: Cortez.
- Ferreira, A. B. H. (1995).Novo Dicionário Básico da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar. Pró-posições, 1 (4), 78-91.
- Fremont, H. (1979). Teaching Secondary Mathematics through Applications. Boston: Prindle, Weber and Schmid.
- Frost, L. A.; Hyde, J. S. and Fennema, E. (1994). Gender, Mathematics perfomance, and Mathematics-related attitudes and effect: A meta-analytic synthesis. International Journal of Educational Research, Vol.21, 373-385.
- Geary, D C. (1995). Children's Mathematical Development. Washington, D. C.: American Psychological Association.

- Gonçalez, M. H. C. e Brito, M. R. F. (1996). Atitudes (des)favoráveis em relação à matemática. Zetetiké, 6 (4), 45-63.
- Hilton, T. L. and Berglund, G. W. (1974) - Sex differences in Mathematics achievement: A longitudinal study. Journal of Educational Research, 5 (67), 231-237.
- Imenes, L. M. P. (1989). Um estudo sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática. Dissertação de Mestrado não publicada, UNESP, Rio Claro, SP.
- Jacobs, J. E. (1991). Influence of gender stereotypes on parent and child mathematics attitude. Journal of Educational Psychology, 4 (83), 518-527.
- Ken, M. (1989). Fostering algebraic thinking in children. The Australian Mathematics Teacher, 4 (45), 14-16.
- Kilpatrick (1994). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In: Educación Matemática, 1-18, Colômbia, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Klausmeier, H. J. and Goodwin, W. (1977). Manual de Psicologia Educacional. Trad: M. C. Abreu, São Paulo: Harper & Row do Brasil.
- Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren, (5th ed). Chicago: University of Chicago Press.
- Lima, L.; Pérides, R. e Takasaki, M., Grupo CEVEC (1978). A variável: escrevendo o movimento. São Paulo: Ciarte.
- Lima, L.; Moisés, R. E Takasaki, M., Grupo CEVEC (1978). Equações: o movimento se particulariza. São Paulo: Ciarte.
- Lins, R. C. (1995). Discos ,fitas e hotéis: produzindo significado para a Álgebra. Revista de Educação Matemática (SBEM - SP), 2(3),.18-24.

- Lins e Gimenes (1997). Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Papirus.
- Lopes, J. A. e Spaletta, A. G. (1996). Uma análise do processo de transformação gradual do pensamento concreto para o abstrato. Texto não publicado, PSIEM/FE/UNICAMP.
- Lucchiari, D. H. P. S. (1993). Pensando e vivendo a orientação profissional. São Paulo: Summus.
- Mallan, W. A. (1993). Impact of school type and sex of the teacher on female students attitudes toward Mathematics, In: Nigéria secondary schools. Educational Studies in Mathematics, 2 (22), 223-229.
- Malveira, L. (1989). Matemática Fácil –7ª série. São Paulo: Ática.
- Matos, J. F. (1992). Atitudes e concepções dos alunos: Definições e Problemas de Investigação. In: BROWN, FERNANDES, MATOS, PONTES (orgs). Educação Matemática. Col. Temas de Investigação, Instituto de Investigação Educacional, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Lisboa, pp. 123-171.
- Mayer, R. E. (1992). A capacidade para a matemática. In: Sternberg (org.). As capacidades intelectuais humanas, uma abordagem em processamento de informações, Porto Alegre: Artes Médicas.
- Miguel, Fiorentini e Miorim (1992). Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? Proposições, 1 (3), 39-53.
- Miorin, Miguel e Fiorentini (1993). Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. Zetetiké, nº 1, 19-39.

- Miskulin, R. (1999). Concepções Teórico-Methodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria. Tese de Doutorado não publicada, FE/UNICAMP, Campinas, SP.
- Munõs, D. E. (1996). Las Actitudes hacia las Matemáticas de los Maestros y Alumnos de Bachillerato. Educación Matemática, 1 (6),46-58.
- Mussen, P. H., Conger, J. J. e Kagan, J. (1974). Desenvolvimento e personalidade da criança (4ª ed). Trad. de Maria Silvia Mourão Neto, São Paulo: Harbra.
- National Council Of Supervisors Of Mathematics (1990). A matemática essencial para o século XXI. Educação e Matemática, nº 14; 23-25, 2º trimestre.
- Neumann V. J. (1996). Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria do processamento de informação de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas de Krutetskii. Dissertação de Mestrado não publicada, UNICAMP, Campinas, SP.
- Neves, P. S. (1995). Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da álgebra. Dissertação de Mestrado não publicada, FE-USP, São Paulo.
- Nunes, T. and Bryant, P. (eds) (1997). Learning And Teaching Mathematics. London: Psychology Press.
- Oliveira, L. T. F. (1998). Habilidades espaciais subjacentes as atividades de discriminação e composição de figuras planas utilizando o Tangran e o Tegrán. Dissertação de Mestrado não publicada, FE/UNICAMP, Campinas, SP.
- Orton, A. (1990). Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula. Madri: Ed. Morata S.A.

- Osório, L. C. (1989). Adolescente Hoje. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Passos, C. L. B. (1995). As representações matemática dos alunos do curso de magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica. Dissertação de Mestrado não publicada, FE/UNICAMP, Campinas, SP.
- Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. Zetetiké, nº 1, 7-17.
- Poblete, A., Gusmán, A. e Méndez, C. O. (1996). Variedades Didáticas Matemáticas. Zetetiké, 5 (4), 89-98.
- Polettini, A. F (1996). História de vida relacionada ao ensino da Matemática no estudo dos processos de mudança e desenvolvimento de professores. Zetetiké, 5 (4), 29-48.
- Polya, G. A. (1978) A arte de resolver problemas. Trad. de Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro: Interciência.
- Pozo, J. I. (1994). Teorías cognitivas del aprendizaje, (3ª ed). Madrid: Ed. Morata.
- Sacristán, J. G. e Gómez, A. P. (1995). Comprender e transformar la enseñanza. Madrid: Ed. Morata.
- Shepardson, D. P. and Pizzini, E. L. (1992). Gender bias in female elementary teachers perceptions of the scientificability of students. Science Education, 2 (76), 147-153.
- Silva, J. M. T. (1991). Estudo da relação das atitudes para com a carreira, com o nível escolar, o sexo e a zona de residência. Psychologica, Vol. 6., 1-12.

- Spalletta, A. G. (1998). Desenvolvimento das habilidades matemáticas: um estudo sobre as relações entre o desempenho e a reversibilidade de pensamento na solução de problemas. Dissertação de Mestrado não publicada, FE/UNICAMP, Campinas, SP.
- Sternberg, R. (1992). A capacidade intelectual geral, In: Sternberg (org.). As capacidades intelectuais humanas, uma abordagem em processamento de informações. Trad. de Dayse Batista, Porto Alegre : Artes Médicas.
- Tapasak, R. C.(1990) - Differences in expectancy attributions patterns of cognitive components in male and female Math performance. Contemporary Educational Psychology, 3 (15), 284-298.
- Tocci, C. M. and Engelhard, Jr. G. (1991). Achievement, parental support, and gender differences in attitudes toward Mathematics. Journal of Educational Research, 5 (84), 280-286.
- Velloso, J. P. e Albuquerque, R. C. (orgs) (1999). Um modelo para a educação no século XXI. Rio de Janeiro: José Olympio.
- Vergnaud,G. (1997). The nature of mathematical concepts. In: Nunes, T. and Bryant, P. (eds). Learning And Teaching Mathematics. London: Psychology Press.
- Vieira, S. e Hoffmann (1989). Estatística Experimental. São Paulo: Atlas.

ANEXO I:
QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS
SUJEITOS DO ENSINO SUPERIOR

ANEXO 1
QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS SUJEITOS DO
ENSINO SUPERIOR

CARO ALUNO

O presente trabalho faz parte de um Projeto de Pesquisa que está sendo desenvolvido a respeito das influências das habilidade e atitudes em relação à matemática sobre a escolha profissional.

Para o desenvolvimento desta pesquisa contamos com a sua colaboração no sentido de responder todas as questões com a máxima clareza, de tal forma, que suas respostas expressem suas posições em relação ao tema tratado.

O teste algébrico, contendo questões variadas de álgebra elementar, visa avaliar o seu desempenho neste conteúdo. Os resultados são sigilosos e os sujeitos não serão identificados. Embora exista necessidade de identificação nos instrumentos, as análises serão feitas de maneira a não revelar as identidades.

Desde já agradecemos sua contribuição, ela será de grande importância para que os objetivos deste trabalho sejam alcançados.

ELIZABETH ADORNO DE ARAUJO
Grupo de Psicologia da Educação Matemática.

QUESTIONÁRIO A (PARA ALUNOS UNIVERSITÁRIOS) N° _____

Nome: _____
 Endereço: _____ Telefone: _____
 1-Curso: _____
 2- Período: _____ Turma: _____

- 3-Idade: 1. () 17 - 19 anos
 2. () 19 - 21 anos
 3. () Acima de 21 anos Quantos ? _____
 4-Sexo: 1- () M 2- () F

5-Formação anterior: 1- () Colegial normal
 2- () Técnico Qual? _____
 3- () Magistério
 4- () Supletivo
 5- () Outro Qual? _____

6-Tipo de Escola frequentada: 1- () Pública 2- () Particular

7-Período frequentado nas últimas séries: 1- () Diurno 2- () Noturno

8- Ano de conclusão: _____

9- Seu desempenho em matemática geralmente era:
 1- () Muito bom
 2- () Bom
 3- () Fraco
 4 () Muito fraco

10- Fez cursinho? 1- () Sim Por quanto tempo? _____
 2- () Não

11-Como você considera que será o seu desempenho nas disciplinas de matemática?

- 1- () Bom
 2- () Médio
 3- () Insuficiente

Justifique sua resposta _____

12- A disciplina do 2° grau da qual eu mais gostava era _____

13 A disciplina do 2° grau da qual eu menos gostava era _____

14-Qual foi sua 1ª opção no vestibular? _____

15-Que motivos o levaram a fazer este curso? _____

16- Atualmente está trabalhando? 1- () Sim 2- () Não

Se a resposta foi sim 17- Quantas horas trabalha por dia? _____

18-Qual a utilidade da matemática? _____

19- Como você considera que foi seu aprendizado anterior em matemática? (análise: importância, aplicações, metodologias utilizadas pelos professores, materiais didáticos, avaliações e outros aspectos que julgar conveniente) _____

20- Como você gostaria que fossem as aulas de matemática? _____

OBRIGADA POR TER ATENDIDO A SOLICITAÇÃO.

ANEXO II
QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS
SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO

ANEXO 2**QUESTIONÁRIO PARA A IDENTIFICAÇÃO DOS SUJEITOS DO ENSINO MÉDIO****CARO ALUNO**

O presente trabalho faz parte de um Projeto de Pesquisa que está sendo desenvolvido a respeito das influências das habilidade e atitudes em relação à matemática sobre a escolha profissional.

Para o desenvolvimento desta pesquisa contamos com a sua colaboração no sentido de responder todas as questões com a máxima clareza, de tal forma, que suas respostas expressem suas posições em relação ao tema tratado.

O teste algébrico, contendo questões variadas de álgebra elementar, visa avaliar o seu desempenho neste conteúdo. Os resultados são sigilosos e os sujeitos não serão identificados. Embora exista necessidade de identificação nos instrumentos, as análises serão feitas de maneira a não revelar as identidades.

Desde já agradecemos sua contribuição, ela será de grande importância para que os objetivos deste trabalho sejam alcançados.

ELIZABETH ADORNO DE ARAUJO

Grupo de Psicologia da Educação Matemática.

QUESTIONÁRIO B

(para alunos do 3º ano do Ensino Médio)

Nº -----

Nome do aluno: _____

Endereço: _____ Fone _____

1- Nome da escola _____

Turma: _____ Período: _____

2- Tipo de escola: 1- () Escola pública 2 - () Escola particular

3- Idade: 1. () 15 a 17 anos

2. () 18 a 20 anos

3. () Acima de 20 anos Quantos ? _____

4- Sexo: 1- () M 2- () F

5- Seu desempenho em matemática geralmente é: 1- () Muito bom

2- () Bom

3- () Fraco

4- () Muito fraco

6- A disciplina da qual eu mais gosto é _____

7- A disciplina da qual eu menos gosto é _____

8- Pretende prestar vestibular? 1- () Sim 2- () Não

9- Que curso pretende fazer? _____

10- Se você ainda não se decidiu pelo curso, já sabe qual a área que pretende seguir?

1- () Sim → Qual? _____

2- () Não

11- Caso você tenha indicado uma opção, justifique o porque desta opção

12- Faz cursinho? 1- () Sim
2- () Não Se pretende fazer- quando? _____

13- Que horários você estuda fora da sala de aula? _____

14- Atualmente está trabalhando? 1- () Sim 2- () Não

Se a resposta foi sim 15- Quantas horas trabalha por dia? _____

16- Qual a utilidade da matemática? _____

17- Como você considera que foi seu aprendizado anterior em matemática? (análise: importância, aplicações, metodologias utilizadas pelos professores, materiais didáticos, avaliações e outros aspectos que julgar conveniente) _____

18- Como você gostaria que fossem as aulas de matemática? _____

OBRIGADA POR TER ATENDIDO A SOLICITAÇÃO.

ANEXO III
ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA
(Aiken e Dreger, 1961, Aiken, 1963) (Adaptada e validada por Brito, 1995)

INSTRUÇÃO: Cada uma das frases abaixo expressa a atitude que as pessoas apresentam em relação à Matemática. Você deve comparar o que sente pessoalmente com o que está expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível o que você experimenta em relação à Matemática.

- 1 Eu me sinto sempre tenso nas aulas de Matemática.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 2 Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 3 Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 4 A Matemática é fascinante e divertida.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 5 A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 6 Dá um “branco” na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática..
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 7 Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 8 A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 9 O sentimento que tenho em relação à Matemática é bom.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 10 A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido (a) em uma selva de números sem encontrar a saída.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 11 A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 12 Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 13 Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 14 Eu gosto realmente da Matemática.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 15 A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 16 Pensar sobre a obrigação de resolver um problema de Matemática me deixa nervoso (a).
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 17 Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 18 Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 19 Eu me sinto tranquilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria..
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente
- 20 Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática. Eu gosto e aprecio essa matéria.
()Discordo Totalmente ()Discordo ()Concordo ()Concordo Totalmente

ANEXO 4
TESTE DE ÁLGEBRA

ANEXO 4

TESTE DE ÁLGEBRA

1) Pode-se sempre afirmar que é verdadeiro: (justifique com suas palavras ou com exemplos)

a) p é menor ou igual a $3p$?

b) a^2 é maior ou igual a a ?

c) x é menor que $x + 3$?

d) $-x$ é um número negativo ou zero?

e) $n^2 + 1$ é positivo?

2) Um lado de um retângulo é $3m + 2n$ e o outro é a soma deste com $m - n$. Determine a área e o perímetro?

3) Prove que $x^2 + x + 1$ não pode ser um número negativo para qualquer valor de x .

4) Pense em um número, multiplique-o pelo número que você pensou adicionado de 6 e ao resultado adicione 9. Prove que o resultado é sempre um quadrado.

5) Efetue apresentando o resultado simplificado

$$\frac{x-10}{x^2-4} + \frac{2}{x-2}$$

6) Marcos trabalha na bilheteria de um teatro que vende entradas antecipadas. Na segunda-feira ele vendeu uma certa quantia, na terça-feira vendeu 100 a mais do que o dia anterior, na quarta vendeu duas vezes mais que na segunda e na quinta vendeu um quinto da quantia vendida na segunda. menos 5 entradas Nesta ocasião já havia vendido 431 entradas. Quantas entradas vendeu em cada dia da semana?

7) Observe que:

$$1 \times 2 + 2 = 4$$

$$2 \times 3 + 3 = 9$$

$$3 \times 4 + 4 = 16$$

$$4 \times 5 + 5 = 25$$

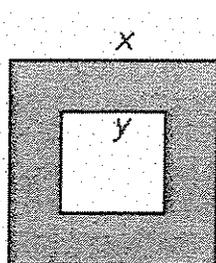
$$5 \times 6 + 6 = 36$$

e assim por diante.

Qual a conclusão que chegamos? Tire uma lei de formação.

8) a) Faça uma figura que mostre por meio de áreas a validade da equação
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) Escreva uma expressão para a área da figura hachurada abaixo



9) Monte o enunciado de um problema para a equação $2x + x = 63$.

10) Hoje eu tenho o dobro da idade do meu irmão. Quando ele tiver a idade que eu tenho juntos teremos 80 anos. Quais são as nossas idades?

ANEXO 5
PROBLEMAS ALGÉBRICOS

ANEXO 5
PROBLEMAS ALGÉBRICOS

- 1) Um professor pediu a um aluno que adicionasse 12 a um dado número e dividisse o resultado por 13. Mas o aluno não prestando muita atenção, subtraiu 13 do número dado e dividiu o resultado por 12. Ele teve sorte pois obteve a resposta certa. Qual é o número dado?
- 2) Adicione 36 a um certo número e o resultado será o mesmo que se obtêm multiplicando esse número desconhecido por 4. Qual é o número?
- 3) Pensei em um número. a soma da sua metade com a sua terça parte é 7 unidades maior do que a sua quarta parte? Qual é o número?
- 4) Um livro é 4 vezes mais caro do que um caderno; o caderno é R\$ 15,00 mais barato que o livro. Quanto custa o livro e o caderno separadamente?
- 5) Três vendedoras tinham em suas barracas o mesmo número de laranjas. Foram vendidas, por barraca, 600 laranjas. A soma do que restou em todas as barracas juntas é igual a quantidade que cada uma tinha inicialmente. Quantas laranjas cada uma tinha inicialmente?
- 6) “Conte-me, vovô, quantos anos tem seu filho?” “Tantas semanas quanto meu neto tem em dias”. “E qual é a idade de seu neto?” “Tantos meses quanto eu tenho em anos.” “Quantos anos de idade você tem?” “A soma de nossas idades é igual a 100 anos”. Qual é a idade de cada um em anos? (Considere que o mês tem 4 semanas e o ano 12 meses).
- 7) Uma escola comprou livros infantis para a sua biblioteca. Se estes forem pagos com notas de R\$ 5,00 a escola deverá dar oito notas a mais do que se pagar com notas de R\$ 10,00. Qual o preço total dos livros?
- 8) Existem quantidades diferentes de água em 2 barris. Se um balde é despejado do primeiro barril no segundo, eles conteriam quantidades iguais de água, mas se 20 baldes de água são despejados do segundo no primeiro, o primeiro conteria 3 vezes mais água do que o segundo. Quantos baldes de água contém cada barril?
- 9) Divida o número 100 em 4 partes desiguais tal que se 4 é subtraído do primeiro número, 4 é adicionado no segundo número, o terceiro é multiplicado por 4, e o quarto é dividido por 4 obteríamos sempre o mesmo resultado. Quais são os número?
- 10) Eu tenho 3 vezes mais idade do que eu tinha quando meu irmão tinha a minha idade. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem agora, juntos teremos vividos 96 anos. Quantos anos cada um de nós tem agora?

ANEXO 6

**GRÁFICOS: DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DO DESEMPENHO
EM MATEMÁTICA & ATITUDE EM RELAÇÃO À
MATEMÁTICA DE ACORDO COM A ÁREA E
NÍVEL DE ENSINO**

Gráfico 42: Relação entre desempenho e atitude por área - ensino superior

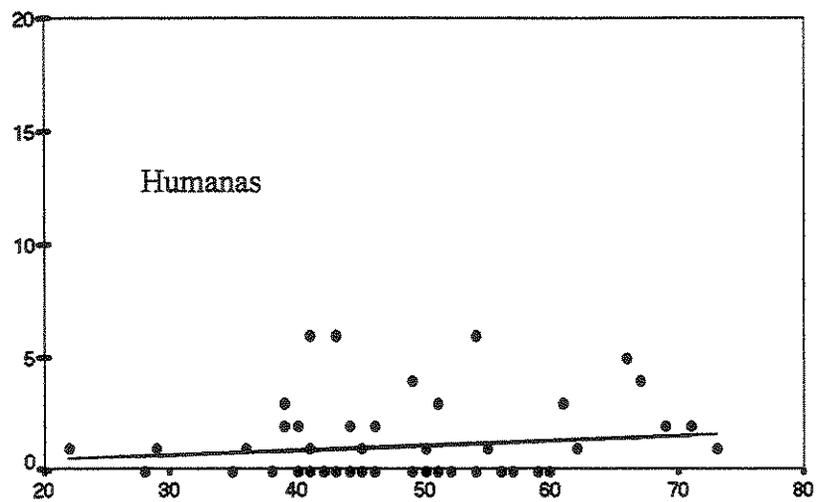
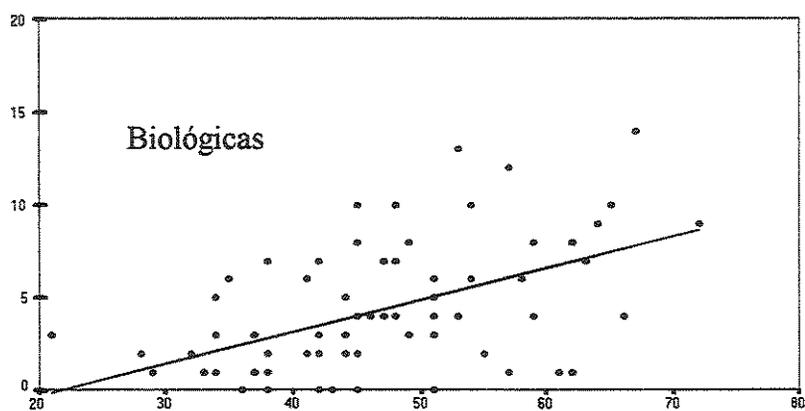
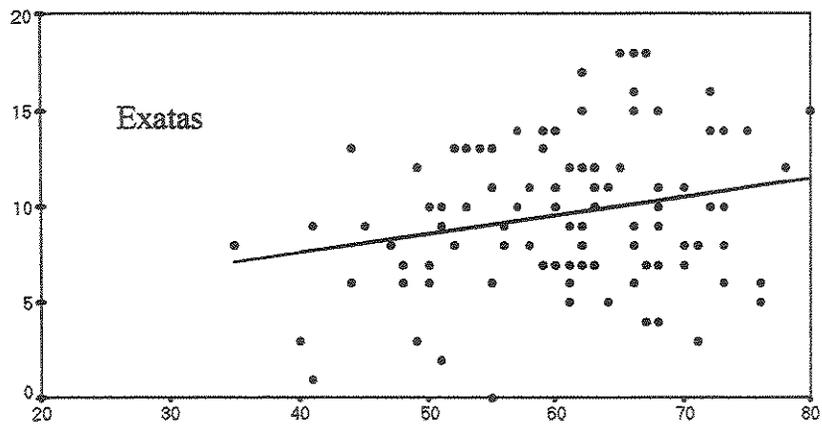
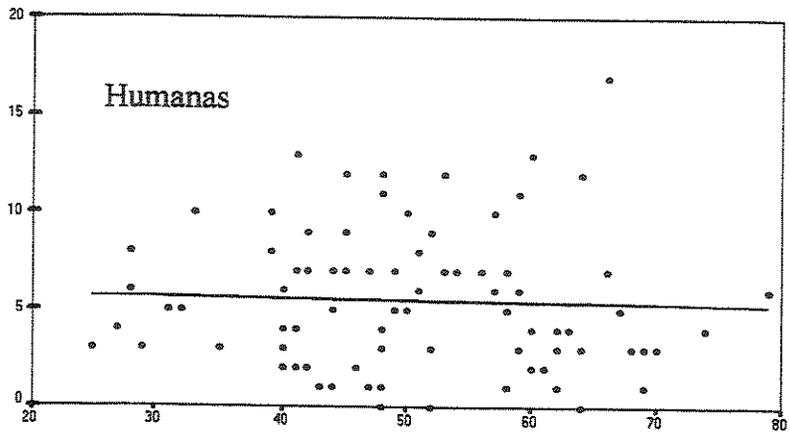
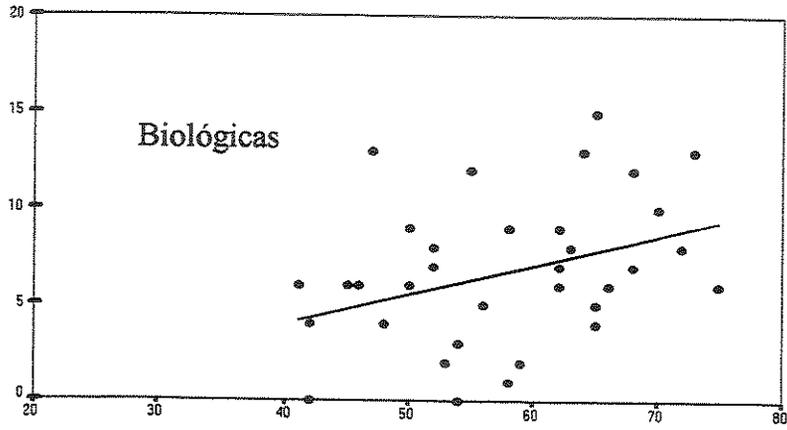
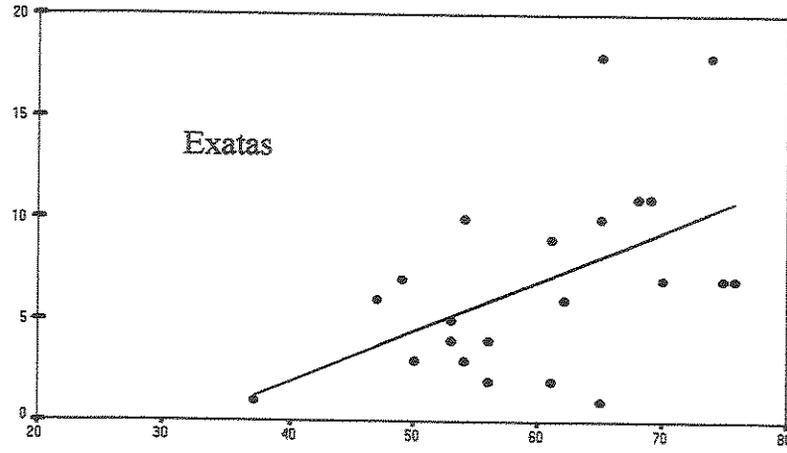


Gráfico 43: Relação entre desempenho e atitude por área - ensino médio.



ANEXO 7

**TABELAS: DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS DA SEGUNDA
ETAPA DA PESQUISA E PROCEDIMENTOS
INDIVIDUAIS NO TESTE DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMA**

Tabela 54a: Descrição dos sujeitos que participaram da segunda etapa da pesquisa – ensino médio

Sujeito	Capacidade	Tipo de Escola	Área de Opção	Idade (anos)	Gênero	Disciplina		Trabalho	Desempenho atribuído	Utilidade da matemática	Aprendizagem anterior	Expectativa sobre o ensino da matemática
						+ gosta	- gosta					
1	MC	Particular	Biológicas	18	F	Português	Matemática	Não	Fraco	Desenvolver o raciocínio	A matemática é vista de forma "medrosa"	Menos puxadas
2	C	Particular	Biológicas	18	M	Biologia	Química	Não	Muito Bom	No cotidiano	Bom, sempre tive boas notas	Mais exercícios que teorias
3	MC	Pública	Humanas	17	F	Biologia	Inglês	Não	Bom	Para passar no vestibular	Razoável	Bom, como está.
4	C	Particular	Humanas	18	M	Inglês	Biologia	Não	Muito Bom	Aprender cálculos	Muito bom	Menos teórica
5	C	Particular	Exatas	18	M	Física	Geografia	Não	Muito Bom	Base da área de exatas	Bom	Aulas mais criativas e divertidas

(F = feminino e M = masculino, C = capaz e MC = menos capaz).

Tabela 54b: Descrição dos sujeitos que participaram da segunda etapa da pesquisa – ensino superior .

Sujeito	Capacidade	Ensino atual			Idade	Gênero	Formação anterior			Desempenho atribuído	
		Área	Curso	Turno			Curso	Período	Tipo		Ano término
6	MC	Biológicas	Biologia	Diurno	22	F	Colegial	Diurno	Pública	1995	Fraco
7	C	Biológicas	Biologia	Diurno	19 a 21	M	Colegial	Diurno	Particular	1995	Bom
8	MC	Humanas	Pedagogia	Noturno	22	F	Magistério	Diurno	Pública	1993	Bom devido trabalhos
9	C	Humanas	Pedagogia	Noturno	21	F	Magistério	Diurno	Pública	1995	Bom
10	MC	Exatas	Matemática	Noturno	23	M	Técnico	Diurno	Particular	1993	Bom
11	C	Exatas	Engenharia	Diurno	20	M	Técnico	Noturno	Particular	1997	Muito bom

cont.

Sujeito	Fez Cursinho	Disciplina		Trabalha	Utilidade da matemática	Ajudar nos gráficos	Aprendizado anterior da Matemática	Expectativa sobre o ensino de Matemática
		mais gosta	menos gosta					
6	1 ano	Biologia	Física	Não	Ajudar nos gráficos	Professor não explicava nada	Aulas mais explicadas	
7	2 anos	Biologia	Física	Não	Ajudar nos cálculos e raciocínio	Ótimos professores	Menos teoria e mais prática	
8	Não	História	Química	Não	Precisamos dela no dia-a-dia	Magistério - professor não explicava nada. Colegial - bom	Menos cansativa	
9	1 ano	Biologia	Física	Sim	Todos os dias a usamos	Bom	Que tudo partisse do concreto	
10	Não	Física	Ed. Art.	Sim	Desenvolver raciocínio	Fraco	Aula prática com enfoque histórico	
11	1 ano	Física	História	Não	Solução de problemas que envolvem processos lógicos	Pouca aplicação prática e muita teoria	Teoria baseada em aplicação	

(F = feminino E M = masculino; C = capaz e MC = menos capaz).

Tabela 55: Resultados individuais observados durante a execução do teste algébrico

Sujeito	Problema 1	1º Problema que resolve sozinho	Progresso Máximo	Com ajuda caminha até	Outras observações
1	<ul style="list-style-type: none"> - não resolve só • tempo: 8' 	<ul style="list-style-type: none"> - 3º • não comprova o resultado • tempo: 5' 	---	<ul style="list-style-type: none"> - 5º • auxílio para montar a equação • tempo: 3' 	<ul style="list-style-type: none"> • faz seqüência de igualdades não válidas • parece que o problema será resolvido de tanto ler • apresenta solução que satisfaz parcialmente o problema
2	<ul style="list-style-type: none"> - resolve • não comprova o resultado • tempo: 4' 	<ul style="list-style-type: none"> - 8º • comprova o resultado • tempo: 14' 	---	<ul style="list-style-type: none"> - 9º • auxílio para montar as equações • tempo: 28' 	<ul style="list-style-type: none"> • necessita de fechamento no 1º • identifica com cuidado as incógnitas • elabora frases de reforço ao raciocínio
3	<ul style="list-style-type: none"> - não resolve só • tempo: 10' 	<ul style="list-style-type: none"> - não resolve nenhum problema 	---	<ul style="list-style-type: none"> - 3º • auxílio para representar metade, um terço e na montagem da equação 	<ul style="list-style-type: none"> • usa regra "passa trocando o sinal" sem sentido • não dá sentido à "álgebra"
4	<ul style="list-style-type: none"> - resolve • comprova o resultado • tempo: 5' 	<ul style="list-style-type: none"> - 9º • confere cálculos • tempo: 6' 	<ul style="list-style-type: none"> - 10º • tempo: 5' 	---	<ul style="list-style-type: none"> • confere multiplicando "em cruz"¹ • tem raciocínio claro e resumido
5	<ul style="list-style-type: none"> - resolve • confere cálculos • tempo: 5' 	<ul style="list-style-type: none"> - 10º • tempo: 10' 	---	---	<ul style="list-style-type: none"> • faz contas mentais • apresenta solução breve • faz multiplicação para obter o resultado da divisão

¹ Multiplicação "em cruz" é um termo utilizado pelos alunos indicando a propriedade fundamental da proporção

Sujeito	Problema 1	1º Problema que resolve sozinho	Progresso Máximo	Com ajuda caminha até	Outras observações
6	- não resolve só • tempo: 14'	- 2° • comprova quando solicitado • tempo: 1'	—	- não resolve mais nenhum problema	• pergunta "com" é "mais" • necessita do fechamento • soma "-" com "-" e dá "+" • opera com os números dados
7	- resolve • comprova o resultado • tempo: 2'	- 8° • comprova o resultado • tempo: 25'	- 9° • tempo: 15'	- 10° • auxílio na equação • tempo: 12'	• faz os cálculos mentalmente • usa indevidamente a proporcionalid. • faz esquema dimensionado no 9°
8	- não resolve • tempo: 15'	- não resolve nenhum problema	—	- não resolve o 2º mesmo com ajuda	• fala na "regra do x" • traduz palavra por palavra • estima solução • opera com os números dados • pensa num número aleatoriamente
9	- resolve • comprova o resultado quando solicitado • tempo: 10'	- 4° • comprova o resultado • tempo: 15'	—	- 6° • dificuldade em passar anos para meses, dias e semanas e no raciocínio inverso	• necessita achar o "mmc" no 1° • insiste em resolver • propõe método interessante para estimar resposta • tenta numericamente relacionar as incógnitas • necessita recorrer a exemplos numéricos para montar equação
10	- não resolve • tempo: 10'	- 2° • não comprova • tempo: 4'	—	- 3° • auxílio para montar equação	• iguala expressões a zero • estima solução • opera com os números dados • monta equação usando reforço numérico
11	- resolve • comprova o resultado • tempo: 3'	- 9° • comprova • tempo: 5'	—	- 10° • pequena ajuda • tempo: 14'	• fala o que está pensando enquanto resolve • monta equação usando reforço numérico