

ERRATA

página	linha	onde se lê:	leia-se:
AGR.	9	"contribui"	"contribuiu"
1	9	"levara-na"	"levaram-na"
5	2 (rod)	"Eduction"	"Education"
9	15	"dispusessemos"	"dispuséssemos"
12	15	"da autoconsciência"	"na autoconsciência"
12	6 (rod)	"traditional"	"tradicional"
128	12	"conseguiu"	"conseguir"
178	22	"passgens"	"passagens"

Dione Lucchesi de Carvalho

A INTERAÇÃO ENTRE O
CONHECIMENTO MATEMÁTICO DA PRÁTICA E O
ESCOLAR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1995

DATA	7/8
CHAMADA:	UNICAMP
	C253i
Ex	
000 80/24402	
00 433/95	
C	☐
D	☒
00 788 11,00	
A	04/05/95
CPD	

m. 00068550-8

FICHA CATALOGRAFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL - UNICAMP

C253i

Carvalho, Dione Lucchesi de

A interacao entre o conhecimento matematico da pratica e o escolar / Dione Lucchesi de Carvalho. --Campinas, SP : [s.n.], 1995.

Orientador: Marcia Regina Ferreira de Brito.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educacao.

1. Educacao de adultos. 2. Matematica - Estudo e Ensino.
3. Analise de interacao em educacao. I. Brito, Marcia Regina Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educacao. III. Titulo.

Este exemplar corresponde à redação final da Tese
defendida por Dione Lucchesi
de Carvalho e aprovada pela
Comissão Julgadora em 17.04.95

Data:- 17.04.95

Assinatura:- Márcia Regina F. de Brito

Tese apresentada como exigência parcial para a
obtenção do Título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO
na Área de Concentração em Psicologia
EducaçãoL à Comissão Julgadora da Faculdade de
Educação de Universidade Estadual de Campinas,
sob a orientação da Profa. Dra. Márcia Regina
Ferreira de Brito.

Comissão Julgadora:-

Flávio Carlos Carneiro de Sousa

Mauro Kohl de Oliveira

Márcia Regina F. de Brito

Paulo Afonso

Paulo Afonso

AGRADECIMENTOS

Quero, inicialmente, agradecer à Márcia Regina Ferreira de Brito, minha orientadora, que desde o ingresso no doutorado acompanhou meu trabalho fazendo críticas, sugestões, fornecendo informações.

Agradeço também aos educadores de escola onde o trabalho de campo da pesquisa se desenvolveu. Obrigada à professora de Matemática dos 2os. termos pela entrevista emocionada que me deu. Meus agradecimentos também ao professor de Estudos Sociais que me facilitou a participação no cotidiano da escola. Em seguida, gostaria de registrar o quanto o professor que me recebeu na escola, me apresentou aos seus colegas e me forneceu a maior parte da história da instituição contribui para a viabilidade deste trabalho. Finalmente meus agradecimentos especiais à Professora das duas classes onde as atividades de sala de aula se desenvolveram; a pesquisa pode se desenvolver graças a sua participação.

Agradecimentos de outra natureza mas não menos especiais devo aos alunos das duas classes onde as aulas de Matemática referentes à pesquisa se desenvolveram; foi deles o trabalho de campo.

Ao VEREDA - Centro de Estudos em Educação devo as elaboração das quatro fitas de vídeo nas quais foram registradas grande parte das atividades de sala de aula, obrigada a todos da equipe.

A análise dos vídeos pressupõe um “assistir” crítico dos mesmos; neste aspecto quero agradecer à Helena Henry Meirelles pelas discussões que fizemos. Agradeço também à Anna Franchi pelas longas conversas que muito me ajudaram na explicitação e no aprofundamento teórico.

Agradeço também a leitura crítica que a Leny Rodrigues Martins Teixeira fez do meu trabalho contribuindo não só sobre a organização como com o conteúdo. Já à Zilma de Moraes Ramos de Oliveira, além das diversas leituras críticas, agradeço também as aulas sobre a teoria vygotskiana.

Aos componentes da banca de qualificação Marta Kohl de Oliveira e Eduardo Sebastiani Ferreira devo agradecimentos especiais não só pelo momento do exame, como pelas conversas sobre meu trabalho a que se dispuseram antes e depois. Ao Antônio Carlos Carrera de Souza que era suplente daquela banca agradeço as sugestões informais que fez.

A Rosane Albert fez um verdadeiro trabalho de edição quando reviu a redação da tese. Foi a Teresa Loparic que colaborou organizando a paginação do texto, das tabelas e das figuras.

Algumas instituições colaboraram também. O Centro de Educação Matemática - CEM possibilitou que através dele eu obtivesse o financiamento do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais - INEP para o material de consumo e as transcrições das fitas. Tal transcrição foi feita pela Eleonora Rolla, obrigada a ela também. O Centro Nacional de Pesquisas CNPq contribuiu com a bolsa de doutorado durante quatro anos.

Não vou citar nomes pois com certeza esqueceria de algum, mas agradeço aos colegas do Curso Supletivo do Colégio Santa Cruz por terem me ouvido tantas vezes. Ainda no âmbito de ter me ouvido, obrigado Paulo, meu marido.

RESUMO

Buscando investigar questões relativas a confronto ou cooperação entre as propriedades matemáticas utilizadas nos procedimentos adquiridos na prática e nos procedimentos escolares e o nível de atrelamento dos instrumentos matemáticos ao contexto, escolar ou não, que os originou, foi realizada a pesquisa que está contida nesta tese. Tendo como sujeitos 37, jovens e adultos, alunos do primeiros semestre de um curso supletivo municipal da cidade de São Paulo foram utilizadas as técnicas de observação de sala de aula, entrevistas e análise documental. Conclui-se que pessoas cuja inserção social lhes possibilite exercer atividades com maior autonomia econômica demonstram, em aula, ter construído mediadores matemáticos mais elaborados. Outro ponto constado foi que a lógica das tarefas escolares difere daquela que rege as atividades práticas, exigindo uma constante negociação entre professor e aluno para que a aprendizagem da Matemática ocorra. Além disso, verificou-se também que o conhecimento matemático oriundo da prática nem sempre é solidário com o conhecimento escolar, muitas vezes parecendo, aos alunos, contraditório.

ABSTRACT

The research set forth in this thesis attempted to investigate problems relative to the opposition or cooperation between the mathematical properties used in procedures acquired in practice and in school procedures and, the degree of linking of the mathematical instruments in the context, scholastic or not, from which they originated. With 37 young people and adults, student of the first semester of the municipal supplementary course in the city of São Paulo, the techniques of observations in class, interviews, and documental analysis were used. We concluded that people whose social place makes it possible to carry out activities with greater economic autonomy show, in class, that they have constructed more elaborate mathematical mediators. Another point noted was that the logic of school work differed from that which governed the practical activities, requiring a constant negotiation between the teacher and the student in order that the learning of Mathematics might occur. Besides this, it was also found that mathematical knowledge originating from practice is not always solidary with school knowledge, often seeming to the student to be contradictory.

ÍNDICE

I - INTRODUÇÃO

1. APRESENTAÇÃO	1
2. A PESQUISA DESENVOLVIDA	5
3. A ESTRUTURA DESTA TESE	8

II - COGNIÇÃO E CONHECIMENTO MATEMÁTICO

1. ESCOLARIZAÇÃO E CONHECIMENTO MATEMÁTICO	9
2. ADULTOS COMO SUJEITOS DE PESQUISAS	14
3. A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO - PERSPECTIVA SOCIAL ...	29

III - A OPÇÃO METODOLÓGICA

1. A CONSTRUÇÃO DO OBJETO	50
2. ATIVIDADES DE SALA DE AULA	58
3. OUTRAS ATIVIDADES DA PESQUISA	76
4. OS SUJEITOS DA PESQUISA	85

IV - O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DA PRÁTICA E O ESCOLAR

1. AS AULAS DE MATEMÁTICA	98
2. A DINÂMICA DAS CLASSES	104
3. CATEGORIAS E PARÂMETROS	115
4. CONTAGEM ORAL	119
5. CONTAGEM REPRESENTADA GRAFICAMENTE	125
6. CÁLCULO MENTAL	158
7. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS OPERAÇÕES	172

V - CONSIDERAÇÕES FINAIS

1. INTERPRETAÇÕES DA ANÁLISE	216
2. NOVAS TEMÁTICAS DE PESQUISA	236

BIBLIOGRAFIA	238
--------------------	-----

QUADROS

ANEXOS

TABELAS

DOS ALUNOS <nome da escola>	75
III.1	87
III.2	88
III.3 e III.4	89
III.5, III.6 e III.7	90
III.8	91
III.9	94
III.10	96
IV.1	104

FIGURAS

1 a 3	97
4 a 61	144 a 157
62 a 109	199 a 215

TRECHOS DE DISCUSSÃO

1 a 5	107 a 113
6 a 10	120 a 124
11 a 16	132 a 141
17 a 26	159 a 170
27 a 35	175 a 196

I - INTRODUÇÃO

1. APRESENTAÇÃO

Muitos brasileiros são levados a evadir-se da Escola ou nem sequer a ela têm acesso enquanto crianças⁽¹⁾. Perante às exigências da complexidade das relações sociais do final do século XX, a escolaridade irregular destas pessoas toma seu real caráter de carência social e eles retornam à escola na esperança de suprir esta lacuna na sua formação pessoal; buscam os Cursos Supletivos ou outros cursos voltados à educação de jovens e adultos.

Até meados de 1988, o interesse da pesquisadora pela Educação de Adultos se restringiu a leituras de poucos artigos em revistas especializadas ou conversas com colegas que se dedicavam a esta área de atuação. Os dados estatísticos percentuais sobre analfabetismo no Brasil caíam a cada censo⁽²⁾, porém os números absolutos levaram-na a rever a tese de que todos os esforços dos educadores deveriam ser voltados aos problemas da escola regular: evasão e repetência escolar, carência de escolas. A questão é: enquanto estes não forem resolvidos, o que fazer com quase 25 milhões de brasileiros de mais de 15 anos que são analfabetos? Os índices paulistanos, enquanto números relativos, são considerados, pela United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization - UNESCO, como de população alfabetizada, entretanto a região metropolitana da Grande São Paulo constitui-se no maior aglomerado de adultos analfabetos do Brasil, somando quase um milhão de pessoas⁽³⁾.

Caracterizar o analfabetismo, quer com relação à Língua quer com relação à Matemática, tem se mostrado ser uma tarefa difícil. Landsmann⁽⁴⁾, procurando esclarecer os três aspectos da alfabetização --, o prático, o científico e o literário -- ressalta que os critérios para

(1) FREITAG, B. - "A Educação brasileira no contexto mundial: Ótica externa & olhar interno", posfácio de MEDINA, C. (org.) - *A escola no outono*. São Paulo, CJE/ECA/USP, 1991.

(2) HISCHEBERG, A. I. & PRUKS, L. R. - *Analfabetismo - o grande não: estatísticas do analfabetismo no mundo, no Brasil, no Estado de São Paulo*. São Paulo, FDE, Diretoria Técnica, 1990; e IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - *Anuário Estatístico do Brasil-1990*. Rio de Janeiro, 1991.

(3) Para mais detalhes vide o texto de Hischberg & Pruks citado em (2).

(4) LANDSMANN, L. - "Lo práctico, lo científico y lo literario: tres componentes en la noción de 'alfabetismo'", in *Comunicación, Lenguaje e Educación* - C. L. & E.. Barcelona, 1990.

considerar um indivíduo analfabeto são historicamente determinados e variam de acordo com a comunidade à qual ele pertence e a época na qual ele vive⁽⁵⁾. Oliveira caracteriza o grupo social que denomina os "analfabetos na sociedade letrada".

"É um grupo composto, em sua maioria, por migrantes de zonas rurais, principalmente da região nordeste do país, trabalhadores em ocupações pouco qualificadas e com uma história descontínua e mal sucedida de passagem pela escola; seus pais também eram trabalhadores em ocupações braçais não qualificadas (principalmente lavoura) e com nível instrucional muito baixo."⁽⁶⁾

Entretanto, se as características socioculturais dos adultos analfabetos são semelhantes, no que se refere ao domínio do sistema da escrita eles já não formam um grupo tão homogêneo; esses adultos estão imersos de diversas formas no mundo letrado e, portanto, seus conhecimentos sobre as regras de funcionamento e sobre o próprio sistema de escrita são de diferentes níveis.

Se para exercer suas atividades do cotidiano, no âmbito profissional ou pessoal, essas pessoas recebem diferentes níveis de solicitação para utilizar o sistema simbólico da escrita, são também compelidas a matematizar, ou seja, estabelecem relações quantitativas e exploram as formas espaciais no mundo físico em diversos níveis de complexidade, generalidade e sistematização. Donde ser quase impossível usar o termo "alfabetização matemática" quando se trata desse grupo de jovens e adultos desescolarizados, mesmo para os educadores que o consideram adequado à escola regular.

Faz-se necessário distinguir, também no âmbito do conhecimento matemático prévio do adulto, o adquirido na prática, em situações não-escolares, e o que tem claras características da Matemática dita "escolar". O termo "conhecimento matemático do cotidiano", quando estamos nos referindo a alunos, foi substituído por **"conhecimento matemático advindo da prática"**, pois quando uma pessoa se matricula numa escola, esta passa a fazer parte do seu cotidiano e o conhecimento que ela adquiriu⁽⁷⁾ e estará adquirindo nas aulas não pode ser

(5) No Ano Internacional da Alfabetização a UNESCO dedicou um número de sua revista a este tema discutindo-o sob diversos enfoques, vide UNESCO - United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization - "Um bilhão de analfabetos, o desafio", in *Correio da UNESCO*. Rio de Janeiro, Fun. Getúlio Vargas, set/1990, ano 18, no.9.

(6) OLIVEIRA, M. K. - "Analfabetos numa sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento", in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992, p. 17.

(7) A maior parte destes adultos já teve experiências escolares anteriores, mesmo que esporádicas. Para mais detalhes vide HADDAD, S. - *Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo*. São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982; e

identificado ao que ela vem construindo em suas experiências não-escolares. Ao saber adquirido anteriormente àquela aula de Matemática à qual estaremos nos referindo e cuja origem não foi possível identificar, se escolar ou não, chamaremos "**conhecimento matemático prévio**"(8).

A Escola tem negado a matematização realizada na prática, seja porque não a reconhece como conhecimento matemático ou porque não consegue formar professores capazes de integrá-la à Matemática sistematizada(9). Se já constatamos a negação do conhecimento matemático adquirido fora da Escola nos cursos regulares, a situação agrava-se nos destinados à educação de jovens e adultos. Os fatores mediadores deste agravamento são diversos. Um deles diz respeito à formação do professor em Educação Matemática que é bastante precária. Até 1989, os cursos supletivos municipais paulistanos de 1o. Grau exigiam das pessoas que desejavam trabalhar nos quatro termos iniciais apenas a conclusão do 2o. Grau, nem sequer lhes era exigida a habilitação ao magistério. As pessoas que trabalham nessas séries dos cursos estaduais já são mais habilitadas, contudo o sistema de acesso a tais classe só permite que seja como complementação da carga horária para os professores efetivos ou, para os que estão em início de carreira, se estiverem no final da escala de contratação, ou seja, não conseguiram melhor colocação(10).

Além dos supletivos municipais e estaduais, existem também cursos de Educação de Adultos gratuitos não-estatais, ou seja, os promovidos por igrejas, sindicatos ou no interior de empresas(11). Os professores que trabalham nesses cursos, em geral, são leigos. Não tivemos acesso a informações sistematizadas sobre a formação dos professores que trabalham em supletivos particulares.

Outro fator referente à negação, por parte da escola, do conhecimento matemático adquirido em atividades práticas diz respeito à concepção de Matemática que permeia a prática pedagógica do professor. Considera-se esta ciência como uma área do conhecimento pronta,

CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S.Paulo, or. dat, Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.

(8) No sentido utilizado por Miras, ou seja, toda a bagagem de conhecimento que o aluno traz para a sala de aula, incluindo o oriundo de outras experiências escolares e o emergente da prática. Para mais detalhes vide MIRAS, M. - "Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: los conocimientos previos", in *El constructivismo en el aula*. Barcelona, Editorial Graó, 1993.

(9) CARVALHO, D. L. - "Educação Matemática do adulto analfabeto: interação do conhecimento matemático construído fora da escola com a matematização escolar", or. dat., divulgado no Curso Formação de Capacitadores em Educação de Adultos da FDE, 1992.

(10) ROGGERO, R. - *Ensino Supletivo: um ensaio crítico*. Mogi das Cruzes, Gráfica da DRE Leste, 1989.

(11) MUYLEAERT, R. (ed.) - "Os operários vão as aulas" in *SESI Indústria*. São Paulo, RCM Comunicação, ano II, no.17, 1991, pp. 12, 13 e 14.

acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das idéias; a estrutura de sistematização da Matemática deve servir de modelo para as outras ciências⁽¹²⁾. A consequência dessa concepção, talvez a de resultados mais nefastos, é o sucesso escolar em Matemática representar, para os professores de 1o. e 2o. Graus, um critério avaliador da inteligência dos alunos. Poucos alunos, os mais inteligentes, terão êxito na compreensão de uma ciência tão elaborada; outros devem adestrar-se em procedimentos que não compreendem; os estudantes que não conseguirem sujeitar-se ao adestramento serão excluídos da Escola. Mais uma vez, como vêm salientando muitos educadores que atuam em diferentes perspectivas e linhas diversas de pesquisa⁽¹³⁾, os excluídos são transformados em réus da situação da qual são vítimas.

Se a situação escolar referida no parágrafo anterior é séria quando se trata de crianças ou adolescentes, alunos de cursos regulares, acumula ainda mais agravantes nos cursos de suplência ou quaisquer outros voltados para a educação de adultos. À concepção tradicional de conhecimento matemático, acrescentam-se os preconceitos com relação a alunos oriundos das camadas socialmente mais desfavorecidas da população e que foram, em algum momento, excluídos do sistema escolar ou não foram por ele incorporados na idade regular. O professor nutre por eles um sentimento de compaixão e assume sua tarefa como um ato de filantropia e não como uma função social e política que ele tem que profissionalmente assumir.

Intimamente ligado aos anteriores, temos outro fator da não incorporação do conhecimento matemático prévio pelos cursos de Educação de Adultos: é a dificuldade de operacionalizar princípios metodológicos gerais do ensino da Matemática numa realidade de sala de aula onde a diversidade de experiências não-escolares dos alunos é tão grande⁽¹⁴⁾. Nossa pesquisa foi realizada no sentido de contribuir para a superação deste terceiro fator⁽¹⁵⁾.

(12) MARTINS, M. L. R. - "Os aspectos: conteúdo pedagógico - e o matemático", in Baldino, R.R. - *O aluno real*; Rio de Janeiro, mimeo., 1984; CARVALHO, D. L. - *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989; e FRANCHI, A. & CARVALHO, Dione L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in *Cadernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

(13) MELLO, G. N. - *Magistério de 1o. Grau: da competência técnica ao compromisso político*. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1984, 4a.ed; CARVALHO, D. L. & ONAGA, D. S. - "A que serve a Educação Matemática", in *Revista ANDE*. S. Paulo, Cortez, 1985, ano 5, no. 9; e CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. C. & SCHLIEMANN, A. - "Na vida dez, na escola zero", in *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez Editora, 1988. pp. 23 a 43.

(14) CARVALHO, D. L. - "Educação Matemática do adulto analfabeto: Interação do conhecimento matemático construído fora da escola com a matematização escolar", or. dat., divulgado no Curso Formação de Capacitadores em Educação de Adultos da FDE, 1992.

(15) GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.

2. A PESQUISA DESENVOLVIDA

Este texto se originou da investigação do processo de aprendizagem da Matemática escolar quando a escola busca incorporar em sua metodologia de ensino os procedimentos matemáticos, por vezes complexos e até sofisticados, construídos na resolução dos problemas que emergem das situações práticas. A pesquisa foi realizada com o intuito de estudar **a interação entre o conhecimento matemático oriundo da prática e o conhecimento matemático escolar**. As questões levantadas neste estudo dizem respeito tanto à escolarização -- cooperação ou confronto entre as propriedades matemáticas utilizadas nos procedimentos adquiridos na prática, nível de atrelamento dos instrumentos matemáticos ao contexto que os originou, possibilidades de incorporação dos conhecimentos prévios -- como a aspectos mais amplos -- inserção dos alunos no sistema produtivo, sua história de vida --. Os procedimentos que as pessoas utilizam na resolução dos problemas que emergem das situações práticas foram investigados à medida que houve possibilidade de interação com eles, ou seja, conforme foram representados na sala de aula de um curso de Educação de Adultos.

Esclareça-se que nos referimos à "Educação de Adultos" como a voltada às pessoas que devido a condições sociais desfavoráveis, em termos econômicos ou geográficos, não tiveram acesso à escola enquanto crianças ou dela se evadiram. Não estaremos tratando de cursos técnicos ou profissionalizantes ou dos casos de escolaridade irregular por razões físicas ou psíquicas. Estudos sobre Educação de Adultos, neste sentido, se deparam com a problemática da relação, nem sempre harmônica⁽¹⁶⁾, entre cultura e conhecimento escolar. Os alunos em questão estão imersos numa cultura onde os conhecimentos são transmitidos oralmente e cuja validade se pauta mais pela crença e pela observação do que pela lógica dedutiva. Além disto, a transmissão desses conhecimentos se dá perante necessidades imediatas, quer práticas quer religiosas, ao contrário do que ocorre na escola onde o conhecimento é o próprio objeto de trabalho⁽¹⁷⁾.

(16) JURDAK, M. - "Religion an language as cultural carriers and barriers in Mathematics Education in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - ICME VI. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.

(17) OLIVEIRA, M. K. de - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento" in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992.

A definição de que o curso de Educação de Adultos seria um supletivo público, feita no primeiro momento, se deve a razões de ordem política: a Educação, inclusive a de adultos, faz parte das funções do Estado. Sendo assim, as pesquisas que se propõem a relevar as relações socioculturais devem desenvolver-se na escola pública, mesmo que o investigador tenha dificuldade de acesso a ela. O trabalho de campo que integra esta pesquisa foi desenvolvido em uma escola municipal da Zona Oeste da cidade de São Paulo por um período de dois anos, de novembro de 1988 a dezembro de 1990. No final do semestre em que as atividades de sala de aula da pesquisa se desenvolveram, a escola foi dissolvida, enquanto instituição, pela Secretaria Municipal de Educação - SE que havia incorporado os cursos de suplência até então pertencentes à Secretaria do Bem-Estar Social - SEBES(18).

Buscou-se enfocar o aspecto cognitivo do tema recorrendo teórica e metodologicamente a alguns cientistas que estudam o desenvolvimento psicológico humano; atualmente, tanto os pesquisadores sócio-construtivistas(19) como os que seguem os pressupostos vygotskianos(20) desenvolvem trabalhos baseados numa concepção de aprendizagem na qual a atividade coletiva tem um papel importante. O que diferencia basicamente(21) estas duas correntes de idéias é que uma busca explicação para o desenvolvimento psicológico humano, procurando identificar um percurso universal, definindo níveis ascendentes de sofisticação para as formas de pensamento; a outra baseia-se na idéia de que os grupos de pessoas funcionam psicologicamente em resposta às demandas do contexto em que vivem(22). Pareceu-nos que as pesquisas na segunda direção seriam mais úteis em estudos que se remetem a grupos sociais pouco letrados integrados à complexa sociedade urbana da cidade de São Paulo, sendo assim buscamos a maior parte de nossas referências teóricas em trabalhos de Vygotski(23), Luria(24), Wallon(25), Bruner(26), Tulviste(27) e dos pesquisadores que basearam seus trabalhos nestes autores.

(18) Vide Apêndice 2 - História da escola.

(19) Bednarz, Dupin, Garnier, Germain, Janvier, Johsua, Laborde e Nunes são os citados no livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgs.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.

(20) Lvovski, Medvediev, Polivanova, Rivina, Roubtsov, Semenova, Ulanovskaya e Yarkina são os citados no livro de (19).

(21) O livro citado em (19) é inteiramente dedicado a esta diferenciação.

(22) Para maior aprofundamento das diferenças entre estas duas correntes de idéias vide, além do livro citado em (19), LA TAILLE, Y. de, OLIVEIRA, M. K. de & DANTAS, H. - *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão*. São Paulo, Summus, 1992.

(23) VYGOTSKY, L. S. - *Pensamento e linguagem*, trad. M. Resende; Lisboa, Edições Antídoto, 1979; do mesmo autor *A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche; São Paulo, Martins Fontes, 1984; e dele com LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. e outros - *Psicologia e Pedagogia II. Investigações experimentais sobre problemas específicos*, trad. M. Flor Marques

Vygotski⁽²⁸⁾ desenvolveu seus trabalhos a partir da concepção de que as características psicológicas humanas são construídas nas condições histórico-culturais de existência dos indivíduos. O desenvolvimento humano não é predeterminado geneticamente, nem resulta apenas da pressão e do controle ambiental; é construído no decorrer da vida devido à influência recíproca que se estabelece entre indivíduo e meio.

O ser humano é considerado em sua dupla natureza, ou seja, como membro de uma espécie biológica cujo funcionamento psicológico, só se desenvolve no interior de um grupo cultural e que, ao longo do desenvolvimento dessa espécie e de cada membro individualmente, vem sendo moldado pelo processo histórico que torna a cultura como parte da natureza humana⁽²⁹⁾.

Simões. Lisboa, Editorial Estampa, 1977; e só com LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. - **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**, trad. M. da Penha Villalobos. São Paulo, Ícone/Ed. USP, 1988.

(24) Além dos livros em coautoria citado em (23), LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988; e **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

(25) WEREBE, M. J. G. & NADEL-BRULFERT, N. S. (orgs.) - **Henri Wallon**, trad. Elvira S. Lima. São Paulo, Ática, 1986.

(26) BRUNER, J. S. - **Uma nova teoria de aprendizagem**, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.

(27) TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988. Tulviste

(28) VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979. (Vygotski-Pens. e Ling.)

(29) VYGOTSKY, L. S. - **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afêche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

3. A ESTRUTURA DESTA TESE

O presente texto consta de cinco capítulos; este primeiro que, introduzindo o assunto, inicia a discussão da problemática a ser estudada. As colocações teóricas do Capítulo II têm como finalidade fornecer o quadro de princípios que embasou o trabalho, buscando a contribuição dos pesquisadores que se baseiam em Vygotski e seus seguidores, complementados, enquanto orientação de pesquisa, pelos pós-piagetianos sócio-interacionistas⁽³⁰⁾. O terceiro capítulo contém a descrição da metodologia utilizada, a justificativa desta escolha; as condições de contorno da pesquisa quer no que dizem respeito à chegada da pesquisadora à escola, quer às condições pedagógicas e administrativas encontradas. Além disso, inclui também a caracterização dos alunos, o planejamento e a narrativa do desenvolvimento das atividades que foram objeto de análise. Esta é desenvolvida no Capítulo IV; onde são discutidas questões referentes às interações entre as pessoas envolvidas na pesquisa -- alunos, professores, a própria pesquisadora -- no processo de aquisição do conhecimento matemático escolar que procurou não negar o prévio, quer construído na prática quer em outras experiências escolares. O quinto capítulo consta de uma síntese das reflexões sobre este estudo e de algumas sugestões de possíveis temas para novos estudos.

(30) Um dos pós-piagetianos consultado foi Vergnaud; vide, por exemplo, VERGNAUD, G. - "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" in *Recherches Didactique des Mathématiques*. Paris, 1981, vol. 2, no.2, pp. 215 à 231.

II - COGNIÇÃO E CONHECIMENTO MATEMÁTICO

1. ESCOLARIZAÇÃO E CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Resolvemos dedicar-nos ao estudo da complexa relação entre o conhecimento prévio do aluno, jovem ou adulto, e seu processo de escolarização. Estamos nos referindo à instituição escola considerada nos moldes urbanos, não a escolas que atendem comunidades relativamente isoladas, sejam tribais ou rurais⁽¹⁾; esta diferenciação tem como objetivo situar melhor o nosso enfoque teórico. Entretanto alguns estudos referentes a tais comunidades, tanto nacionais⁽²⁾ como de outros povos⁽³⁾, foram utilizados como referência.

Ainda que nosso estudo não visasse discutir as tendências do ensino de Matemática nas classes de Educação de Adultos, voltando-se a um estudo mais interno à sala de aula, tais tendências foram tomadas como referência. Pois, considerando que os significados a respeito do objeto do conhecimento que o aluno constrói são determinados pelas condições histórico-culturais da sociedade na qual está inserido⁽⁴⁾ e que a escola é uma das instituições desta sociedade, nos pareceu procedente levar em consideração as tendências do ensino da Matemática, mesmo que não dispusessemos de dados específicos sobre Educação de Adultos⁽⁵⁾. Silva⁽⁶⁾

⁽¹⁾ TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

⁽²⁾ Como, por exemplo, CARVALHO, N. L. C. - *Etnomatemática: o conhecimento matemático que se constrói na resistência cultural*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1991 e SEBASTIANI FERREIRA, E. - A importância do conhecimento etnomatemático indígena na escola dos não-índios. Campinas, or. dat., 1994.

⁽³⁾ Como, por exemplo, GAY, J. & COLE, M. - *The new Mathematics and the old culture ...* Nova Iorque, Holt, Rinehart and Winston, 1967; LAVE, J. - *Cognition in practice ...* Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp; TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988; CAMPBELL, D. R. - "Desenvolvimento da alfabetização em Matemática ...", in COOK-GUMPERZ, J. - *A construção social da alfabetização*, trad. Dayse B. Porto Alegre, Artes Médicas, 1991; NEELEMAN, W. - *Ensino de Matemática em Moçambique ...* Rio Claro, diss. de maestr., IGCE-UNESP, 1993; HORTON, R. - "African traditional thought ..." in *Africa*. XXXVII (1 & 2) (1967) 50-71, 155-187. JURDAK, M. - "Religion an language - ICME VI. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.

⁽⁴⁾ VYGOTSKY, L. S. - *Pensamento e linguagem*, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽⁵⁾ Tivemos acesso a algumas dissertações de mestrado que abordam o ensino de Matemática na Educação de Adultos, os temas abordados não nos permitem generalizar tendências.

⁽⁶⁾ SILVA, T. R. N. da - "Influências teóricas no ensino e no currículo no Brasil" in *Cadernos de Pesquisa*. S.Paulo (70):5-19, agosto 1989, p. 11.

identifica as diversas correntes teóricas que nortearam a elaboração dos currículos e as modificações no ensino que ocorreram ao longo da história da Educação brasileira, entretanto não se atém especificamente à Matemática. Já Fiorentini⁽⁷⁾, a partir da análise da produção acadêmica brasileira de pós-graduação até 1990, identificou tendências na Educação Matemática, considerando a ordem de emergência no Brasil: a formalista-clássica, a formalista-moderna, a tecnicista e suas variações, as ativas e a sociopopular ou crítico-popular. Tal classificação parece-nos adequada, porém preferimos a abordagem de Silva que se refere a uma sexta tendência, a construtivista, não a incluindo entre as ativas⁽⁸⁾. Ao situar temporalmente estas tendências, o estilo do autor permite-nos perceber o caráter não excludente destas tendências no que se refere às suas manifestações na sala de aula brasileira⁽⁹⁾.

1.1. O conhecimento matemático prático e o escolar

Como salienta Neelman⁽¹⁰⁾, não é suficiente restringir a valorização da matemática que todas as culturas possuem ao âmbito de um ideário filosófico ou ideológico. Nossas investigações devem buscar identificar a relação entre este conhecimento -- que inclui, além de um sistema de numeração, técnicas de cálculo, conceitos e técnicas de medição, formas de classificar, ordenar, inferir e o conceito de tempo e espaço -- e o conhecimento matemático veiculado na escola. O investigador moçambicano⁽¹¹⁾ ressalta a necessidade de transformar em tema de pesquisa o pressuposto, assumido por muitos autores, de que as propriedades matemáticas subjacentes ao conhecimento desenvolvido dentro e fora da escola são os mesmos. Se chegarmos à conclusão que há diferenças estruturais entre, usando o termo do educador

⁽⁷⁾ FIORENTINI, D. - Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: **O caso de produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1994. Em particular o primeiro capítulo.

⁽⁸⁾ Julgamos conveniente subdividir as tendências que Fiorentini engloba sob o nome de "ativas" pois, além de apresentarem concepções diferentes de Matemática, diferem também nas correntes da Psicologia na qual embasam seus trabalhos.

⁽⁹⁾ FIORENTINI, D. - Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: **O caso de produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1994.

⁽¹⁰⁾ NEELEMAN, W. - **Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "traditional"**. Rio Claro, exame de qualificação, 1992, p.64.

⁽¹¹⁾ O autor dedica um capítulo de sua dissertação de mestrado a este tema ("As possibilidades e as limitações de

matemático moçambicano, a "matemática informal"⁽¹²⁾ de dado grupo cultural e a "matemática universal", uma transição suave, por continuidade, não seria possível, apesar de muitos etnomatemáticos -- como Gerdes, por exemplo -- apoiarem suas pesquisas sobre esta hipótese⁽¹³⁾.

Se é verdade que qualquer comunidade resolve muitos problemas matemáticos e estas soluções são utilizadas por todos ou por alguns de seus membros, com relação à escola há uma diferença significativa entre o modo de resolver problemas dentro e fora da instituição, como coloca Hiebert⁽¹⁴⁾ referindo-se a populações urbanas. Em situações não-escolares as pessoas demonstram interpretar os problemas adequadamente, usar estratégias que compreendem para resolvê-los e avaliar se seus resultados são ou não absurdos. Em contraste, no que se refere a tarefas escolares, muitos alunos manifestam-se incapazes de interpretá-las de modo a lhes atribuir significado, utilizam para solucioná-las regras apenas memorizadas e mal compreendidas e não conseguem avaliar se suas respostas têm sentido⁽¹⁵⁾.

As implicações destas considerações são complexas se levarmos em conta que os objetivos do ensino, mesmo elementar, de Matemática são mais amplos que ensinar cálculos. Membros de grupos menos letrados, que na nossa sociedade urbana são os menos favorecidos economicamente, parecem transitar com maior dificuldade em atividades que lhes solicitem os chamados "procedimentos meta-cognitivos"⁽¹⁶⁾. O termo diz respeito aos procedimentos do sujeito que indicam autoconsciência de seus processos de pensamento a ponto de descrevê-los e explicá-los a outras pessoas⁽¹⁷⁾.

⁽¹²⁾ Neelman utiliza como sinônimos os termos "matemática espontânea", "natural", "popular" em contraposição à "matemática universal". Vide dissertação mencionada em (10).

⁽¹³⁾ GERDES, P. - **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Maputo, tese dout., Un. Eduardo Mondlane, 1987.

⁽¹⁴⁾ HIEBERT, J. - "The struggle to link written symbols with understandings: an update" in **Arithmetic Teacher**. Março de 1989.

⁽¹⁵⁾ Idem.

⁽¹⁶⁾ DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético" in **Infancia y Aprendizaje**, 1991, 53, 75-97.

⁽¹⁷⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Letramento e transformações cognitivas". São Paulo, or. dat., 1992.

1.2. Etnociência

Parece que a importância da escolarização não está somente em provocar mudanças no pensamento referentes à aplicação de "velhas habilidades" a "novo material", empregando a nomenclatura utilizada por Tulviste⁽¹⁸⁾, as transformações são mais profundas. Para compreendê-las é conveniente distinguir "ciência moderna"⁽¹⁹⁾ e etnociência⁽²⁰⁾. Horton⁽²¹⁾ cita cinco características que as distinguiriam; a primeira diz respeito à principal preocupação de cada uma delas; se para a etnociência é descrever e classificar, para a "ciência moderna" é explicar. Outra diferença está no fato desta última admitir a presença de diversos sistemas que competem na descrição e explicação de um fenômeno. Uma terceira diferença diz respeito à necessidade de, em cada sistema da ciência moderna se requisitar uma única base de classificação, leis explicativas gerais e não-contradição interna. Também é característica da ciência moderna a presença de critérios de julgamento explícitos e universais para avaliar o que é ou não exceção. Uma quinta característica diz respeito à existência, na ciência moderna, de algumas formas de conhecimento derivadas de outras exclusivamente por regras formais.

Poderíamos sintetizar as cinco características da autoconsciência.

"Only in a culture in which there are alternative systems of thinking is it possible and imperative for a methodology to emerge that permits a study and evaluation of the systems correspondence to certain laws of methods used in the systems to describe and explained reality, that is, of the systems themselves, and not just the reality described and explained with their aid."⁽²²⁾

Mesmo que a lista de características citadas por Horton⁽²³⁾ seja completa, estas diferenças foram elencadas a partir de estudos de comunidades fechadas, com sistema social e língua

⁽¹⁸⁾ TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

⁽¹⁹⁾ Utilizamos o termo "moderna" como referência ao conhecimento tido como científico pelos padrões europeus; uma ciência com autoconsciência. Para maiores esclarecimentos, vide obra citada em (18).

⁽²⁰⁾ No sentido da ciência "natural", "popular", indicado por Neeleman, vide NEELEMAN, W. - *Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "traditional"*. Rio Claro, diss. de mestr., IGCE-UNESP, 1993.

⁽²¹⁾ HORTON, R. - "African traditional thought and Western Science" in *Africa*. XXXVII (1 & 2) (1967) 50-71, 155-187.

⁽²²⁾ TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988, p.269.

⁽²³⁾ HORTON, R. - "African traditional thought and Western Science" in *Africa*. XXXVII (1 & 2) (1967) 50-71, 155-187.

próprios, não de pesquisas sobre subgrupos iletrados de culturas urbanas letradas. Além disso, não se referem especificamente à Etnomatemática⁽²⁴⁾. Pelo que pudemos apreender em nossas leituras, as pesquisas sobre estes dois aspectos -- as diferenças entre a Etnomatemática e as outras etnociências e a etnomatemática do migrante da região rural para a urbana -- ainda estão no início.

⁽²⁴⁾ Tulviste se refere à existência da Etnobotânica, da Etnozoologia e da Etnoastronomia e à não-existência da Etnológica, da Etnognosiologia e da Etnopsicologia, não menciona a Etnomatemática. Para mais detalhes vide TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall, Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

2. ADULTOS COMO SUJEITOS DE PESQUISAS

Se desejamos estudar a aprendizagem de jovens e adultos, é necessário recorrer a teorias que, além de conceberem o desenvolvimento cognitivo humano como um processo basicamente cultural, relacionem as diferenças de pensamento observadas de uma época de vida para outra às verdades vigentes em cada uma delas e ao seu material de idéias e de linguagem. Wallon⁽²⁵⁾ ressalta também que o suporte dessas verdades são as técnicas de trabalho, as maneiras de viver, as condições de existência que o meio social impõe a seus membros.

"O próprio pensamento do adulto está longe de ser algo fixo, imutável, um limite definitivo, como certas definições da razão fariam supor. Não somente ele se modificou com as épocas e as civilizações, mas continua a apresentar flutuações."⁽²⁶⁾

Tomamos o pesquisador francês como uma das referências teóricas para nossa pesquisa, visto que considera a possibilidade de desenvolvimento cognitivo e intelectual do ser humano em qualquer idade, apesar de, considerando a literatura a qual tivemos acesso, Wallon ter se dedicado ao estudo do desenvolvimento infantil.

Além disso, como colocam Ramírez, Cubero, Santamaria⁽²⁷⁾, De la Mata & Sanches⁽²⁸⁾, através do estudo do pensamento de adultos que têm acesso tardio à escola, podemos observar o efeito da educação e da alfabetização independente das influências dos fatores maturacionais e de desenvolvimento que caracterizam a infância.

⁽²⁵⁾ WEREBE, M. J. G. & NADEL-BRULFERT, N. S. (orgas.) - **Henri Wallon**, trad. Elvira S. Lima. São Paulo, Ática, 1986.

⁽²⁶⁾ Idem p. 118.

⁽²⁷⁾ RAMÍREZ, J. D., CUBERO, M. & SANTAMARIA, A. - "Cambio sociocognitivo y organización de las acciones: una aproximación sociocultural a la educación de adultos", in **Infancia y Aprendizaje**, 1990, 51/52, 169-190.

⁽²⁸⁾ DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético", in **Infancia y Aprendizaje**, 1991, 53, 75-97.

2.1. Escolarização e formas de pensamento

Alguns autores, nesta perspectiva, desenvolveram pesquisas junto a grupos de diferentes composições sociais, tendo como referência a escolaridade, a inserção no sistema produtivo ou ambos. Vygotski e Luria⁽²⁹⁾ desenvolveram pesquisas, durante os anos de 1931 e 1932, em regiões remotas do Uzbequistão e Kirghizia, com o objetivo de estudar os efeitos das transformações ocorridas naquelas regiões que haviam passado de uma economia e meios de produção característicos da pré-industrialização, para um acelerado avanço tecnológico, em todas as áreas, inclusive as referentes à escolarização da população. Os sujeitos dessas investigações compunham cinco grupos de níveis diferentes de escolarização e diversos tipos de inserção no sistema produtivo. As investigações demonstram as alterações na atividade mental humana que acompanham as mudanças de vida social e a aquisição de rudimentos de conhecimento escolar.

"Em todos os casos, descobrimos que mudanças nas formas práticas de atividade, especialmente na escolaridade formal, produziram alterações qualitativas nos processos de pensamento dos indivíduos estudados."⁽³⁰⁾

Tais alterações não dizem respeito só à expansão de horizontes, afetam também a estrutura dos processos cognitivos. Assim, mudanças sócio-históricas, além de introduzir novo conteúdo no mundo mental dos seres humanos, criam novas formas de atividade e novas estruturas de funcionamento cognitivo; promovem o avanço da consciência humana para um outro estágio⁽³¹⁾.

Com a finalidade de estudar, sob um ponto de vista sociocultural, a relação entre a educação formal e as ações de agrupamento e memória dos adultos, Ramírez, Cubero, Santamaria⁽³²⁾, De la Mata & Sanches⁽³³⁾ desenvolveram uma pesquisa cujos sujeitos foram alunos

⁽²⁹⁾ LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990, Prefácio.

⁽³⁰⁾ VYGOTSKI, L. S., LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. - **Linguagem desenvolvimento e aprendizagem**, trad. M. da Penha Villalobos. São Paulo, Ícone/Ed. USP, 1988, terceiro capítulo, p. 58.

⁽³¹⁾ LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽³²⁾ RAMÍREZ, J. D., CUBERO, M. & SANTAMARIA, A. - "Cambio sociocognitivo y organización de las acciones: una aproximación sociocultural a la educación de adultos", in *Infancia y Aprendizaje*, 1990, 51/52, 169-190.

de centros de Educação de Adultos de Sevilha distribuídos em três níveis escolares: alfabetização, pré-graduado e graduado; a composição por sexo e por atividade profissional foi determinada pelo nível escolar⁽³⁴⁾. As provas de memória e de classificação propostas aos alunos foram distribuídas em quatro dias, compreendendo cada uma delas uma fase de estudo e, no caso das de memória, uma de recordação⁽³⁵⁾. As falas e os gestos⁽³⁶⁾ que os alunos utilizaram durante as fases de estudo foram também analisados pelos pesquisadores. Somente os alunos do pré-graduado demonstraram transformações em suas condutas da primeira para a segunda prova; eles, que haviam apresentado funcionamento cognitivo rudimentar⁽³⁷⁾, transformaram suas condutas demonstrando funcionamento avançado⁽³⁸⁾, e alguns deles, que haviam utilizado as palavras com referente singular⁽³⁹⁾, o fizeram com referente categorial⁽⁴⁰⁾.

Por outro lado, Tulviste⁽⁴¹⁾, estudando os resultados de diversas pesquisas interculturais, levanta um paradoxo: se, por um lado, tais estudos parecem indicar que o pensamento das pessoas provenientes de "culturas modernas"⁽⁴²⁾ parece estar muito mais conectado com a "ciência européia" do que se tem assumido; por outro lado, em sua natureza, este mesmo pensamento parece ser muito menos científico do que se supunha. A contradição pode não estar nas pesquisas,

"... but between our general representations on the nature of "our" thinking which we beleieve, on the one hand, to be natural and universal and, on the other, to be logical and scientific."⁽⁴³⁾

(33) DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético", in *Infancia y Aprendizaje*, 1991, 53, 75-97.

(34) Por exemplo, das 90 pessoas dos níveis de alfabetização e pré-graduado 85,7% eram mulheres, donas-de-casa, com idade entre 45 e 55 anos. Vide texto de (33).

(35) Durante todas as provas, o trabalho do aluno era observado através de um vidro espelhado que estava à sua frente e ele podia consultar o entrevistador quando julgasse necessário. Vide texto de (33).

(36) Os autores se referem especificamente a olhares pedindo aprovação. Vide RAMÍREZ, J. D., CUBERO, M. & SANTAMARIA, A. - "Cambio sociocognitivo y organización de las acciones: una aproximación sociocultural a la educación de adultos", in *Infancia y Aprendizaje*, 1990, 51/52, 169-190.

(37) Os autores consideraram como rudimentares as condutas dos sujeitos que paravam de olhar para o material demonstrando tentar recordar seus nomes.

(38) As condutas dos sujeitos foram consideradas avançadas quer os critérios utilizados tenham sido contextuais ou mistos.

(39) Nomenclatura utilizada por Ramirez, Cubero & Santamaria [Texto citado em (36)] para indicar a ausência de um referente categorial.

(40) Texto citado em (36) e DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético", in *Infancia y Aprendizaje*, 1991, 53, 75-97.

(41) TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

(42) Quando Tulviste [Livro citado em (41)] faz referência às culturas modernas as está contrapondo às "tradicionais" que são aquelas cuja ciência tem características diferentes da européia.

(43) Idem, livro citado em (41), pp. 279, 280.

Este paradoxo desaparece se considerarmos a dependência que o pensamento tem, tanto da atividade que as pessoas exercem, como dos tipos de problemas emergentes da cultura a qual elas pertencem e que elas devem resolver. De acordo com Tulviste⁽⁴⁴⁾, há poucas bases tanto para supor que o pensamento dito "científico" das pessoas escolarizadas seja universal, como para reduzi-lo totalmente a uma classe específica, ou seja, pensamento voltado aos conceitos científicos.

Sendo assim, considerando a ciência⁽⁴⁵⁾ como um tipo de atividade e os problemas científicos veiculados pela escola como um tipo especial, podemos supor que a escolarização promove o desenvolvimento de um tipo de pensamento verbal que permite ao sujeito pensar cientificamente. Este tipo de pensamento difere dos outros tipos pelas suas funções e pela sua estrutura⁽⁴⁶⁾.

Além disso, este novo tipo de pensamento não suprime nem substitui os tipos previamente existentes, funcionalmente corresponderá a outros tipos de atividades e problemas. E as diferenças no pensamento das pessoas escolarizadas, com as não escolarizadas, correspondem à presença da autoconsciência e da possibilidade de discorrer verbalmente sobre a cultura à qual elas pertencem.

Entretanto os estudos mencionados neste item não se referem à Matemática especificamente. Tentando caracterizar um pouco mais as diferenças desta área de conhecimento em relação às outras, recorreremos aos estudos de Saxe & Posner⁽⁴⁷⁾, que consideram três propriedades da representação numérica⁽⁴⁸⁾. A primeira delas se refere à capacidade que os seres humanos têm de utilizar elementos do meio ambiente como veículos simbólicos para ampliar sua capacidade de resolver problemas, como instrumentos de mediação para realizar suas atividades

⁽⁴⁴⁾ Ibidem.

⁽⁴⁵⁾ Nos moldes europeus, como define Tulviste no livro citado em (41).

⁽⁴⁶⁾ VYGOTSKY, L. S. - *Pensamento e linguagem*, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽⁴⁷⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁴⁸⁾ Ao mencionarmos estes autores, não estamos restringindo toda a Matemática à representação numérica, entretanto consideramos que a quantificação numérica, sua representação mesmo que seja apenas oral e a operações com esta quantificação são partes importantes do conhecimento matemático que qualquer grupo cultural desenvolve.

numéricas. A segunda propriedade é que os indivíduos utilizam tais mediadores para representar relações lógico-matemáticas que não estão nos objetos mas são um aspecto inerente à atividade de enumeração do sujeito. E a terceira propriedade diz respeito ao fato deste veículo intermediário, que inicialmente tem apenas função contextualizada àquela situação, poder tornar-se um objeto simbólico com o qual o indivíduo interage⁽⁴⁹⁾.

A partir de cada uma destas propriedades, Saxe & Posner⁽⁵⁰⁾ levantam um conjunto de questões sobre o desenvolvimento do pensamento numérico. A primeira propriedade tem como implicação que, durante o curso do seu desenvolvimento, as pessoas transformam formas históricas de representação numérica, que eram inicialmente externas ao seu repertório cognitivo, em veículos simbólicos que se tornam uma parte das suas atividades de resolução de problemas.

A segunda propriedade tem como implicação a compreensão de que as pessoas utilizam símbolos numéricos para representar operações lógico-matemáticas; então,

"... the study of number development must also provide an account of the origins and development of these logical operations and the way they become manifest in the use and understanding of a numeration system."⁽⁵¹⁾

Como implicação da terceira propriedade, Saxe & Posner⁽⁵²⁾ apontam o fato do pensamento numérico operar com, e sobre, uma particular invenção histórica, o que pode facilitar operações de certos tipos e limitar outras. Sendo assim, o estudo do desenvolvimento numérico deve se dar na perspectiva de munir e explicar a maneira pela qual diferenças nas construções sócio-históricas do número conduzem a variações nas maneiras individuais de resolver problemas.

Com o objetivo de estudar a inter-relação e a interação da formação das três propriedades nas culturas humanas, Saxe⁽⁵³⁾ realizou uma pesquisa junto aos oksapmin, habitantes de uma região de Papua na Nova Guiné, que utilizam partes do corpo no seu sistema de contagem⁽⁵⁴⁾ e

⁽⁴⁹⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁵⁰⁾ Idem.

⁽⁵¹⁾ Ibidem, p. 293.

⁽⁵²⁾ Ibidem.

⁽⁵³⁾ Ibidem.

⁽⁵⁴⁾ Mais detalhes deste sistema vide IFRAH, G. - **Números: história de uma grande invenção**, trad. Stella M. F. Senra. Rio de Janeiro, Ed. Globo, 1989.

que somente nas últimas décadas introduziram dinheiro na sua economia. A indivíduos com diversas inserções na economia e experiências variadas no uso de dinheiro, desde donos de lojas até pessoas tradicionais que quase não tinham contato com moedas, foram propostos problemas simples de adição e subtração contextualizados com o uso de moedas.

"An analysis of peoples' strategies showed differences in each of the core properties as a function of the amount of participation in the money economy."⁽⁵⁵⁾

Era típico das pessoas tradicionais considerarem nas suas estratégias de solução somente a correspondência entre a série de partes do corpo e um conjunto de objetos do mundo real, já as pessoas que tinham experiência constante com trocas econômicas criaram novas formas de operações⁽⁵⁶⁾. Analisando outras pesquisas interculturais, Saxe & Posner⁽⁵⁷⁾ concluem que a formação dos conceitos é um processo simultaneamente enraizado na construção das atividades da vida individual e social. Sendo assim, devem ser desenvolvidos estudos que foquem tanto cada contexto cultural de solução de problemas como busquem o universal no desenvolvimento das estruturas cognitivas.

Parece que o paradoxo levantado por Tulviste⁽⁵⁸⁾ permanece. Haveria paradoxo análogo às culturas relativamente isoladas quando estudamos os subgrupos urbanos imigrantes? Enquanto alguns pesquisadores apontam na direção da possibilidade da incorporação por continuidade e

⁽⁵⁵⁾ Uma análise das estratégias das pessoas mostrou diferenças em relação a cada uma das três propriedades como uma função do nível de participação na economia com uso de dinheiro. Para mais detalhes vide SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983, pp. 313, 314.

⁽⁵⁶⁾ As pessoas que tinham experiência constante com trocas econômicas frequentemente estabeleciam correspondências entre uma série ou uma subsérie de partes do corpo de modo a obter uma representação exata da resposta; essa estratégia consistia em manter um registro consecutivo da adição ou subtração progressiva nas partes do corpo. Vide texto citado em (55).

⁽⁵⁷⁾ Idem texto citado em (55).

⁽⁵⁸⁾ TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

complementaridade⁽⁵⁹⁾, outros aventam a existência de uma "aritmética dialética" que seria utilizada nas soluções de problemas gerados em situações de compra de produtos comestíveis⁽⁶⁰⁾.

2.2. Jovens e adultos brasileiros

Se a cultura do grupo social ao qual a pessoa pertence é determinante na natureza do seu desenvolvimento cognitivo, então as diferenças histórico-culturais entre trabalhadores brasileiros que moram num grande centro urbano como São Paulo em 1990 e russos, camponeses⁽⁶¹⁾ ou não⁽⁶²⁾, ou africanos oksapmins⁽⁶³⁾ tornam os estudos de Luria, Tulviste e Saxe apenas referências, não sendo possível o simples transporte de resultados; julgamos conveniente, assim, nos remetermos a estudos nacionais.

Um dos pesquisadores brasileiros que realizou estudos sobre a Educação de Adultos foi Haddad⁽⁶⁴⁾. O histórico de um curso supletivo particular⁽⁶⁵⁾ situado na Zona Oeste da cidade de São Paulo elaborado por ele nos foi útil, sobremaneira na parte em que o autor se refere ao perfil dos alunos, notadamente o dos alunos das séries iniciais do 1o. Grau. Tal caracterização foi refeita em 1989⁽⁶⁶⁾ e poderia talvez direcionar a elaboração de um perfil do aluno das séries iniciais dos cursos supletivos na cidade de São Paulo.

⁽⁵⁹⁾ Como Ferreiro & Ure (FERREIRO, E. & URE, M. C. D. - "O cálculo escolar e o cálculo com dinheiro em situação inflacionária" in *Alfabetização em processo*, trad. Maria Antonia C.C. Magalhães, Marisa N. Paro e Sara C. Lima. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1986, pp. 106 a 141.), Gerdes (GERDES, P. - *Sobre o despertar do pensamento geométrico*. Maputo, tese dout., Un. Eduardo Mondlane, 1987) e alguns pesquisadores brasileiros que retomaremos no próximo item.

⁽⁶⁰⁾ LAVE, J. - *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp. e em co-autoria com MURTAUGH, M. & LA ROCHA, O. - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping" in ROGOFF, B. & LAVE, J. - *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Harvard University Press, 1984. Retomaremos esta autora também.

⁽⁶¹⁾ Os sujeitos da pesquisa desenvolvida por Luria na década de 30 eram camponeses habitantes das regiões do Uzbequistão e Kirghizia. Vide LURIA, A. R. - *Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais*, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽⁶²⁾ Os sujeitos da pesquisa desenvolvida por Tulviste na década de 70 eram habitantes de uma região isolada da Rússia, o Kirghiz. Vide TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

⁽⁶³⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives" in GINSBURG, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁶⁴⁾ HADDAD, S. - *Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo*. São Paulo, FE - USP, diss. mest., 1982.

⁽⁶⁵⁾ É um curso supletivo subsidiado por uma congregação religiosa católica que mantém no mesmo prédio, no período diurno, cursos de 1o. e 2o. graus regulares cujos alunos pertencem a camadas sociais economicamente privilegiadas.

⁽⁶⁶⁾ CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S. Paulo, or. dat., Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.

As três pesquisas às quais faremos referência a seguir não se realizaram dentro da escola mas consideraram a escolaridade de seus sujeitos como variável importante. Os sujeitos de pesquisa de Dias⁽⁶⁷⁾ foram pessoas que trabalhavam na construção civil com diferentes níveis de escolarização, de analfabetos àqueles que cursaram o 3o. Grau. Em entrevistas individuais lhes foram propostos dois tipos de silogismos, da lógica proposicional e da lógica categórica, cujo conteúdo também variava: fatos desconhecidos, fatos contrários à opinião dos sujeitos e fatos contraditórios com a experiência dos sujeitos. Nesta pesquisa, a escolarização apareceu como variável significativa apenas nos casos em que os silogismos contrariavam a experiência prática do sujeito, sendo que o número de acertos dos sujeitos analfabetos foi maior, comparativamente, que o dos estudados por Luria⁽⁶⁸⁾. A autora levanta a hipótese deste último fato estar relacionado às diferentes condições sociais e atividades práticas dos sujeitos que não eram camponeses⁽⁶⁹⁾.

Tfouni⁽⁷⁰⁾ realizou seus estudos com adultos brasileiros não alfabetizados buscando questionar o modelo da lógica formal como o espelho do funcionamento intelectual humano, conforme preconizado por Piaget. Separou seus sujeitos em dois grupos aos quais apresentou silogismos categóricos que variavam de acordo com o conteúdo⁽⁷¹⁾. Cada grupo estava subdividido em controle e experimental; aos componentes dos grupos experimentais, concomitante à apresentação oral dos silogismos, foram mostradas gravuras representando o conteúdo destes. A autora inclui seu trabalho em uma linha de estudos primariamente psicolinguística e, secundariamente, etnolinguística. Levanta a problemática da inserção de grupos sociais ágrafos numa sociedade letrada:

"Abrir mão do próprio conhecimento, em larga escala fundamentado no senso comum e em práticas culturalmente herdadas, é o preço que os não

⁽⁶⁷⁾ DIAS, M. G. B. B. - "Da lógica do analfabeto à lógica do universitário: há progresso?", in **A.B.P.** . Rio de Janeiro, jan./mar. 1987, 39(1), pp. 29 a 40.

⁽⁶⁸⁾ LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽⁷⁰⁾ TFOUNI, L. V. - **Adultos não alfabetizados: o avesso do avesso**. Campinas, Pontes, 1988.

⁽⁷¹⁾ Os apresentados ao grupo I eram normativos, ou seja, exprimiam normas sociais, costumes, regulamentos; os apresentados ao grupo II exprimiam leis físicas, biológicas. Vide livro citado em (70).

alfabetizados dentro das sociedades modernas pagam para poder sobreviver, e, muitas vezes, subsistir, dentro dessas sociedades."⁽⁷²⁾

Tfouni mostra como a análise do discurso pode trazer à tona alguns processos cognitivos de adultos não alfabetizados, possibilitando o estudo das relações pensamento-linguagem como um lugar onde o não alfabetizado deixa de ser um "não" para ser um "sim", ou um "também". Tais estudos voltam-se para questionar os estágios piagetianos enquanto uma escala valorada de níveis de funcionamento cognitivo, entretanto não questiona sua universalidade. Os fatores que estariam interferindo para que os sujeitos não formassem um todo homogêneo não entraram no escopo de preocupações da autora⁽⁷³⁾.

Oliveira realizou duas pesquisas que subsidiaram nosso trabalho. A que se realizou em 1982 junto a jovens e adultos alunos do MOBRAL⁽⁷⁴⁾ que funcionava no interior de uma favela da cidade de São Paulo, onde os sujeitos residiam, foram estudados os processos de raciocínio e de solução de problemas em situações de vida prática⁽⁷⁵⁾ e as relações entre estes processos e o desempenho dos sujeitos em testes de inteligência e situações escolares⁽⁷⁶⁾. A descrição que a autora faz das interações entre as pessoas moradoras da favela permite perceber relações entre os fatores mediadores da vida dos sujeitos que participaram da sua investigação e seus comportamentos escolares. Sendo assim, seu trabalho nos foi útil não só para a descrição de nossos sujeitos como para compreender a valoração da escolarização em seus projetos de vida.

A maioria dos sujeitos era constituída de imigrantes recentes a São Paulo, que chegaram na cidade ainda adolescentes ou jovens; vieram de vilarejos ou sítios localizados em áreas rurais subdesenvolvidas; seus pais não haviam terminado o curso primário e trabalhavam em ocupações não-qualificadas. Se adotarmos uma concepção estática de vida social, perceberemos o ambiente dos sujeitos como o de uma vida fragmentada onde convivem componentes de universos culturais

⁽⁷²⁾ Idem (70), p. 121.

⁽⁷³⁾ Nem a origem dos sujeitos nem suas profissões foram consideradas como variáveis relevantes. Vide livro citado em (70).

⁽⁷⁴⁾ Movimento Brasileiro de Alfabetização de Adultos.

⁽⁷⁵⁾ OLIVEIRA, M. K. - **Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela**. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

⁽⁷⁶⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Inteligência e vida cotidiana: competências cognitivas de adultos de baixa renda", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (44):45-54, fev. 1983.

muito diferentes: o rural, tradicional e o urbano⁽⁷⁷⁾. Porém a integração dos fatores mediadores desses dois universos se dá pela combinação deles no interior de um indivíduo ou grupo. A identidade desse migrante se constrói a partir de dimensões baseadas nas três dicotomias: cidade grande/zona rural, São Paulo/nordeste, riqueza/pobreza. Esta última dicotomia, entretanto, é a mais operante, pois o grupo se identifica como basicamente pobre. Todos os outros atributos -- que existem de fato e operam como distinções sociais relevantes para membros e não membros do grupo -- perderiam o significado se esses indivíduos se tornassem ricos⁽⁷⁸⁾. Oliveira ressalta que as competências necessárias⁽⁷⁹⁾ para solucionar os problemas precisam existir na comunidade, ou seja, são necessárias no interior do grupo e não no interior de cada indivíduo.

A solidariedade observada na favela não cria, entretanto, um mundo harmônico; as regras do sistema social abrangente permanecem e as trocas sociais são baseadas na luta individual por um lugar melhor no sistema⁽⁸⁰⁾. Como a situação material é sempre precária, os pequenos lucros obtidos na venda e troca de objetos são bem vindos. Em geral o resultado da transação é benéfico a ambas as partes pela situação do momento. Não raramente estes mecanismos de troca e venda de objetos pessoais incluem alguma exploração de outros ou algum ato socialmente condenável⁽⁸¹⁾; é interessante observar que os indivíduos estão informados sobre o funcionamento do sistema social a ponto de serem capazes de fraudá-lo em seu próprio benefício⁽⁸²⁾.

Aparentemente a organização do orçamento é ilógica: quando os indivíduos têm dinheiro nas mãos gastam tudo chegando ao limite do desperdício. Porém a instabilidade nos arranjos de vida dos moradores da favela e a precariedade do salário fazem com que qualquer despesa além

⁽⁷⁷⁾ Poderíamos aproximar estes conceitos ao que Tulviste (TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.) chama "culturas tradicionais" e "modernas".

⁽⁷⁸⁾ OLIVEIRA, M. K. - *Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela*. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986,

⁽⁷⁹⁾ A pesquisadora denominou "focos de competência" os indivíduos que, na favela, concentram a maioria das habilidades necessárias à solução dos problemas enfrentados pelos membros da comunidade. Vide texto citado em (78).

⁽⁸⁰⁾ Existe um processo interno de exploração na comunidade do qual o comércio de casas e os preços exorbitantes cobrados nas vendas e bares são exemplos. Vide texto citado em (79).

⁽⁸¹⁾ Esta parte foi inferida pela pesquisadora pois, talvez por sua posição de ex-professora daqueles sujeitos, não chegou ao seu conhecimento nenhum fato condenável. Vide texto citado em (79).

⁽⁸²⁾ Idem texto citado em (79), p. 26.

das de habitação, alimentação e transporte seja paga com recursos obtidos fora dos limites do orçamento doméstico.

"Assim sendo, como a economia possível na organização do lazer não resolve o problema da escassez na vida cotidiana, é mais inteligente fazer bom uso do excedente enquanto ele está disponível."⁽⁸³⁾

Aparentemente as pessoas deste grupo social não têm planos para o futuro, nem objetivos a serem atingidos a longo ou a médio prazo, porém eles existem. A instabilidade de vida dos indivíduos torna estes objetivos arriscados e faz com que eles frequentemente não sejam atingidos; as soluções provisórias possíveis são contraditórias com planos, mais amplos porém a questão está no fato de que elas se tornam definitivas e os projetos não são postos em prática⁽⁸⁴⁾. Há então uma interação entre a precariedade de vida cotidiana -- com uma grande carga de problemas concretos e a insegurança dela decorrente -- e a instabilidade provocada pela maneira com as pessoas lidam com as situações; donde cria-se um círculo vicioso onde instabilidade gera instabilidade⁽⁸⁵⁾.

Se fossem utilizados apenas os escores dos testes como parâmetros, seríamos levados a classificar aqueles sujeitos como pessoas de inteligência extremamente baixa; entretanto, os dados obtidos na parte etnográfica do trabalho de Oliveira mostraram-nos como perfeitamente capazes de lidar com as demandas de seu ambiente prático. O confronto das habilidades demonstradas na vida prática com o desempenho nos testes em relação às normas mostra a **inadequação** do uso dos escores como rótulos confiáveis para a inteligência dos sujeitos⁽⁸⁶⁾.

A pesquisa que Oliveira desenvolveu em colaboração com Hara e Meirelles⁽⁸⁷⁾ foi diretamente vinculada a escolarização; os sujeitos foram os alunos dos três termos iniciais do 1o. Grau do mesmo curso supletivo onde Haddad⁽⁸⁸⁾ trabalhou. A investigação foi planejada com o

⁽⁸³⁾ Ibidem p. 27.

⁽⁸⁴⁾ A escolarização é uma das metas dos projetos de vida da maioria das pessoas. Vide texto citado em (79).

⁽⁸⁵⁾ Idem texto citado em (79).

⁽⁸⁶⁾ Ibidem pp. 53 e 54.

⁽⁸⁷⁾ OLIVEIRA, M. K., HARA, R. & MEIRELES, H. - "A organização do conhecimento: procedimentos de classificação entre adultos pouco escolarizados". S. Paulo, or. dat., 1989.

⁽⁸⁸⁾ HADDAD, S. - *Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo*. São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982.

objetivo de sistematizar observações sobre os critérios de classificação utilizados, a verbalização a respeito destes critérios e a relação entre o desempenho, em tarefas escolares e de classificação, de adultos inseridos no mundo letrado que não dominam completamente o sistema de escrita e tiveram um percurso escolar fragmentado e cheio de fracassos. Os materiais oferecidos aos alunos eram de três domínios semânticos: nomes de animais, materiais de estrutura combinatória e material de sucata. Os resultados obtidos foram, de certa forma, contrários aos obtidos por outros pesquisadores com adultos poucos escolarizados -- Cole & Scriber e Luria foram os citados.

"Apesar de alguns alunos terem produzido classificações inconsistentes ou balizadas por critérios muito pessoais, muito vinculados à própria experiência, de modo geral compreenderam bem as instruções das tarefas e realizaram um trabalho bastante adequado como resposta à proposta de classificação."⁽⁸⁹⁾

Não houve evidência de que os sujeitos não fazem raciocínios baseados em atributos dos objetos ou em sua pertinência a categorias abstratas, porém suas verbalizações a respeito das classificações feitas ficaram aquém, a nível de sofisticação, do desempenho demonstrado na ação com os objetos. Houve diferença de desempenho dos alunos com relação à classificação dos materiais de cada um dos domínios, sendo que as mais consistentes foram as realizadas com os materiais de estrutura combinatória que eram totalmente desvinculados da experiência dos indivíduos e o trato com os atributos desses objetos parece forçar um comportamento baseado em conceitos abstratos⁽⁹⁰⁾. Oliveira, Hara e Meirelles destacam que não é suficiente aceitar que os alunos são capazes de pensar logicamente, para evitar sua exclusão do sistema escolar; é fundamental que esta instituição inclua mecanismos de transmissão explícita dos modos de funcionamento intelectual privilegiados pela lógica da escola⁽⁹¹⁾.

⁽⁸⁹⁾ OLIVEIRA, M. K., HARA, R. & MEIRELES, H. - "A organização do conhecimento: procedimentos de classificação entre adultos pouco escolarizados". S. Paulo, or. dat., 1989, pp. 40 e 41.

⁽⁹⁰⁾ Os nomes de animais foram classificados segundo atributos teóricos e também de acordo com as relações dos sujeitos com os animais na vida real; o conhecimento de taxinomias científicas foi mesclado com outras da prática; as classificações sobre o material de sucata foram realizadas predominantemente utilizando critérios de uso ou fazendo montagens do tipo narrativo. Vide texto citado em (89).

⁽⁹¹⁾ Idem texto citado em (89).

2.3. Pesquisas sobre Educação Matemática de adultos

O departamento de Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco vem desenvolvendo pesquisas no sentido de identificar o conhecimento matemático que as pessoas constroem em suas atividades "profissionais"⁽⁹²⁾. Tais trabalhos têm como referência a Matemática escolar, quer para identificar o conhecimento matemático utilizado fora da sala de aula quer para relacionar a escolarização com o sucesso em diversos tipos de situações de provas ou testes. Os resultados destes trabalhos têm indicado que não há relação entre a complexidade ou a sofisticação dos procedimentos matemáticos utilizados nas atividades práticas e o sucesso na resolução de tarefas escolares. Consideraremos apenas os estudos que incluíram adultos como sujeitos.

Com o objetivo de investigar se os indivíduos resolviam os problemas, referentes a adição e subtração ou a multiplicação e divisão, nos moldes escolares independentemente do enunciado referir-se a aumento ou diminuição de quantidade ou à ação de distribuir, Carraher & Bryant⁽⁹³⁾ propuseram a alunos adultos da 1a., 3a. e 5a. séries do 1o. Grau problemas verbais. Foi possível constatar que não houve diferença quanto a quantidade de acertos dos problemas relativos à adição e subtração entre os alunos das três séries e que os sujeitos mais escolarizados utilizavam mais as estratégias consideradas escolarmente corretas; já no que se refere aos problemas relativos à multiplicação e divisão, os indivíduos menos escolarizados apresentaram um menor número de acerto que seus colegas.

A pesquisa de Acioly⁽⁹⁴⁾ visou investigar o nível de compreensão da estrutura combinatória envolvida na elaboração do jogo do bicho por parte dos cambistas; para tanto observou-os enquanto trabalhavam, entrevistou-os clinicamente e lhes propôs problemas de maneira formalizada. O nível de desempenho na situação natural de trabalho não variou com relação à

⁽⁹²⁾ As aspas se justificam pois um dos estudos se refere ao "Jogo do Bicho", que é ilegal no Brasil até a presente data.

⁽⁹³⁾ Citado em CARRAHER, T. N. - "Material embodiments of mathematical models in everyday life" in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - ICME VI. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989. Pela data que consta da bibliografia foi apresentado na China Satellite Conference, Beijing em 1987.

⁽⁹⁴⁾ ACIOLY, N. M. - A lógica do jogo do bicho: compreensão ou utilização de regras? Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1985.

escolarização; as pessoas mais escolarizadas, entretanto, obtiveram melhores resultados nas provas formais; as estratégias de utilização de regras predominaram nas situações naturais e as de algoritmo na situação de prova.

Abreu⁽⁹⁵⁾, Grando⁽⁹⁶⁾ e Santos⁽⁹⁷⁾ realizaram pesquisas que incluíam entre seus sujeitos trabalhadores agrícolas com o objetivo de investigar os efeitos da escolarização na aquisição de estratégias de resolução de problemas extraídos da prática. Na investigação de Abreu, o grupo de entrevistados sem nenhuma escolaridade demonstrou possuir estratégias para resolver problemas da prática⁽⁹⁸⁾ tanto como os indivíduos escolarizados; estes últimos, entretanto, haviam ampliado seu poder de resolução. A pesquisa de Grando envolveu estudantes da 5a. e 7a. série do 1o. Grau e agricultores; os problemas a serem propostos aos estudantes foram elaborados em colaboração com os trabalhadores; constatou-se que, apesar de ambos os grupos possuírem modelos mentais para resolver os problemas, o significado dos mesmos se mantinha para os agricultores, o que não acontecia com os estudantes. A pesquisa desenvolvida por Santos teve como sujeitos alunos de 6a. a 8a. série do 1o. Grau e agricultores aos quais foram propostos problemas sobre lucros e perdas na agricultura; nenhum dos indivíduos entrevistados utilizou alguma das representações escolares associadas ao conjunto dos Números Inteiros para resolver as situações e não houve diferença entre os dois grupos quanto ao sucesso nas soluções.

Magalhães⁽⁹⁹⁾ propôs, em entrevistas clínicas, que cozinheiras cursando classes de alfabetização resolvessem problemas envolvendo a idéia de proporcionalidade com diferentes conteúdos, conhecidos ou não pelos sujeitos. Todas as pessoas resolveram com sucesso as questões que envolviam dinheiro e somente transferiram suas estratégias para os problemas relativos a outra temática se incentivadas, não o fizeram espontaneamente.

⁽⁹⁵⁾ ABREU, G. M. C. P. de - O uso de Matemática na agricultura: o caso dos produtores de cana-de-açúcar. Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1988.

⁽⁹⁶⁾ GRANDO, N. I. - A Matemática na agricultura e na escola. Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1988.

⁽⁹⁷⁾ SANTOS, A. M. - *Compreensão e uso de números relativos na agricultura*. Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1990.

⁽⁹⁸⁾ Eram problemas elaborados num estudo piloto que se constituíam como tais na prática dos agricultores. Vide dissertação citada em (97).

⁽⁹⁹⁾ MAGALHÃES, V. P. de - *A resolução de problemas de proporções e sua transferência em diferentes conteúdos*. Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1990.

Parece que as pesquisas desenvolvidas nos últimos anos em Recife tendem a questionar a universalidade dos estágios piagetianos⁽¹⁰⁰⁾, contudo ainda não se encaminham para verificar a continuidade, ou não, da matemática adquirida na prática em relação à escolar, como sugere Neeleman⁽¹⁰¹⁾, apesar disso, tais trabalhos contribuem para detalhar as nuances do conhecimento matemático não escolar.

Fora de Pernambuco, Souza⁽¹⁰²⁾ incluiu entre os indivíduos que entrevistou clinicamente adultos e adolescentes alunos da 1ª. série de um curso supletivo estadual de uma cidade do interior paulista. A entrevista utilizada pelo autor abordou fatos geométricos. Nenhuma das pessoas mais escolarizadas, que tinham entre 11 e 16 anos, identificou as tarefas propostas com a Matemática, embora tenham obtido maior sucesso em executá-las; dois dos sujeitos desescolarizados perceberam o tema da entrevista. Os indivíduos que tiveram pior performance foram os desescolarizados que trabalhavam como empregadas domésticas, resultado importante para nossos estudos, visto que grande parte de nossos sujeitos exerciam este tipo de atividade profissional.

Outros estudos sobre Educação Matemática de adultos foram realizados com referência direta à sala de aula, entretanto, devido aos objetivos dos mesmos, não foram úteis a nossa investigação. Duarte⁽¹⁰³⁾, Tiengo⁽¹⁰⁴⁾, Gasparini⁽¹⁰⁵⁾ e Monteiro⁽¹⁰⁶⁾ analisaram propostas pedagógicas e não procedimentos de alunos. A única pesquisa que se refere a procedimentos de alunos, a de Sousa⁽¹⁰⁷⁾, classifica-os, não os analisa cognitivamente.

⁽¹⁰⁰⁾ SCHLIEMANN, A. D. & SANTOS, C. M. dos & COSTA, C. da - "Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos", in ALENCAR, E. (org.) - *Novas contribuições da Psicologia aos processos de ensino e aprendizagem*. S.Paulo, Cortez, no prelo.

⁽¹⁰¹⁾ NEELEMAN, W. - *Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "tradicional"*. Rio Claro, diss. de mestr., IGCE-UNESP, 1993.

⁽¹⁰²⁾ SOUZA, A. C. C. - *Sensos matemáticos: uma abordagem externalista da Matemática*. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1992.

⁽¹⁰³⁾ DUARTE, N. - *A relação entre o lógico e o histórico no ensino de Matemática elementar*. São Carlos, FE-UFSCar, 1987.

⁽¹⁰⁴⁾ TIENGO, A. - *O estudo supletivo através do ensino individualizado por módulos é uma solução adequada com módulos de Matemática?* Vitória, FE-UFES, 1988.

⁽¹⁰⁵⁾ GASPARINI, J. B. - *A lei dialética da negação da negação na busca de superação da dicotomia entre o conhecimento prévio do aluno e o saber escolar*. São Carlos, diss. mestr., CECH da UFSCar, 1990.

⁽¹⁰⁶⁾ MONTEIRO, A. - *O ensino de Matemática para adultos através do método Modelagem Matemática*. Rio Claro, diss. mestr., IGCE-UNESP, 1991.

⁽¹⁰⁷⁾ SOUSA, A. M. C. - *Educação Matemática na alfabetização de adultos e adolescentes segundo a proposta pedagógica de Paulo Freire*. Vitória, FE-UFES, 1988.

As pesquisas sobre cognição de jovens e adultos às quais tivemos acesso não se desenvolveram em sala de aula, embora tivessem a escolarização como referência. As investigações voltadas ao estudo da aquisição do conhecimento matemático adquirido fora da escola também não foram realizadas em sala de aula apesar da preocupação com o ensino presente nos textos. Sendo assim, alguns fatores presentes somente no ambiente da escola não interferem; este fato compromete, pelo menos em parte, as diretrizes apontadas para a Educação de Adultos. Além disto, a leitura destes trabalhos nos remete novamente ao paradoxo levantado por Tulviste sobre a "cientificidade" do pensamento das pessoas escolarizadas e a "não-cientificidade" das desescolarizadas⁽¹⁰⁸⁾.

⁽¹⁰⁸⁾ TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

3. A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NUMA PERSPECTIVA SOCIAL

As bases teóricas que serão explicitadas neste item serviram de subsídios para a pesquisa de forma a delinear a opção metodológica, orientar o desenvolvimento do trabalho de campo, determinar a análise e fundamentar a interpretação. Durante o desenvolvimento dos trabalhos, foram utilizados alguns construtos já elaborados por pesquisadores da cognição humana, enquanto outros foram reelaborados em função de tratar-se da Educação Matemática de adultos e não julgarmos possível um emprego tal e qual.

3.1. Aprendizagem no contexto escolar

A teoria vygotskiana considera a aprendizagem humana como basicamente social e as pesquisas nela baseadas devem relevar não só o contexto cultural no qual o indivíduo está inserido, como também o tipo de inserção que ele tem nesse ambiente⁽¹⁰⁹⁾. É em atividade que se dá a apropriação pelo indivíduo do seu ambiente cultural, portanto a atividade se constitui em um dos conceitos fundamentais desta teoria.

Para Leontiev⁽¹¹⁰⁾, a atividade aparece como manifestação de uma necessidade que não pode se atualizar senão através de um objeto que lhe seja adequado. Essa necessidade ou motivo não é, obrigatoriamente, de natureza material, como ter sede; pode ser uma necessidade cognitiva que demandará objetos ideais como idéias, modelos, etc. Para atender a uma necessidade o sujeito muitas vezes deve executar muitas ações ou mesmo operações, que são sistemas de ações.

⁽¹⁰⁹⁾ LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽¹¹⁰⁾ LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

Wertsch⁽¹¹¹⁾ ressalta o caráter não aditivo e nem molar da atividade, o que significa que ela não pode ser reduzida a outras unidades de análise tais como relações estímulo-resposta, ações ou operações de processamento de informação. Além disso,

"...la psicología humana se interesa por la actividad de personas concretas, la cual tiene lugar ya sea en coletividad ..., ya sea en un contexto situacional en cual el sujeto se relaciona directamente con el mundo circundante de objetos (por ejemplo, la rueda del alfarero o la mesa del escritor). Sin embargo, si retiráramos la actividad humana del sistema de relaciones sociales y de la vida social, no existiría ni tendría estructura alguna."⁽¹¹²⁾

O conceito de atividade de Leontiev é baseado na concepção marxista de trabalho⁽¹¹³⁾, sendo assim, sua forma específica está determinada pelas formas e meios de interação social material e mental criados pelo desenvolvimento das condições sociais de produção, forma essa que só é dada a perceber na atividade de pessoas concretas. Ou seja, a atividade humana depende de seu contexto situacional na sociedade, de suas condições inerentes e de fatores idiossincráticos e individuais⁽¹¹⁴⁾.

A "aprendizagem escolar" deve se constituir na construção partilhada -- por alunos e professor -- de conhecimentos⁽¹¹⁵⁾. Assim, será uma atividade cuja seleção das ações e da composição operacional destas será determinada pelas concepções, implícitas ou não, do contexto situacional escolar. Wertsch, chamando de "formal" a escola nos moldes europeus a que já nos referimos, coloca

"... el motivo de una actividad escolar formal podría definirse como el 'aprender por aprender'. En este contexto situacional de actividad otros motivos desempeñan un papel secundario y las acciones y operaciones

⁽¹¹¹⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽¹¹²⁾ Leontiev citado no livro que consta em (111), p. 219.

⁽¹¹³⁾ LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana" in *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

⁽¹¹⁴⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽¹¹⁵⁾ DAVIS, C., SILVA, M. A. S. S. & ESPÓSITO, Y. - "Papel e valor das interações sociais em sala de aula" in *Cadernos de Pesquisa*. S.Paulo (71):49-54, novembro 1989.

ejecutadas en su servicio serán alteradas o descartadas si interfieren seriamente en la importancia del aprendizaje."⁽¹¹⁶⁾

O caminho do desenvolvimento cognitivo humano está vinculado à transformação funcional da atividade. Essas mudanças determinarão as transformações psicológicas do indivíduo assim como sua consciência, suas relações com o ambiente e sua vida interior e exterior⁽¹¹⁷⁾. Sucessivamente, a pessoa retoma as atividades fundamentais, as de jogo na infância⁽¹¹⁸⁾ e as de aprendizagem, utilizando-as com outros objetivos, com novas funções. Sendo assim, estudando a atividade que um indivíduo realiza, poderemos observar ao mesmo tempo o funcionamento de seus processos psicológicos e a projeção da cultura sobre os mesmos⁽¹¹⁹⁾.

Os jovens e os adultos, mesmo que iletrados, já vivenciaram um processo de transformação funcional do discurso. Para compreender esta transformação, vamos diferenciar, usando a terminologia de Vygotski⁽¹²⁰⁾, "discurso interior" de "discurso aberto ou social". O discurso interior se diferencia do social, tanto funcionalmente -- adaptação pessoal no caso do discurso interno e adaptação social no outro caso -- quanto estruturalmente. A economia extrema, elíptica, da fala interior transforma a configuração do discurso até quase o tornar irreconhecível. Enquanto o discurso aberto se desenvolve espontaneamente, o discurso interior depende da interação com outros membros da comunidade e não se desenvolve antes da idade escolar, portanto eles não têm desenvolvimento simultâneo, nem gênese paralela ou convergente⁽¹²¹⁾.

O discurso interior oferece ao indivíduo a possibilidade de, na resolução de problemas, fazer uso da linguagem como recurso intrapessoal, ou seja, a fala não terá mais só a função interpessoal da infância, mas através dela a pessoa pode desenvolver um método para organizar

⁽¹¹⁶⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988, p. 221.

⁽¹¹⁷⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelles, De Boek-Wesmael, 1991, Introdução.

⁽¹¹⁸⁾ OLIVEIRA, Z. M. R. - *Jogo de papéis: uma perspectiva para análise do desenvolvimento humano*. São Paulo, tese dout., Inst. de Psic. USP, 1988.

⁽¹¹⁹⁾ RAMÍREZ, J. D., CUBERO, M. & SANTAMARIA, A. - "Cambio sociocognitivo y organización de las acciones: una aproximación sociocultural a la educación de adultos" in *Infancia y Aprendizaje*, 1990, 51/52, 169-190.

⁽¹²⁰⁾ VYGOTSKY, L. S. - *Pensamento e linguagem*, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979., pp. 64 à 66.

⁽¹²¹⁾ O elo intermediário entre o discurso interno e externo é o discurso egocêntrico, à medida que o discurso egocêntrico amplia suas funções expressiva e de alívio das tensões para a função planejadora, ele se transforma em pensamento propriamente dito; ou seja, o discurso se interioriza porque sua função se altera funcionalmente. Para maior aprofundamento, vide VYGOTSKI, L. S. - *A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984, p.29.

sua própria atividade de maneira a impor a si mesma uma atitude social. No processo de desenvolvimento do ser humano a relação entre a fala e a ação é dinâmica, transforma-se de acompanhante a orientadora da ação. No que se refere às atividades práticas, as pessoas iletradas jovens ou adultas já possuem um discurso interior que lhes permite planejar eficientemente a sequência de suas ações, tanto que executam suas tarefas concretas cotidianas.

Vygotski⁽¹²²⁾ preconiza que, mesmo nos estágios mais precoces, a linguagem tem uma função fundamental na organização e reorganização da percepção, apesar das naturezas diferentes dos processos envolvidos em cada uma dessas funções de pensamento. Se de início os objetos percebidos são apenas rotulados, num estágio seguinte do desenvolvimento, a fala adquire uma função sintetizadora que é instrumental para atingir formas mais complexas de percepção cognitiva, de forma que toda percepção humana consiste em percepções categorizadas, ao invés de isoladas. A mudança no nível de desenvolvimento não acarreta somente a alteração da estrutura de uma função isolada, mas muda as relações interfuncionais.

A similaridade entre o signo, para a atividade psicológica, e o instrumento, para o trabalho, refere-se à função indireta, ou seja, mediadora de ambos, como meio para realizar alguma atividade, que Vygotski⁽¹²³⁾ chama, por isto mesmo, de atividade mediada. O controle da natureza e o controle do comportamento estão mutuamente ligados; sendo assim, a alteração provocada pelo homem sobre a natureza altera a própria natureza do homem. Não pode existir um único sistema interno, predeterminado organicamente, para cada função psicológica. Dessa forma o uso de meios, por exemplo, o signo, amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas, as superiores, podem operar, à semelhança do uso de instrumentos no manuseio da natureza.

A internalização de formas culturais de comportamento -- das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas -- envolve a reconstrução da atividade psicológica tendo como base as operações com signos. Tal

⁽¹²²⁾ Idem livro citado em (121).

⁽¹²³⁾ Ibidem p. 62.

... "processo de internalização consiste numa série de transformações:

a) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. ...

b) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. ...

c) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento"... ⁽¹²⁴⁾

A ocorrência deste processo de interiorização do discurso está, para os vygotskianos⁽¹²⁵⁾, intimamente relacionada à educação, fundamental para o desenvolvimento do pensamento conceitual, pois os conceitos são construções culturais apropriadas pelos indivíduos ao longo de seu processo de desenvolvimento⁽¹²⁶⁾.

Nesse processo de desenvolvimento cognitivo, além da superação do sincretismo infantil, o indivíduo estabelecerá ligações entre os componentes de um conceito fazendo relações cada vez mais abstratas, distanciando-se da experiência direta com os objetos. Mas se o sujeito tem o conceito formado, deve também dar conta de identificar as experiências concretas das quais ele faz parte, ou seja, deve dar conta de unir e separar, de combinar o processo de síntese com o de análise. As pesquisas desenvolvidas para investigar a relação entre este desenvolvimento cognitivo e escolarização parecem indicar que o processo de interiorização destes instrumentos de mediação está intimamente relacionado à interação com um parceiro culturalmente mais experiente⁽¹²⁷⁾.

⁽¹²⁴⁾ Ibidem p. 64, grifo do autor.

⁽¹²⁵⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽¹²⁶⁾ LA TAILLE, Y. de, OLIVEIRA, M. K. de & DANTAS, H. - **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo, Summus, 1992, p. 28.

⁽¹²⁷⁾ Citando somente duas, LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990; TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszewska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

3.2. Interação no processo de aprendizagem escolar

Wertsch⁽¹²⁸⁾, baseando-se na teoria vygotskiana, menciona quatro critérios para distinguir as funções psicológicas "naturais"⁽¹²⁹⁾ das "sociais" ou "culturais"⁽¹³⁰⁾. O primeiro critério diz respeito ao controle das mesmas por parte do indivíduo, enquanto as funções naturais são controladas por características concretas da situação que o sujeito está vivendo, as funções sociais são **auto-reguladas**⁽¹³¹⁾, ou seja,

"... la característica asimismo esencial es la autoestimulación, la creación y uso de relaciones estímulo-medio artificiales y la determinación del comportamiento a través de su uso.

En todos os casos examinados, el comportamiento humano se halla específicamente definido, no por la presencia de estimulación, sino por la situación psicológica nueva o modificada creada por los mismos seres humanos."⁽¹³²⁾

O segundo critério se refere à realização consciente ou, usando a terminologia de Vygotski⁽¹³³⁾, "intelectualizada" das funções psicológicas sociais, como a atenção voluntária e a memória lógica.

As funções psicológicas culturais são determinadas pela sociedade e não pela natureza, fato que se constitui no terceiro critério de diferenciação com relação às funções naturais⁽¹³⁴⁾.

O quarto critério diferenciador é a mediação. O controle voluntário, a realização consciente e a natureza social dos processos psicológicos culturais pressupõem a existência de

⁽¹²⁸⁾ WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽¹²⁹⁾ Por exemplo, a memória mnemônica; Vygotski as chama às vezes de funções psicológicas "naturais", às vezes "elementares". Vide livro citado em (128).

⁽¹³⁰⁾ Vygotski as chama às vezes de funções psicológicas "sociais" ou "culturais", às vezes de "superiores". Vide livro citado em (128).

⁽¹³¹⁾ DIAS, R. M., NEAL, C. J. & AMAYA-WILLIAMS, M. - "The social origins of self-regulation", in MOLL, L. C. (org.) - **Vygotsky and Education: instructional implications and applications of sócio-historical psychology**. New York, Cambridge University Press, 1990.

⁽¹³²⁾ Vygotski, citado por WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988, grifo do texto em espanhol, p.43.

⁽¹³³⁾ O autor russo se refere especificamente à escolarização, porém à escolarização na idade regular. Vide livro citado em (132).

⁽¹³⁴⁾ Idem livro citado em (132)

instrumentos psicológicos ou signos que possam ser utilizados para controlar a própria atividade e a dos outros. O que

"... conduce a la conclusión de que la noción de mediación es analíticamente más importante que otros aspectos del marco conceptual vygotskyano. De acuerdo con Vygotsky, 'la presencia de estímulos creados, junto con estímulos dados es, a nuestro entender, la característica diferencial de la psicología humana'."⁽¹³⁵⁾

O princípio de desenvolvimento etiquetado por Wertsch como "princípio de descontextualização dos instrumentos de mediação"⁽¹³⁶⁾ se refere ao processo pelo qual o significado dos signos se torna cada vez menos dependente do contexto espaço-temporal no qual tais instrumentos são utilizados; sendo que o pesquisador americano, tal como seus colegas soviéticos, ressalta a relação de dependência deste processo com a escolarização nos moldes europeus.

O processo de educação formal parece favorecer a construção de instrumentos de mediação menos dependentes do contexto espaço-temporal onde são utilizados⁽¹³⁷⁾. Para compreendermos esta afirmação vamos explicitar alguns aspectos da concepção de desenvolvimento cognitivo preconizada por Vygotski⁽¹³⁸⁾. A criança se desenvolve à medida que se escolariza; na escola o aprender é o principal motivo da atividade⁽¹³⁹⁾, sendo assim, em interação com o professor ou com parceiros mais experientes o funcionamento cognitivo conjunto favorece o desenvolvimento das funções psicológicas culturais dos alunos.

Esta interação promovida pela escola será tão mais eficaz quanto maior for a atuação do interlocutor no que Vygotski chama "zona de desenvolvimento proximal", que

"... é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob

⁽¹³⁵⁾ Ibidem, grifo no texto em espanhol, p. 44.

⁽¹³⁶⁾ Ibidem.

⁽¹³⁷⁾ Ibidem.

⁽¹³⁸⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽¹³⁹⁾ WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.⁽¹⁴⁰⁾

Esta frase pode ser retomada para a Educação de Adultos substituindo "adulto" por "professor" e pensar o desenvolvimento cognitivo dos alunos tanto retrospectivamente -- pelos processos pelos quais ele já passou construindo instrumentos de mediação -- como prospectivamente, ou seja, pelos processos ainda em formação⁽¹⁴¹⁾. Enfim, a perspectiva que os autores soviéticos nos apresentam é de uma desfossilização do conhecimento que se daria via a descontextualização dos instrumentos de mediação da situação concreta onde eles são utilizados.

3.3. Após Piaget e Vygotski

Estudos realizados nas décadas de 80 e 90, fundamentados em diferentes nuances de intensidade nos estágios piagetianos de desenvolvimento cognitivo, têm fornecido resultados significativos para a Educação Matemática⁽¹⁴²⁾. Os pesquisadores piagetianos que desenvolvem trabalhos baseados numa concepção de aprendizagem na qual a atividade coletiva tem um papel importante foram chamados por Garnier, Bednarz & Ulanovskaya⁽¹⁴³⁾ de sócio-construtivistas. Apesar da convergência de muitos objetivos das pesquisas deste grupo de cientistas com os que seguem pressupostos vygotskianos, alguns termos são conceitualizados de maneiras diferentes em cada uma das teorias. Fazer tais comparações é essencial para utilização consistente dos resultados das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas; vamos nos ater aos termos utilizados nas investigações cujo tema central é o contexto pedagógico que são os fundamentais para a análise a qual nos propomos.

⁽¹⁴⁰⁾ VYGOTSKY, L. S. - *A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984, p.97.

⁽¹⁴¹⁾ DAVIS, C., SILVA, M. A. S. S. & ESPÓSITO, Y. - "Papel e valor das interações sociais em sala de aula" in *Cadernos de Pesquisa*. S.Paulo (71):49-54, novembro 1989.

⁽¹⁴²⁾ Por exemplo, Bednarz, Laborde, Nunes, Janvier que são os citados em GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.

⁽¹⁴³⁾ Idem, Introdução.

Os textos referentes às pesquisas desenvolvidas pelos sócio-construtivistas⁽¹⁴⁴⁾, ou produzidos pelos pós-vygotskianos⁽¹⁴⁵⁾ e que se colocam de um ponto de vista principalmente didático, têm enfatizado a **análise conceitual a priori** no desenvolvimento das investigações. O objetivo desta análise, entretanto, difere para cada uma das correntes; os primeiros consideram-na com uma vantagem que o pesquisador deve ter sob o ponto de vista epistemológico; consideram que ela exercer duas funções, uma de colocar em evidência as etapas, as dificuldades que têm caracterizado a elaboração de um determinado conceito⁽¹⁴⁶⁾, e outra, de auxiliar na elaboração de modelos de situações pertinentes à criação do saber. Já para os pós-vygotskianos, a análise conceitual, no âmbito de um certo conteúdo dado, visa identificar os conceitos gerais essenciais que possam englobar as outras noções⁽¹⁴⁷⁾, será a análise histórica do desenvolvimento dos conceitos que permitirá ao pesquisador identificar os aspectos básicos da trama que o aluno deve adquirir.

Subjacente a cada ponto de vista sobre a análise conceitual a priori encontraremos concepções diferentes de **processo de aquisição do conhecimento**⁽¹⁴⁸⁾. Os sócio-construtivistas concebem a aprendizagem como um processo de testar concepções previamente elaboradas pelo aluno, concepções estas que serão constantemente reajustadas e por vezes descartadas para enfrentar novas situações; sendo assim, as propostas de investigação destes estudiosos deixam espaço para as concepções próprias dos alunos, por vezes contextualizadas a uma situação, provocando contínuas rupturas das mesmas. Já para os vygotskianos, o quadro guia da

⁽¹⁴⁴⁾ Como Artigue (ARTIGUE, M. - "Epistemologie et didactique", in *Cahier de DIDIREM*. Paris, Université - IREM, jun/1989, no. 3.), Bednarz, Johsua & Dupin, Germain, Laborde (Autores, respectivamente, dos capítulos 2, 4, 3 e 1 do livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.) Perret-Clermont (PERRET-CLERMONT, A. - *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Berne, Peter Lang, 1979, 2a.ed.), Vergnaud (VERGNAUD, G. - "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" in *Recherches Didactiques des Mathématiques*. Paris, 1981, vol. 2, no.2, pp. 215 à 231.); para citar um só texto de cada autor.

⁽¹⁴⁵⁾ Wertsch (WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.) e Lvovski, Medviediev, Polivanova, Rivina, Roubtsov, Semenova, Ulanovskaya & Yarkina (Autores, respectivamente, dos capítulos 13, 12, 10, 9, 14, 11 e 15 do livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.), citando também somente um texto de cada autor.

⁽¹⁴⁶⁾ Busca-se identificar os elementos chaves capazes de esclarecer a análise da elaboração de um conceito pelo aluno. Vide Terceira Parte do livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.

⁽¹⁴⁷⁾ Faz-se assim uma hierarquização dos conceitos. Vide texto citado em (146).

⁽¹⁴⁸⁾ Idem texto citado em (146).

elaboração da atividade do aluno está relativamente fixado pelo caminho de desenvolvimento que o conhecimento universal trilhou; o processo de ensino somente gerará aprendizagem se assegurar não só a aquisição de conceitos científicos essenciais como também a lógica da gênese desses conceitos; há pouco espaço para procedimentos próprios dos alunos.

Perante diferentes concepções de processo de aprendizagem, o papel que o erro do aluno assume, na orientação do trabalho de sala de aula, também se diferencia em cada corrente de idéias⁽¹⁴⁹⁾. Os pesquisadores sócio-construtivistas encaram o erro do aluno como parte do processo de construção do conhecimento, sendo permitido e por vezes provocado; pois será a sua retificação que permitirá a superação do obstáculo presente naquele erro. Já os cientistas russos encaram o erro cometido pelos alunos como um meio de diagnosticar que a situação de aprendizagem não foi bem elaborada ou bem colocada para aquela classe. Wertsch⁽¹⁵⁰⁾, baseando-se numa pesquisa cujo tema era a comparação entre a interação mãe/criança e a professor/criança em situação de resolução de problemas⁽¹⁵¹⁾, diferencia o erro no contexto situacional educacional e em situações de trabalho; enquanto, neste segundo contexto, os erros são evitados de maneira a não prejudicar a produtividade que é sua finalidade básica, o motivo da atividade escolar é a aprendizagem e uma das implicações deste fato é que os erros são instrutivos, deve-se aprender com eles.

Aceitando que a aprendizagem é um processo individual⁽¹⁵²⁾, os pesquisadores sociointeracionistas e os vygotskianos consideram-na, entretanto, como ocorrendo no interior de um processo de grupo; a sala de aula é o lugar social onde as interações entre todos os parceiros estão focalizando o conhecimento, que é de origem cultural. Os alunos, tendo possibilidade de se comunicar entre eles e com o professor, são levados a discutir, a argumentar; tais conversas não

(149) Ibidem.

(150) WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

(151) Wertsch realizou este estudo no meio rural brasileiro em 1984, trata-se de WERTSCH, J. V., MINICK, N. & ARNS, F. J. - "The creation of context in joint problem solving", in ROGOFF, B & LAVE, J. (comp.) - *Everyday Cognition*, Cambridge, Harvard University Press, 1984.

(152) "... dans la mesure où chaque élève est supposé s'approprier un contenu défini, découpé en unités, dont on vérifiera l'acquisition au cours d'une évaluation." Vide GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Bock-Wesmael, 1991, p. 257.

se referem a temas socioafetivos, mas voltam-se à atividade cognitiva com o objetivo de realizar um projeto ou de resolver um problema.

"Les deux perspectives de recherches ... offrent l'avantage d'asseoir leur option sociale de l'apprentissage sur des considérations théoriques dans l'élaboration du savoir par l'apprenant est à l'intersection de diverses formes d'interrelations sociales." (153)

Entretanto, esta perspectiva social de aprendizagem pode ser interpretada diferentemente se nos ativermos à relação entre o conhecimento escolar e o quadro geral da cultura ou nos restringirmos ao nível da sala de aula na qual os grupos e interações sociais exercem seu papel. O primeiro aspecto se nos apresenta como vinculado à concepção de cultura e de conhecimento científico subjacente a cada corrente de idéias, tema que julgamos merecer atenção em separado. Tanto os sociointeracionistas quanto os vygotskianos consideram que as aulas -- de Matemática ou de outras disciplinas⁽¹⁵⁴⁾ -- devem ser organizadas de forma tal que os alunos se deparem com situações de resolução de problemas. Este contexto de interação permitirá que os estudantes, realizando atividades coletivas, coordenem suas ações e adquiram instrumentos cognitivos úteis.

"Fondamentalement, la construction des connaissances par les élèves est la résultante de l'interaction de processus interindividuels et intra-individuels, qui se déroulent dans un contexte où l'enseignant conçoit les situations optimisant ces interactions, tout en leur donnant la possibilité de se dérouler pour atteindre le but visé." (155)

As interações sociais se operacionalizam de diversas formas que, de acordo com o caso, podem ser complementares. Tanto a cooperação -- o resultado do trabalho coletivo é mais que a somatória dos trabalhos individuais -- como a confrontação -- intrínseca à construção de um produto coletivo -- são processos que emergem como resultado de ações do grupo de alunos especialmente organizadas e não espontaneamente da contribuição que cada um deseja dar ou da existência de opiniões conflitantes⁽¹⁵⁶⁾.

(153) Idem livro citado em (152), p. 258.

(154) Ciências Naturais, Física, Língua Estrangeira foram mencionadas especificamente no livro citado em (152).

(155) Idem livro citado em (152), p. 259.

(156) Ibidem.

Sendo assim, apesar dos objetivos básicos não serem os mesmos⁽¹⁵⁷⁾, as duas correntes de pesquisas não estão voltadas para os problemas socioafetivos da sala de aula e sim para os referentes à atividade cognitiva sob uma opção social de aprendizagem; os trabalhos sob esta perspectiva enquadram-se no campo da sociocognição e visam os processos cognitivos e sociocognitivos da aquisição do saber⁽¹⁵⁸⁾.

Outro ponto de congruência das pesquisas se refere ao fato de que, na qualidade de local social da aprendizagem, a classe deve ser organizada em situações de resolução de problemas. Nesse processo as concepções e os procedimentos dos alunos e os do professor são confrontados e reelaborados⁽¹⁵⁹⁾. Nesta organização, os conceitos de modelo e de modelagem ocupam um papel importante; enquanto, numa perspectiva sócio-construtivista, os modelos são instrumentos que servem de suporte à construção do conhecimento pelo aluno, para os vygotskianos, são sistemas dos quais os alunos devem se apropriar, redescobrir. Mesmo que o papel dos modelos possa ser diferente nas várias pesquisas,

"... soit le developpement d'une pensée théorique généralisée, ou la construction de connaissances par l'élève, s'articulant sur certains modèles implicites mis en oeuvre par ces deniers les deux approches, pour des raisons tutefois différentes, font appel à un processus de modélisation de la parte des élèves."⁽¹⁶⁰⁾

Enfim, em todos os estudos, algum tipo de atividade de modelagem está sempre sendo proposta aos alunos.

Pode surgir ao leitor a questão: por que a escolha dos sociointeracionistas piagetianos como interlocutores privilegiados? Como salientam Garnier, Berdnarz & Ulanovskaya⁽¹⁶¹⁾, os trabalhos destes pesquisadores não se assemelham aos dos vygotskianos apenas superficialmente, mas as análises dos procedimentos se baseiam em concepções onde a ação e o conceito estão

⁽¹⁵⁷⁾ Enquanto os sócio-construtivistas consideram a interação como parte inerente ao processo de aprendizagem, os vygotskiano têm como principal objetivo a construção de um produto coletivo. Vide livro citado em (152).

⁽¹⁵⁸⁾ Idem livro citado em (152).

⁽¹⁵⁹⁾ Ibidem.

⁽¹⁶⁰⁾ Ibidem, p.255.

⁽¹⁶¹⁾ Ibidem.

intimamente ligados. Um aspecto no qual as duas correntes de pesquisa nos parecem particularmente complementares quando nos referimos à Educação de Adultos diz respeito a adquirir, na escola, procedimentos gerais que serão depois aplicados a situações práticas -- preconizado pelos vygotskianos -- e o espaço reservado aos procedimentos próprios dos alunos -- garantido pelos piagetianos. Os alunos adultos tiveram que resolver situações práticas que envolveram quantificações, construíram, portanto, procedimentos próprios contextualizados. Essa construção, entretanto, não lhes garante as habilidades exigidas pela sociedade letrada onde ele está inserido⁽¹⁶²⁾. É a escola que deve propiciar-lhes a oportunidade de aquisição desses procedimentos gerais. As duas perspectivas são ancoradas e alimentadas pela cultura que, na sociedade urbana contemporânea, é transmitida formalmente pela escola.

Além disso, pela natureza de algumas pesquisas⁽¹⁶³⁾, a metodologia de investigação utilizada nos pareceu bem elaborada para estudar a interação entre conhecimento matemático adquirido na prática e o escolar; tal pesquisa só nos parece possível a partir do estudo dos procedimentos próprios que os alunos trazem para a sala de aula⁽¹⁶⁴⁾.

3.4. A discussão da concepção de conhecimento científico

Retomando o tema da relação entre conhecimento escolar e cultura, vamos considerar como Vygotski⁽¹⁶⁵⁾ a ela se refere. O ser humano constrói conceitos de duas naturezas, aos quais o cientista russo chama de "espontâneos" e "científicos"; suas trajetórias de desenvolvimento são em direções contrárias, porém com mútua influência constante. Se os conceitos espontâneos -- desenvolvidos a partir das atividades práticas cotidianas, das interações sociais imediatas -- têm sua trajetória na direção pseudoconceito para o conceito abstrato e geral, os conceitos científicos

⁽¹⁶²⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Letramento e transformações cognitivas". São Paulo, or. dat., 1992.

⁽¹⁶³⁾ Janvier e Carraher são as citadas no livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - **Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale**. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.

⁽¹⁶⁴⁾ VERGNAUD, G. - "Why is an epistemological perspective a necessity for research in Mathematics Education". Texto da conferência "Psychology of Mathematics Education", Math American Branch, Montreal, or. dat., 1983.

⁽¹⁶⁵⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979, p. 144.

seguem caminho inverso. Estes últimos, nas sociedades letradas⁽¹⁶⁶⁾, são transmitidos em situações formais de ensino-aprendizagem, mas, tal como ocorre com os cotidianos, eles não são apreendidos de uma forma final, definitiva, em nenhum nível escolar, seguem uma trajetória descendente, em direção a um nível mais concreto.

É na análise da raiz de um conceito espontâneo que se pode encontrar a estreita relação dos processos de desenvolvimento, a influência mútua e constante, entre os conceitos das duas naturezas; tal raiz está sempre no confronto com uma situação concreta; processo esse que gera estruturas necessárias para dar corpo e vitalidade ao conceito, abrindo caminho para o desenvolvimento descendente dos conceitos científicos. O desenvolvimento destes, por sua vez, fornece estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos,

"... rumo à consciência e a utilização deliberada. Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo, através dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima, através dos conceitos científicos."⁽¹⁶⁷⁾

Pesquisadores russos, como Ulanovskaya⁽¹⁶⁸⁾, relacionam a atividade de aprendizagem na escola a uma habilidade específica: elaboração de um "modo de ação generalizado". Tal elaboração se dá a partir da resolução de uma situação escolar onde o aluno se depara com um problema correspondente a uma classe de problemas, organizados em concordância com a análise do conceito teórico a ser abordado. Adquirido o modo de ação generalizado, é possível abordar os problemas práticos referentes àquele conteúdo.

Entretanto é necessário salientar que a concepção de conceitos científicos que Vygotski⁽¹⁶⁹⁾ utiliza está vinculado à concepção européia de Ciência; neste aspecto, as concepções dos vygotkianos e os sociointeracionistas piagetianos convergem⁽¹⁷⁰⁾. Os cientistas deste segundo

⁽¹⁶⁶⁾ LA TAILLE, Y. de, OLIVEIRA, M. K. de & DANTAS, H. - **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo, Summus, 1992.

⁽¹⁶⁷⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979, p. 144.

⁽¹⁶⁸⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - **Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale**. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991, Introdução.

⁽¹⁶⁹⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979.

⁽¹⁷⁰⁾ TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

grupo consideram o social como fonte de desenvolvimento conceitual, o desenvolvimento do indivíduo se dá como resultado, tanto de sua imersão num ambiente cultural como do próprio processo de apropriação que ele faz. Avançam em relação aos piagetianos ortodoxos, pois encaram com maior flexibilidade os estágios de desenvolvimento do pensamento no que se refere à faixa etária⁽¹⁷¹⁾, avançam também pois têm se direcionado para a análise de interação de indivíduos em situações de aprendizagem de conteúdos específicos⁽¹⁷²⁾. Permanece no entanto, o último estágio piagetiano⁽¹⁷³⁾ do desenvolvimento do pensamento — pensamento formal — descrito tendo como referência a lógica da Ciência europeia.

Alguns pesquisadores têm aventado a possibilidade da relação entre o conhecimento matemático adquirido na prática e o escolar não ser harmônica. Mencionamos anteriormente Neeleman⁽¹⁷⁴⁾ que a discute tendo como referência os estudos etnomatemáticos. Lave desenvolveu, a partir de pesquisas com alfaiates estagiários vaís e golas, na Libéria⁽¹⁷⁵⁾, e com americanos de Orange County, na Califórnia⁽¹⁷⁶⁾, o conceito do que chama "aritmética dialética". A autora americana reelabora a idéia de atividade de Leontiev⁽¹⁷⁷⁾ no sentido de que existem características da atividade prática que são inegociáveis e com as quais o indivíduo tem que interagir⁽¹⁷⁸⁾.

Nesta perspectiva, Lave⁽¹⁷⁹⁾ cita quatro razões pelas quais as relações entre a aritmética utilizada na prática e a institucional podem não ser de útil linearidade, se nos propomos a estudar

(171) O que acarreta a atribuição de menor importância aos estágios piagetianos de desenvolvimento enquanto parâmetro da adequação das atividades escolares. Para maior aprofundamento vide, por exemplo, VERGNAUD, G. - "Why is an epistemological perspective a necessity for research in Mathematics Education". Texto da conferência "Psychology of Mathematics Education", Math American Branch, Montreal, or. dat., 1983.

(172) VERGNAUD, G. - "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" in *Recherches Didactiques des Mathématiques*. Paris, 1981, vol. 2, no.2, pp. 215 à 231.

(173) FLAVELL, J. H. - *A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget*, trad. Maria Helena S. Patto. São Paulo, Pioneira, 1975.

(174) NEELEMAN, W. - *Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "traditional"*. Rio Claro, diss. de mestr., IGCE-UNESP, 1993.

(175) LAVE, J. - *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp.

(176) LAVE, J., MURTAUGH, M. & LA ROCHA, O. - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping" in ROGOFF, B. & LAVE, J. - *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Harvard University Press, 1984.

(177) LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

(178) O exemplo citado pela autora se refere ao supermercado que é uma arena concreta da realização da política econômica. Vide LAVE, J., MURTAUGH, M. & LA ROCHA, O. - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping" in ROGOFF, B. & LAVE, J. - *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Harvard University Press, 1984.

(179) LAVE, J. - *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp.

o pensamento enquanto um todo. A primeira razão diz respeito à relevância do contexto no qual a atividade prática se dá e suas relações com a ordem social vigente. A outra razão refere-se à necessidade da "prática da constante crítica da prática", de todas as antigas crenças e paradigmas como, por exemplo, incorporar "cultura" na "ordem social vigente". Quando estamos analisando a atividade da pessoa como um todo, além de negar a dicotomia corpo e mente, temos que levar em consideração que o pensamento é situado num espaço e tempo estruturado social e culturalmente; o que se constitui na terceira razão citada pela pesquisadora. E a quarta razão decorre da terceira;

"... if we claim that activity is situationally specific, it implies that objects of analysis are points of cultural-historical conjuncture, and should be analyzed in those terms."⁽¹⁸⁰⁾

A atividade escolar se situa como qualquer outra no âmbito das atividades humanas, considerando as conclusões de Lave, e mais do que verificarmos as características que as tarefas escolares devem ter⁽¹⁸¹⁾, teremos que, pelo menos, tentar situá-las no âmbito da ordem social vigente.

3.5. Instrumentos matemáticos de mediação

Assumindo a necessidade de situar a atividade escolar na ordem social vigente, temos que destacar uma característica própria à natureza da instituição escola no âmbito da sociedade letrada: cabe a ela ensinar o indivíduo a transcender seu contexto e a transitar pelas dimensões do espaço, do tempo e das operações, o que só é possível através do conhecimento que é o objeto privilegiado da sua ação⁽¹⁸²⁾. Mesmo que não consideremos a ciência européia como único padrão

⁽¹⁸⁰⁾ Idem, p. 171.

⁽¹⁸¹⁾ Vide HIEBERT, J. - "The struggle to link written symbols with understandings: an update" in *Arithmetic Teacher*. Março de 1989. Para que tais instruções cumpram este objetivo, o autor propõe condições, ou seja, devem conter as características dos procedimentos não-escolares: os símbolos poderem ser interpretados adequadamente, as estratégias utilizadas ao manipulá-los serem bem compreendidas e a racionalidade da resposta ser avaliada.

⁽¹⁸²⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento", in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992.

de cientificidade, o acesso do indivíduo a algumas áreas do conhecimento⁽¹⁸³⁾ só é possível em instituições que lhe possibilitem desfossilizar seus conceitos espontâneos.

Luria⁽¹⁸⁴⁾ distingue três níveis de pensamento conceitual, revelando, cada um deles, um tipo de conceitualização. O primeiro deles, chamado pelo cientista russo de "referência objetiva", se caracteriza pela utilização das palavras com significação denotativa de cada objeto em particular, não incluído em uma categoria; é o utilizado pela criança quando começa a aprender falar. O segundo nível de pensamento diz respeito ao "traço de uso", ou seja, as categorias em que são incluídos os objetos referem-se às experiências concretas anteriores que os sujeitos tiveram com eles; segundo as pesquisas de Luria, é o utilizado pelas crianças na idade escolar⁽¹⁸⁵⁾ e por adultos desescolarizados⁽¹⁸⁶⁾. Adultos com algum grau de escolaridade têm condições de fazer classificações sistêmicas, ou seja, utilizando parâmetros de um sistema científico⁽¹⁸⁷⁾ abstrato, descontextualizado das experiências concretas com o objeto. A caracterização de cada um dos níveis de desenvolvimento do pensamento conceitual é feita pela maneira como o discurso é utilizado como instrumento de mediação.

É na interação com parceiros mais experientes da sua própria cultura que o indivíduo interioriza o discurso, tornando-o regulador das suas ações e construindo sua fala comunicativa⁽¹⁸⁹⁾. Na escola, este papel de parceiro mais experiente que chamaremos "interlocutor" pode ser exercido pelo professor, o "principal interlocutor", ou por um colega cujo conhecimento sobre o tema em estudo seja mais elaborado. Eles atuarão como tal se conseguirem formular as questões estruturadoras adequadas à aprendizagem daquele aluno, se atuarem na sua zona de desenvolvimento proximal.

⁽¹⁸³⁾ Como a Lógica, a Gnolossia, mesmo a Psicologia, ou seja, as áreas que exigem autoconsciência. Para mais detalhes vide TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

⁽¹⁸⁴⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽¹⁸⁵⁾ Idem.

⁽¹⁸⁶⁾ LURIA, A. R. - *Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais*, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽¹⁸⁷⁾ Insistimos que estamos usando este termo no seu sentido da ciência européia.

⁽¹⁸⁹⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

Em aulas de Matemática, esta interação nem sempre se dá em duplas, muitas vezes o desfossilizar do conhecimento ocorre com a intervenção de dois ou mais colegas além do professor, estes interlocutores, por sua vez, também reelaboram seu conhecimento. A estas situações, de cooperação ou de confrontação, denominamos **"discussão"**. Utilizamos o termo **"procedimento matemático"** do aluno no sentido das sequências de ações, exteriorizadas nestas discussões ou graficamente, relativas à realização das tarefas propostas em aulas de Matemática; está relacionado à idéia de atividade desenvolvida por Leontiev⁽¹⁹⁰⁾. Tais procedimentos são abordagens pessoais que os indivíduos dão às soluções dos problemas que dependem de suas experiências anteriores, escolares ou não, com situações daquela natureza.

Se considerarmos o sujeito que constrói o conhecimento como um ser social, que nasce, desenvolve-se, física e cognitivamente, num grupo com ideologia e culturas próprias, os significados do objeto do conhecimento, qualquer que seja ele, são determinados pelas condições histórico-culturais da sociedade na qual está inserido e com a qual está em constante interação. É necessário, portanto, considerar as relações entre a cultura, o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos que nela estão imersos e os diferentes níveis de acesso aos instrumentos culturais que os indivíduos têm. O termo "instrumento cultural"⁽¹⁹¹⁾, considerado em sentido amplo, abarca toda gama de produções humanas geradas pela constante busca de dominação da natureza, num constante processo de socialização. O primeiro instrumento construído pelo homem, que o caracteriza enquanto tal, é a linguagem. De posse deste instrumento, basicamente social, cada geração vem transmitindo à seguinte suas conquistas culturais, tanto no que diz respeito a tecnologia, quanto a instrumentos intelectuais.

Os instrumentos exercem a função de "amplificadores culturais" para os indivíduos⁽¹⁹²⁾. Esta amplificação pode ser exercida em relação ao que podemos chamar equipamento biológico

⁽¹⁹⁰⁾ LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

⁽¹⁹¹⁾ BRUNER, J. S. - **Uma nova teoria de aprendizagem**, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.

⁽¹⁹²⁾ Idem.

do homem⁽¹⁹³⁾ ou às suas capacidades intelectuais⁽¹⁹⁴⁾. Não só a tecnologia gera amplificadores intelectuais, a álgebra é um exemplo de amplificador intelectual de outra natureza.

Como nos coloca Struik⁽¹⁹⁵⁾, a importância do desenvolvimento da álgebra não está na reorganização da Matemática que possibilitou, mas na alteração da própria qualidade do conhecimento matemático que ela, enquanto instrumento, gerou.

"Uma notação adequada reflete melhor a realidade que uma notação pobre e, como tal, surge com uma vida própria, que, por seu turno, cria uma nova vida."⁽¹⁹⁶⁾

Na complexa sociedade contemporânea, o acesso aos amplificadores intelectuais desta natureza se dá, basicamente, pelo acesso à escola⁽¹⁹⁷⁾; o sucesso da transmissão destes instrumentos está diretamente relacionado à qualidade de interação que a escola possibilitar.

Os conceitos e procedimentos matemáticos que os indivíduos utilizam no dia-a-dia são restritos às circunstâncias práticas, portanto propiciam a construção de instrumentos de mediação contextualizados na situação, não se transformando em amplificadores culturais. Nestas situações as pessoas não necessitam incluir a descrição destes procedimentos na fala comunicativa. Quando o professor solicita que o aluno os descreva, ele terá que tomar consciência⁽¹⁹⁸⁾ das propriedades implícitas nos instrumentos matemáticos que usa como mediadores tornando-os mais descontextualizados da situação que o gerou⁽¹⁹⁹⁾.

A elaboração da descrição do procedimento matemático pressupõe a construção de uma linguagem que aos poucos, a partir da interação com os diferentes interlocutores, vai se aproximando da linguagem matemática convencional. Esta transformação da linguagem exteriorizada produz uma mudança de qualidade nos instrumentos matemáticos que o indivíduo

⁽¹⁹³⁾ Por exemplo, um carro que permite ao motorista correr a 240 km/h.

⁽¹⁹⁴⁾ Por exemplo, a máquina que nos permite calcular a raiz quadrada de um número com oito dígitos em frações de segundos ou o computador que nos auxilia a reorganizar um texto de muitas laudas em poucas horas.

⁽¹⁹⁵⁾ STRUIK, D. J. - *História concisa das Matemáticas*, trad. João Cosme S. Guerreiro. Lisboa, Gradiva, 1989.

⁽¹⁹⁶⁾ Idem p. 152.

⁽¹⁹⁷⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Letramento e transformações cognitivas". São Paulo, or. dat., 1992.

⁽¹⁹⁸⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Lúria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽¹⁹⁹⁾ WERSTCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

tem interiorizados pois tornam-se menos dependentes das circunstâncias concretas em que foram gerados⁽²⁰⁰⁾. Um outro momento desta mesma atividade é o registro gráfico que, além de ser o produto exteriorizado das ações mentais, as torna independentes dos gestos e expressões faciais que acompanham a comunicação oral, e, dependendo do nível de conhecimento da linguagem matemática que a pessoa tem, converte-se em comunicação universal. A linguagem matemática grafada vai se transformando num instrumento de mediação que permite ao aluno um acesso cada vez mais amplo ao conhecimento matemático.

Alguns estudos têm apontado para a relação entre a elaboração do conhecimento e o tipo de inserção do indivíduo no mercado de trabalho⁽²⁰¹⁾, sendo assim julgamos conveniente retomar o conceito de "trabalho parcial" desenvolvido por Marx⁽²⁰²⁾. O trabalhadores parciais inserem-se no mercado produtivo de forma tal que não lhes é permitido utilizar sua astúcia pessoal em benefício próprio; dissociado da vontade do corpo social de trabalho, completa-se na produção da grande indústria que separa ciência do trabalho. Entretanto, se faz necessário discutir este conceito em relação aos empregados domésticos que constituem grande parte dos alunos das primeiras séries dos cursos supletivos⁽²⁰³⁾, pois o conceito marxista foi desenvolvido em relação a operários. Principalmente as mulheres que moram no emprego costumam ter uma relação de servidão⁽²⁰⁴⁾ em relação a seus patrões, não administrando sequer seu salário.

⁽²⁰⁰⁾ Idem.

⁽²⁰¹⁾ Citando apenas duas pesquisas que se referem a este tema, temos a de Tulviste (TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.) sobre o conhecimento em geral e a de Saxe & Posner (SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.) sobre Matemática.

⁽²⁰²⁾ MARX, K. - **O Capital**. São Paulo, Abril Cultural, vol 1, Os Economistas, 1985.

⁽²⁰³⁾ HADDAD, S. - **Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo**. São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982; CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S. Paulo, or. dat, Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.

⁽²⁰⁴⁾ MARX, K. - **Formações econômicas pré-capitalistas**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1985.

III - A OPÇÃO METODOLÓGICA

1. A CONSTRUÇÃO DO OBJETO

O objeto de estudo nesta pesquisa é a interação entre o conhecimento matemático adquirido na prática e o escolar, construído em salas de aula do curso supletivo de 1o. Grau. Como discutimos no primeiro capítulo, os alunos destas classes não podem ser considerados analfabetos em Matemática, pois trazem para a escola conhecimentos matemáticos de diversos níveis de complexidade, generalidade e contextualização às situações que anteriormente viveram. Esta interação foi investigada de forma a enfrentar a complexidade da sala de aula, ou seja, considerando as relações sociais aí envolvidas, não só as geradas pelas condições socioculturais-históricas⁽¹⁾, como também as que o próprio sistema escolar faz emergir em aulas de Matemática⁽²⁾.

Se pretendemos estudar a Educação Matemática da perspectiva do ensino sistematizado, ou seja, a partir da complexidade da sala de aula, precisamos elaborar um referencial teórico-metodológico de investigação das interações professor/escola, aluno/escola e, basicamente, das interações professor/aluno e aluno/aluno durante as situações de aquisição de conhecimento matemático na escola.

Ao elaborar o Capítulo II tivemos em mente que o trabalho científico é um fenômeno social⁽³⁾, ou seja, supõe cooperação de numerosos esforços individuais que serão complementados por trabalhos posteriores⁽⁴⁾. Não se está simplesmente valorizando a modéstia

⁽¹⁾ FREIRE, P. & SHOR, I. - *Medo e ousadia - O cotidiano do professor*, trad. Adriana Lopes. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1990, 3a.ed.

⁽²⁾ PERRET-CLERMONT, A. - *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Berne, Peter Lang, 1979, 2a.ed.

⁽³⁾ CARVALHO, D. L. - *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

⁽⁴⁾ GOLDMANN, L. - *Dialética e cultura*, trad. Luiz Fernando Cardoso, Carlos Nelson Coutinho e Gisele V. Konder. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979.

do cientista, o que está sendo ressaltado é a necessidade de interpretar os fatos humanos no conjunto dinâmico das relações sociais e históricas de que fazem parte; os meios utilizados pelo pesquisador agem sobre os fins transformando-os e não sendo justificados por eles.

A escolha da temática não dimensiona e determina, por si, o problema⁽⁵⁾. Depois do início do trabalho de campo ele é redescoberto. A delimitação do âmbito da investigação deve ser encarada em dois ângulos, um, a priori, que se refere a leituras da pesquisadora anteriores à elaboração do projeto que, de certa forma, lhe permitiam uma visão geral do objeto. O outro aspecto diz respeito às restrições que durante o desenvolvimeto do trabalho de campo foram se colocando, quer de caráter operacional -- como características pedagógicas e administrativas da escola e do tipo de composição do grupo de professores -- quer por fatos ocorridos durante os dois anos da sua duração, como o fechamento da escola, por exemplo. Tais considerações corroboram nossa crença de que nunca há pontos de partida absolutamente certos, nem problemas absolutamente resolvidos, toda verdade é parcial e só assume sua verdadeira significação devido ao seu lugar no conjunto, ou seja, o objeto não é dado a priori⁽⁶⁾.

O conhecimento se desenvolve a partir da interação entre parte e todo que não estão claramente caracterizados como tais, pois, em outro nível de análise, cada parte se constitui em um todo complexo que pode ser estudado analisando as partes que o constituem⁽⁷⁾. O estudo foi desenvolvido numa perspectiva holística, buscou-se, na investigação de cada parte não perder a visão do todo onde estava inserida, todo que não se constitui a partir da simples justaposição de suas partes mas tem características próprias enquanto tal⁽⁸⁾.

Além disso, é necessário destacar outro aspecto fundamental da metodologia: não há objeto de pesquisa acessível à experiência direta de qualquer observador neutro. Conhecer significa estabelecer relações utilizando a matéria-prima que sem dúvida provém da experiência,

⁽⁵⁾ FETTERMAN, D. M. - *Ethnography: step by step*. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

⁽⁶⁾ GOLDMANN, L. - *Dialética e cultura*, trad. Luiz Fernando Cardoso, Carlos Nelson Coutinho e Giseh V. Konder. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979.

⁽⁷⁾ CARVALHO, D. L. - *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

⁽⁸⁾ FETTERMAN, D. M. - *Ethnography: step by step*. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

mas cuja organização depende do sujeito cognoscente. É o cientista que, a partir não só do seus conhecimentos teóricos que são formulados com certo rigor, mas também de suas crenças, muitas vezes implícitas, estabelece suas hipóteses e realiza suas inferências⁽⁹⁾. Durante a investigação, na interação sujeito/objeto, este arcabouço se transforma, se reformula sob alguns aspectos, torna-se mais sofisticado⁽¹⁰⁾.

Buscou-se analisar as interações na sala de aula de maneira contextualizada, ou seja, levando em consideração a totalidade que o curso supletivo é, sua história enquanto instituição educacional inserida num bairro com cultura própria e dentro de parâmetros sócio-históricos concretos. Sendo assim, a natureza do problema da pesquisa direcionou para metodologias cujo componente etnográfico fosse básico. A partir destes pressupostos foram abandonadas as abordagens metodológicas analíticas que visam estabelecer relações de causa e efeito. O caráter do trabalho seria prejudicado por uma abordagem que excluísse a análise das variáveis emergentes. Realizamos uma experimentação pedagógica considerando, numa perspectiva etnográfica, o funcionamento global da escola⁽¹¹⁾.

1.1. O objeto de pesquisa e delimitação do problema

A operacionalização da pesquisa acarretou o delineamento da temática no estudo **do processo de internalização dos instrumentos matemáticos não-contextualizados à prática, necessário à aquisição da Matemática escolar por parte dos jovens e adultos alunos de classes de alfabetização**. Investigamos o processo de internalização do conhecimento matemático escolar, as transformações que os instrumentos matemáticos adquiridos previamente sofrem na direção de se tornarem menos contextualizados às situações que os originaram⁽¹²⁾. Foram analisadas minuciosamente as representações, orais ou gráficas, que os alunos fizeram de

⁽⁹⁾ GARCIA, R. - "Conceptos básicos para el estudio de sistemas complejos" in LEFF, E. - **Los problemas del conocimiento y la perspectiva ambiental**. México, Siglo XXI, 1986.

⁽¹⁰⁾ ELLEN, R. F. (ed.) - **Ethnographic research. A guide to general conduct**. Londres, Academic Press, 1984, vol. 1.

⁽¹¹⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽¹²⁾ WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

seus procedimentos; de modo a compreender o processo de internalização dos instrumentos que serviriam de mediadores para as atividades matemáticas escolares. Buscou-se, também, identificar nos instrumentos adquiridos nas aulas traços dos construídos pelos alunos em experiências anteriores, escolares ou não.

Pelo fato da pesquisa ter se desenvolvido em sala de aula foi necessário elaborar uma metodologia em sala de aula que desse conta de promover a interação nos moldes definidos no Capítulo II⁽¹³⁾; este trabalho pretendeu reconhecer o conhecimento prévio dos alunos como saber matemático buscando incorporá-lo por superação. Sendo assim, às questões referentes à aquisição pelos alunos dos instrumentos matemáticos de mediação foram agregadas as de avaliação da metodologia pela qual as aulas estavam se desenvolvendo enquanto possibilitadoras da internalização daqueles instrumentos matemáticos.

As reuniões destinadas a planejar as atividades sempre incluíam uma avaliação do trabalho realizado até aquele momento, tendo como parâmetro, além dos objetivos da pesquisa, o desempenho da Professora e da pesquisadora no papel de interlocutora, exercido ora por uma ora por outra; foi necessário avaliar se a temática escolhida propiciava tal interação e a adequação das questões estruturadoras. Era necessário também avaliar a atividade enquanto motivadora de interação entre os alunos, pois, num trabalho de educação de adultos, o professor -- ou qualquer outra pessoa que assuma esta função -- exerce, no máximo, o papel de interlocutor principal; a interação com os colegas pode ter, como aconteceu em muitas atividades da pesquisa, papel fundamental para o desenvolvimento das aulas de Matemática.

A pesquisa se desenvolveu durante os dois últimos anos de existência de um curso supletivo municipal que funcionava na sede social de uma igreja católica, na Zona Oeste da cidade de São Paulo. Em dois períodos, vespertino e noturno, a escola oferecia as quatro primeiras séries de suplência do 1o. Grau, distribuídas em cinco semestres: 1o. termo, subdividido em dois (1o. e 2o.)

⁽¹³⁾ VYGOTSKY, L. S. - *Pensamento e linguagem*, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979; e DAVIS, C., SILVA, M. A. S. & ESPÓSITO, Y. - "Papel e valor das interações sociais em sala de aula", in *Cadernos de Pesquisa*. S.Paulo (71):49-54, novembro 1989.

e 1o.t II), 2o., 3o. e 4o. termos (2o.t, 3o.t e 4o.t). Os sujeitos desta pesquisa foram os 39 alunos de duas classes do 1o.t I, uma vespertina e uma noturna, regidas pela mesma Professora⁽¹⁴⁾. Esta escola foi fechada em dezembro de 1990.

1.2. A organização do trabalho de campo

Podemos considerar três fases no desenvolvimento do trabalho de campo, uma preparatória, que se constituiu principalmente de reuniões da assessoria em Educação Matemática prestada pela pesquisadora a todos os professores da escola. Nesta fase, pela necessidade de oficialização do trabalho, houve alguns contatos da pesquisadora com o Núcleo de Ação Educativa - NAE⁽¹⁵⁾ ao qual pertencia a escola. As raras entradas em sala de aula tinham como objetivo desconstruir a relação professor/pesquisador.

A segunda fase foi a de elaboração e desenvolvimento das atividades de sala de aula e entrevistas individuais com os alunos; pode ser considerada o cerne do trabalho de campo. Tais atividades que ocorreram durante um semestre letivo foram avaliadas⁽¹⁶⁾, e os procedimentos utilizados pelos alunos para desenvolvê-las foram analisados e interpretados.

O terceiro momento do trabalho de campo se realizou após o fechamento da escola e constou das entrevistas com os professores e a análise documental.

1.3. A escola

A decisão de desenvolver a investigação em um curso supletivo público foi tomada a priori; a pesquisadora avaliou a necessidade de que se façam investigações no interior da escola

⁽¹⁴⁾ Quando estivermos nos referindo à professora das duas classes, utilizaremos seu título por extenso para distingui-la dos outros professores que participaram da pesquisa de forma menos direta.

⁽¹⁵⁾ NAE eram órgãos da Secretaria Municipal da Educação da cidade de São Paulo durante os anos em que a pesquisa se desenvolveu, 1989 e 1990.

⁽¹⁶⁾ Infelizmente não foi possível fazer uma programação piloto, colocá-la em prática um semestre, avaliá-la e reformulá-la para o semestre seguinte, ou seja, as atividades que apresentaram falhas não puderam ser reelaboradas como a pesquisadora pretendia, pois a escola fechou.

pública, que é a instituição onde estuda a grande maioria dos brasileiros⁽¹⁷⁾. Ser em especial este curso supletivo, entretanto, envolveu relacionamentos pessoais da pesquisadora através do quais ela contatou o Prof. L que forneceu grande parte das informações sobre a história da instituição⁽¹⁸⁾. Foi ele também o elo de ligação inicial entre a pesquisadora e a escola, em novembro de 1988, e elemento importante no desenvolvimento do trabalho de campo nos quatro primeiros meses⁽¹⁹⁾.

Apesar da estrutura educacional externa à instituição de certa forma reforçar o trabalho isolado⁽²⁰⁾, a organização autogerenciada do grupo de professores da escola surpreendeu a pesquisadora; reuniam-se sempre que necessário, no mínimo uma vez cada duas semanas, para planejar o trabalho pedagógico⁽²¹⁾. A história da instituição, detalhada no Anexo I, explica, sob certos aspectos, esta situação atípica em relação às outras instituições desta natureza que a pesquisadora conhecia. A escola se constituiu oficialmente enquanto instituição em 1975, vinculada ao Movimento Brasileiro de Alfabetização de Adultos - Mobral. Desde essa época, o grupo de professores vinha fazendo transformações pedagógicas e/ou administrativas visando resolver os problemas de aprendizagem dos alunos. A partir de 1985, a estrutura que vigorou na escola até o final foi: os professores do 1o.t I e II eram polivalentes; no 2o.t os alunos tinham dois professores, um de Língua Portuguesa e outro de Matemática; no 3o. e 4o. termos, além desses dois, havia também os professores de Estudos Sociais e Ciências⁽²²⁾.

O primeiro contato que a pesquisadora teve com a escola foi uma reunião com o Prof. L. Houve convergência de interesses pois, se ela desejava desenvolver o trabalho de campo de sua pesquisa numa escola como aquela, os professores que, no entender daquele professor, se sentiam satisfeitos com a orientação que vinham dando ao projeto na área de Alfabetização, no

⁽¹⁷⁾ BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Coordenação de Informações para o Planejamento - **Sinopse Estatística do Ensino Supletivo**. Brasília, MEC/SAG/CPS, 1991, Censo Educacional de 1988.

⁽¹⁸⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽¹⁹⁾ FETTERMAN, D. M. - **Ethgraphy: step by step**. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

⁽²⁰⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽²¹⁾ Um fato exemplifica o envolvimento dos professores neste autogerenciamento: num dia em que faltou luz a pesquisadora foi à escola; os alunos haviam sido dispensados e os professores faziam, à luz de vela, uma reunião pedagógica de que estavam sentindo necessidade e não conseguiam incluir no calendário escolar.

⁽²²⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - **O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos**. São Paulo, or. dat., 1988.

que se refere ao ensino de Matemática não tinham encontrado perspectiva, nem prática nem teórica. Quando eles se referiam a fontes teóricas satisfatórias, estavam falando dos estudos da Profa. Emília Ferreiro, o que não entrava em confronto com a orientação que a pesquisadora vinha dando às suas propostas de trabalho⁽²³⁾. Ficou acordado então que, em contrapartida à participação da escola, a pesquisadora faria assessoria em Educação Matemática ao grupo de professores, o que se concretizou em 1989.

As instalações da escola, na sede social da paróquia, eram precárias mas não se destacariam como tal se comparadas às outras escolas públicas. A sede social ficava no térreo e a igreja no andar superior. As salas e o pátio recebiam pouca iluminação natural ficando as luzes acesas mesmo durante o dia. As salas, a exceção de uma, eram interligadas duas a duas, sendo o acesso da segunda através da primeira⁽²⁴⁾. As salas eram pequenas mas comportavam os vinte alunos que, em média, compunham cada classe. O maior problema do ambiente físico da escola pode ser localizado no que chamaremos a "decoração" das salas de aula. As carteiras destinadas aos alunos tinham um dos braços em forma de prancheta, formato que traz, aos alunos com pouca destreza na manipulação de material escolar, dois tipos de dificuldade:

- pelo tamanho, as pranchetas comportavam, quando muito, o caderno, o restante do material em uso devia ficar sobre as coxas dos alunos;
- a inclinação desses braços dificultava, também, a utilização de qualquer material que não fosse o caderno -- até o lápis lhes escorregava.

Além da pouca adequação das carteiras a alunos adultos desescolarizados, era quase impossível manter cartazes afixados nas paredes, pois eram destruídos por pessoas estranhas à escola que ocasionalmente utilizavam as salas, no horário em não havia aulas. Não havia também, em nenhuma das salas da escola, calendário de parede, o que significava um empobrecimento em nível pedagógico, pois muitos alunos não tinham outra oportunidade de

⁽²³⁾ CARVALHO, D. L. de - *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

⁽²⁴⁾ Na única sala independente, por coincidência, funcionavam as duas classes que participaram mais diretamente da pesquisa. Talvez por isso tenha sido mais fácil para a Professora concentrar-se nas atividades de Matemática e manter certa distância da crise pela qual a escola passava.

defrontar-se com situações que lhes despertassem a necessidade de consulta a esse tipo de instrumento de medida de tempo.

A crise⁽²⁵⁾ desencadeada com o resgate, em 1990, pela SE dos cursos supletivos de 1o. Grau que até então pertenciam à Secretaria do Bem-Estar Social - SEBES, teve alguma interferência na pesquisa. Algumas repercussões eram indiretas e contornáveis, como o ambiente desagradável do último semestre de trabalho, tanto nas reuniões pedagógicas como na sala dos professores. Outras consequências foram mais decisivas, como o adiantamento por um semestre das atividades de sala de aula e a redução para um período de dois anos do trabalho de assessoria em Educação Matemática que havia sido previsto para quatro. O adiantamento das atividades de sala de aula trouxe como consequência a necessidade da pesquisadora assumir em conjunto com a Professora a regência das aulas de Matemática, tornando-se assim uma interlocutora importante dos alunos. São as limitações impostas pela escola pública.

⁽²⁵⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

2. ATIVIDADES DE SALA DE AULA

Algumas atividades pedagógicas do trabalho de campo já faziam parte da programação da escola e foram remodeladas para atender aos objetivos da pesquisa, como algumas reuniões pedagógicas que se transformaram em sessões de assessoria em Educação Matemática; já as reuniões entre a Professora e a coordenadora para planejar, avaliar e remodelar as atividades que seriam propostas aos alunos foram inseridas na rotina escolar. As atividades planejadas naquelas reuniões deveriam se desenvolver de acordo com princípios metodológicos⁽²⁶⁾ que possibilitassem ao aluno trazer para a escola os conceitos e os procedimentos matemáticos construídos nas atividades práticas; além de garantir a emergência deste conhecimento, a metodologia de ensino deveria favorecer a descontextualização dos instrumentos matemáticos, tornando-os cada vez menos dependentes da situação, prática ou escolar, na qual se originaram⁽²⁷⁾. As atividades elaboradas teriam que levar o aluno a entrar em contato com as possibilidades e limitações dos instrumentos matemáticos que possuíam de modo a reelaborá-los tornando-os mais gerais e cada vez menos contextualizados à sua prática.

As atividades deveriam contribuir também para que a linguagem matemática assumisse a função mediadora⁽²⁸⁾ que deve ter no processo de aquisição do conhecimento matemático escolar. A aquisição gradativa da linguagem matemática deve ser considerada tanto sob o aspecto da sua universalidade como das características especiais que ela assume na escola brasileira⁽²⁹⁾. Nessa perspectiva, em todas as aulas era solicitado aos alunos que registrassem graficamente as atividades; as formas de registro utilizadas — verbais escritas, figurativas,

⁽²⁶⁾ CARVALHO, D. L. - "Mathematical Education of illiterate adults" in proceedings of the Working Group (WG 19) on Mathematics for premature school-leavers - ICME VII. Quebec, Cirade - UQAM, 1992.

⁽²⁷⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽²⁸⁾ Idem.

⁽²⁹⁾ Por exemplo, chamar uma das técnicas operatórias da adição de "vai um" e incentivar o aluno a escrever este "1" acima do algarismo correspondente à dezena — centena ou milhar — na primeira parcela.

convencionais, combinações de duas delas ou das três -- eram discutidas com o aluno individualmente e, sempre que possível comparadas com as dos colegas.

Estudos anteriores⁽³⁰⁾ levaram a pesquisadora a antever a insuficiência da temática da prática para a consecução destes dois propósitos: o da aquisição de instrumentos matemáticos e o da construção da linguagem matemática. Sendo assim, foram desenvolvidas atividades cujos temas não emergiram das discussões com os alunos, como, por exemplo, as referentes à Estatística.

2.1. Princípios metodológicos e seleção de conteúdos

Embora há algum tempo atrás⁽³¹⁾, fosse considerada possível a realização de estudos cujo enfoque maior fosse sobre o conteúdo e outros que recaísse sobre a metodologia, acreditamos que a relação de interdependência entre os dois aspectos no planejamento de aulas de Matemática nos impediu de separar os dois temas. Os princípios metodológicos que orientaram as reuniões de planejamento das aulas de Matemática entre a Professora e a pesquisadora, e que serão resumidos a seguir visam explicitar como uma opção metodológica determina o modo a ser tratado o conteúdo e, também, os aspectos a serem priorizados em cada assunto⁽³²⁾:

- O primeiro princípio talvez seja mais uma declaração ideológica: o saber matemático não pode continuar sendo privilégio de poucos alunos que conseguem submeter-se a fazer tarefas escolares sem se preocuparem com o seu significado no que se refere ao seu processo de construção do conhecimento; deve ser adquirido por todos.

- Devido à multiplicidade dos fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem, nem a Psicologia nem a Didática podem oferecer receitas infalíveis para as situações cotidianas de sala de aula. A interação do grupo/classe deve assumir a condição de uma

⁽³⁰⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in **Cardernos do CEM**. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽³¹⁾ FIORENTINI, D. - **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: O caso de produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1994.

⁽³²⁾ São ao todo 11 princípios, desenvolvidos e detalhados no texto FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in **Cardernos do CEM**. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

investigação; realizada uma ação buscam-se parâmetros para reformulação das ações em devir. No grupo se inclui o professor com o papel especial de ensinar, e que: propõe a situação-problema, favorece a discussão das soluções encontradas pelos alunos, sistematiza as conclusões expressas pela classe, explica as relações entre a linguagem emergente do grupo e a convencional da Matemática e provoca a escrita dos procedimentos e das conclusões utilizando de forma crescente a linguagem matemática.

- O conhecimento matemático não se dá em blocos estanques, sequenciados, de acordo com a ordem lógica que aparece nos textos formalizados; ao contrário, é necessário que um mesmo assunto seja trabalhado ao longo do tempo em diferentes níveis de complexidade, abrangendo cada vez novos elementos, permitindo ao aluno a reelaboração, reorganização e mesmo mudanças de ponto de vista em relação aos conceitos abordados.

- O conhecimento matemático adquirido pelo aluno em situações da prática, fora das aulas de Matemática, deve ser incorporado ao trabalho escolar. As situações de aprendizagem devem constituir-se em oportunidade para que o estudante reelabore as experiências que teve anteriormente com aquele assunto. É necessário levar em consideração que a maneira como o aluno interpreta uma determinada proposição e os termos da mesma depende em grande parte destas experiências e é função da escola criar oportunidades para a integração, a este conhecimento matemático, de novos significados favorecendo novas sínteses provisórias.

- O processo de construção da linguagem matemática é longo, lento e basicamente social. Não pode ser reduzido a uma atividade individual; é uma atividade de comunicação aluno/professor, professor/aluno, aluno/aluno. As representações de procedimentos que os alunos utilizam ao chegar à escola nem sempre são gerais e úteis a quaisquer circunstâncias em que o conceito ou o procedimento em questão é aplicável; esta generalização é desejável e necessária.

- O acesso ao significado das proposições matemáticas se constrói a partir de uma linguagem intermediária, num trabalho em que é importante articular significações, ligar etapas de raciocínio. O rigor deve surgir como exigência de comunicação e deve ser redimensionado a cada atividade, cada grupo de alunos que compõe uma classe, a cada série escolar.

- Como o material didático manipulável não tem mera função ilustrativa, ou seja, a ênfase não está nos objetos mas nas operações que com eles se realizam, é possível e por vezes útil valer-se deste recurso didático com alunos adultos.

- Estamos usando o termo manipulação no sentido de atividade operatória e não no sentido da atividade física; assim os objetos manipuláveis podem estar em diferentes planos de representação -- desenhos, tabelas, gráficos. Cada plano de representação constitui uma linguagem e a passagem de uma forma a outra não é um simples jogo de dicionário, perpassa pela construção de uma sintaxe capaz de dizer a regra das transformações, ao mesmo tempo que fala dessas transformações.

- Cada conteúdo matemático deve ser abordado sob todos os aspectos que possui, mesmo que tais abordagens não possam ser realizadas na mesma série escolar.

- O erro do aluno deve ser encarado como matéria-prima para o planejamento da aula seguinte e mesmo um replanejamento da atividade ou mesmo de todo o curso.

- O professor não é o centralizador da avaliação, ela deve se tornar uma dimensão a se integrar em todos os momentos do processo de produção do conhecimento. Para que ocorra este fato o aluno deve dispor de recursos para avaliar a correção de seus procedimentos tais como: fazer construções com material didático, seja ele peças de jogos ou lápis e papel; utilizar critérios matemáticos que verifiquem a exatidão das propostas feitas, das conclusões estabelecidas; buscar na interação social aspectos não considerados na elaboração de sua resposta, que a tornam inadequada ou pouco abrangente⁽³³⁾.

Além do direcionamento marcado pela opção metodológica a seleção do conteúdo a ser abordado teve como referência a expectativa que os professores da escola tinham sobre o trabalho de Matemática a ser realizado. Eles haviam elaborado um Plano de Curso, não fora possível reestruturá-lo, como era desejado, durante as reuniões de assessoria em Educação Matemática⁽³⁴⁾, mas não era possível desconsiderá-lo. Este plano não apontava um trabalho

⁽³³⁾ Texto citado em (32) e CARVALHO, D. L. - "Mathematical Education of illiterate adults" in proceedings of the Working Group (WG 19) on Mathematics for premature school-leavers - ICME VII. Quebec, Cirade - UQAM, 1992.

⁽³⁴⁾ Vide Anexo I - História da Escola.

sistemático com Matemática nos dois semestres de 1o. termo e previa sem detalhamento para cada semestre:

"CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA

De 2o.t a 4o.t

1- Sistema de numeração de 99 até 3.000.000 englobando ordem crescente, decrescente, compor e decompor, antecessor e sucessor, comparar números iguais, diferentes, menor e maior, leitura e escrita.

2- Operações fundamentais: aplicar as quatro operações - adição, subtração, multiplicação e divisão:

- Adição: sem e com reserva*
- Subtração: sem e com recurso*
- Multiplicação: sem e com reagrupamento*
- Divisão: com e sem resto parcial.*

3- Situação problema envolvendo uma ou mais operações.

4- Fração:

- conhecendo e lendo frações*
- números mistos*
- comparação de fração (com o mesmo denominador)*
- operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão).*

Aplicação em situações problemas.

- transformar frações em números decimais e vice-versa*
- operações,*
- aplicação em situações problemas.*

5- Sistema monetário Brasileiro (NCZ\$)

Cruzado Novo:

- leitura e escrita*
- troco, lucro, prejuízo, a vista e a prazo*
- porcentagem*
- cheques*
- aplicação em situação problema.*

6- Sistemas de medidas:

- medidas de comprimento (trabalhar múltiplo e submúltiplo do metro dando ênfase a km, m e cm)

- cálculo de perímetro e área.*

7- Geometria:

- noções de geometria*
- linhas e sólidos geométricos. ⁽³⁵⁾*

⁽³⁵⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

A partir daí, levando em consideração o que fora possível desenvolver, até aquele momento, durante o trabalho de assessoria em Educação Matemática, a pesquisadora e a Professora acordaram que deveriam ser abordados alguns aspectos dos itens 1, 2, 3 e 5⁽³⁶⁾. Coerentemente com os princípios metodológicos elencados ficou combinado que a ordem e o nível de profundidade dessa abordagem seriam definidos pelo desenvolvimento das atividades de sala de aula. O que ficou garantido foi a análise conceitual a priori desses conteúdos⁽³⁷⁾, realizada, parte nas reuniões gerais de assessoria em Educação Matemática, parte nas reuniões da pesquisadora com a Professora especialmente destinadas a planejar as aulas.

2.2. A escolha da Professora e a atuação da pesquisadora

A iminência do fechamento da instituição⁽³⁸⁾ abreviou algumas fases da pesquisa. Foi necessário ir à sala de aula mesmo sabendo que o trabalho de assessoria não se desenvolvera o suficiente para nenhum professor da escola atuar sozinho, permitindo à pesquisadora assumir somente o papel de observadora. Sendo assim, a pesquisadora atuou como principal interlocutora dos alunos em quase todas as aulas. O fato das classes serem de 1o. termo permitiu que o trabalho não fosse comprometido com o fechamento da escola, quanto à sequência.

O preparo das atividades que foram propostas aos alunos exigiu um trabalho cuidadoso. Os professores da Rede Municipal de Ensino paulistana recebiam, em 1990, 20% a mais que a carga horária de sala de aula — eram as horas-atividade; uma parte dessas horas deveriam ser cumpridas na escola. A Professora e a pesquisadora reuniam-se duas horas por semana, à tarde, para avaliar as aulas anteriores e elaborar as atividades a serem propostas nas seguintes. Como previsto, em nenhum mês as horas-atividade da Professora foram suficientes para preparar as atividades referentes a pesquisa e às outras reuniões da escola. Foi necessário que ela investisse tempo a mais para que a pesquisa se desenvolvesse a contento.

⁽³⁶⁾ Com relação a este item já houvera uma nova alteração de moeda — de cruzado novo para cruzeiro —, mas o Plano de Curso não havia sido corrigido.

⁽³⁷⁾ Conforme conceituado GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgs.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Bock-Wesmael, 1991.

⁽³⁸⁾ Vide Anexo I - História da Escola

Foram quatro os motivos que levaram a pesquisadora a escolher as duas classes de 1o.t I para realizar a parte do trabalho de campo que se desenvolveria em sala de aula. Um deles referente ao fato de que as classes eram de 1o.t I, formalmente o início do curso, ou seja, não havia um trabalho anterior naquela escola de ensino de Matemática destinado àqueles alunos. Os outros motivos eram relacionados à Professora que regia as classes: ela demonstrara nas reuniões de professores identidade com muitos dos princípios metodológicos preconizados pela pesquisadora⁽³⁹⁾; colocara-se à disposição para trabalhar com esta última, em sala de aula; manifestara, também, disponibilidade para propor aos alunos as atividades que planejavam juntas. Estas quatro condições estavam satisfeitas também em uma das classes regidas pelo Prof. T, porém, por razões de ordem pessoal, ele não dispunha de tempo, fora do horário de aula, para planejar as atividades.

Julgamos conveniente mencionar alguns traços do perfil profissional da Professora pois ela foi uma interlocutora importante não só dos alunos como da pesquisadora; as razões pelas quais ela se prontificara a participar mais diretamente da pesquisa só foram totalmente explicitadas na entrevista individual. Segundo seu depoimento, ela não foi boa aluna de Matemática e transformara o ensino dessa disciplina num desafio; percebeu nesta participação uma oportunidade de operacionalizar, na sua prática de sala de aula, a assessoria em Educação Matemática que a pesquisadora vinha prestando⁽⁴⁰⁾.

A concepção de Matemática que a Professora tinha no início do trabalho era, em muitos pontos, semelhante à dos sujeitos entrevistados pela pesquisadora em seu mestrado⁽⁴¹⁾; houve, entretanto, transformações nessa concepção à medida que as atividades de sala de aula foram se desenvolvendo e as duas puderam refletir sobre elas⁽⁴²⁾. Há, no entender da

⁽³⁹⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática" in **Cardernos do CEM**. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽⁴⁰⁾ Vide Anexo 2 - História da Professora.

⁽⁴¹⁾ CARVALHO, D. L. - **A concepção de Matemática do professor também se transforma**. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

⁽⁴²⁾ Vide Quadro 13.

pesquisadora, necessidade dessa transformação de concepção para a incorporação, no trabalho de sala de aula, das matematizações feitas pelos alunos fora da escola⁽⁴³⁾.

A entrevista com a Professora foi depois de sua participação no trabalho de campo da pesquisa. Sendo assim, suas concepções de ensino de Matemática, de aluno bem e malsucedido em Matemática⁽⁴⁴⁾ estavam mescladas das reflexões que fizera ao preparar e avaliar as atividades de sala de aula com a pesquisadora. Mesmo assim seu discurso ainda não incorporara os pressupostos metodológicos que utilizara⁽⁴⁵⁾ e os princípios da interação social que embasaram o desenvolvimento das aulas de Matemática⁽⁴⁶⁾. Eram comuns, em seu depoimento, expressões como: --"estar passando alguma coisa para eles"... --"explicasse a coisa de uma forma mais simples"... Provavelmente, esta transformação do discurso não ocorreu porque as reflexões da Professora não foram concomitantes à leitura de textos para que se completasse a práxis preconizada por Grasmci⁽⁴⁷⁾.

Considerando seus depoimentos durante o trabalho e na entrevista se pode perceber que, apesar desta concepção ainda estar em elaboração, a Professora considerava seus alunos como possuidores de algum conhecimento matemático, o que lhes era difícil era registrá-lo no papel⁽⁴⁸⁾. Era possível, portanto, desenvolver com ela um trabalho de sala de aula fundamentado numa concepção de aquisição do conhecimento matemático como um processo dinâmico; processo esse que os alunos haviam iniciado anos antes de entrar na escola.

A análise da intersecção entre a sua história de vida e a história da escola oferece subsídios para a compreensão do significado que o trabalho nesta instituição teve para a Professora que participou do processo de construção e fechamento da escola. Além disso, foi

⁽⁴³⁾ CARVALHO, D. L. - *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

⁽⁴⁴⁾ Vide Quadros 8 e 9.

⁽⁴⁵⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática" in *Cardernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽⁴⁶⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boeck-Wesmael, 1991.

⁽⁴⁷⁾ GRAMSCI, A. - *Concepção dialética da História*, trad. Carlos Nelson Coutinho. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1986, 6a.ed.

⁽⁴⁸⁾ Vide Quadro 8.

nesta escola que a Professora começou sua carreira como educadora -- em 1982, quando cursava a 2a. série do 2o. Grau, ela foi selecionada para assumir um 2o. termo⁽⁴⁹⁾.

A Professora sempre procurou participar de todos os eventos destinados à reformulação do trabalho da escola ou ao aprimoramento profissional do corpo docente, como, por exemplo, os cursos promovidos pelo Centro Ecumênico de Documentação e Informação - CEDI, em 1985. Em 1988, quando se organizou o grupo de estudos visando a elaboração e a implantação do projeto de alfabetização⁽⁵⁰⁾, ela estava em licença-maternidade. Voltou ao trabalho um mês antes para poder participar das reuniões, trazia sua filha e, se necessário, a amamentava ali⁽⁵¹⁾.

A Professora considerava que um de seus colegas, o Prof. L, exercera papel fundamental na sua formação profissional no início de seu trabalho. Ele assumira, desde aquela época, a coordenação pedagógica, embora o cargo não existisse formalmente; foi ele quem organizou o grupo de professores de modo a elaborar e executar coletivamente o projeto pedagógico da escola⁽⁵²⁾. No início de 1989, o Prof. L foi convocado para trabalhar num departamento da SE. Sua saída, aliada ao fato da suplência haver sido assumida, nesta mesma época, pela SE⁽⁵³⁾, ocasionou, na opinião da Professora, o início do processo de desagregação do grupo. A escola passou a viver um clima de indefinição quanto a seu futuro, crise que culminou com seu fechamento enquanto instituição⁽⁵⁴⁾.

O compromisso mantido com assiduidade e pontualidade, durante esta época de indefinição, pela Professora e pelo Prof. T foi alvo de questionamento por parte de seus colegas. Alguns dos professores julgavam o compromisso profissional vinculado à autonomia que tinham anteriormente e ao espaço na tomada de decisão sobre os destinos da escola que lhes fosse reservado; na avaliação dessas pessoas, nenhum destes dois aspectos estavam sendo tratados

⁽⁴⁹⁾ Vide Anexo 2 - História da Professora.

⁽⁵⁰⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

⁽⁵¹⁾ Vide Anexo 2 - História da Professora.

⁽⁵²⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

⁽⁵³⁾ Até então os Cursos Supletivos Municipais eram vinculados à SEBES.

⁽⁵⁴⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

adequadamente pela SE. Outros professores mantinham-se mais afastados emocionalmente do processo, o que não impedia o clima tenso das reuniões e os questionamentos nada amistosos⁽⁵⁵⁾.

Apesar da situação vivida pela escola, o clima de trabalho necessário ao desenvolvimento das aulas de Matemática foi preservado até o final do semestre nas duas classes que participaram da pesquisa. A Professora e a pesquisadora fizeram esta avaliação tendo como parâmetros a produção dos alunos. Além dos momentos semanais de avaliação para reprogramar atividades, elas se detiveram nesta reflexão em duas outras situações: uma delas ainda sob o impacto emocional do fechamento da escola, no final de 1990, e a outra em julho de 1991. Pelo menos no que se refere a esse aspecto, foi possível preservar o trabalho de campo da pesquisa⁽⁵⁶⁾.

2.3. Temas de atividades.

Devido ao fechamento da escola não foi possível fazer e testar uma programação piloto. Além disso, foi a primeira, e única, vez que se fez um trabalho sistemático de ensino de Matemática no 1o. termo. Por estas duas razões, algumas atividades não forneceram dados para o estudo em andamento e houve aulas cuja temática não foi relevante. Neste último caso, porém, as atividades que advieram da situação-problema levantada propiciaram oportunidade para que os alunos manifestassem procedimentos e fizessem registros úteis à investigação.

O trabalho com Matemática teve início dia 12 de setembro e terminou dia 4 de dezembro. Em cada classe foram dadas 44 aulas com a duração média de uma hora cada uma. A pesquisadora e a Professora trabalharam juntas em 34 aulas, oito delas a Professora regeu sozinha e duas foram assumidas por uma professora substituta.

As atividades foram nomeadas de acordo com a temática levantada e não com o conteúdo matemático envolvido, pois nenhuma das aulas restringiu-se a um único conteúdo, algumas delas nem sequer restringiram-se à Matemática; os temas das atividades foram:

⁽⁵⁵⁾ Idem.

⁽⁵⁶⁾ FETTERMAN, D. M. - *Ethnography: step by step*. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

Discussão sobre números (At.1), Medida de tempo (At.2), A moeda nacional (At.3), Preço de produtos (At.4), Preenchimento de cheques (At.5), Contagem (At.6) e Tabelas de distribuição de frequência(At.7).

At.1. Discussão sobre números

A primeira aula de Matemática do semestre iniciou com uma conversa com os alunos sobre a utilização de números. Essa discussão tinha como objetivo levantar as situações da prática nas quais os números são utilizados; desejávamos que os alunos tomassem consciência dos diversos aspectos desta utilização: registro de contagem, mensuração, indicativos de localização, codificação. Quando um aspecto, mesmo que já citado pelos alunos, não fora suficientemente explorado, a Professora ou a pesquisadora intervinha no sentido de mencioná-lo ou elaborar mais sua abordagem; sendo assim, espontaneamente ou após os incentivos, os quatro aspectos foram discutidos nesta aula. Três temas apontados pelos alunos originaram atividades: medida de tempo, moeda nacional e preços de produtos.

At.2. Medida de tempo

A temática de medida do tempo foi retomada logo na primeira aula, após a sistematização da discussão sobre o uso dos números; a pesquisadora propôs que cada aluno escrevesse a data daquele dia e a do próprio nascimento utilizando somente números. Esta proposta gerou três tipos de situações-problema. A primeira se referia a saber de cor a sequência dos meses; para abordá-la, numa das aulas seguintes, foi montada uma tabela com os nomes dos meses e os respectivos números a partir de sua enumeração dos mesmos pelos poucos alunos que já haviam memorizado a sequência em questão. O outro problema era descobrir o ano do nascimento a partir da idade. Uma terceira problemática levantada pela proposta de escrever as duas datas foi saber o dia e o mês do nascimento sem a presença de um documento. A maneira encontrada para resolver este problema foi solicitar aos alunos que não tinham esta informação que consultassem posteriormente um documento.

At.3. A moeda nacional

Considerando que os alunos manipulam dinheiro em suas atividades cotidianas, a Professora e a pesquisadora resolveram trabalhar em classe com situações que envolvessem dinheiro. Não visavam ilustrar procedimentos estandarizados. Como já foi ressaltado, a manipulação do material didático deve ser proposta de maneira a facilitar o processo de abstração favorecendo a aquisição dos conceitos operatórios⁽⁵⁷⁾. Como decorrência, durante o desenvolvimento das atividades a ênfase não esteve nos objetos, mas nas operações que sobre eles se realizaram. As questões que a Professora ou a pesquisadora levantaram durante todo o desenrolar da atividade têm como referencial os invariantes a serem organizados num sistema de relações⁽⁵⁸⁾.

Propondo à Professora uma análise conceitual, no sentido utilizado por Garvier, Bednarz e Ulanovskaya⁽⁵⁹⁾, a pesquisadora destacou semelhanças⁽⁶⁰⁾ e diferenças⁽⁶¹⁾ do sistema monetário brasileiro com o sistema de numeração decimal. Discussões sobre preços expostos em lojas e supermercados e o papel-moeda correspondente podem fazer emergir alguns invariantes da estrutura do sistema de numeração decimal enquanto código de representação⁽⁶²⁾.

O uso do dinheiro como material concreto também não se baseia em nenhuma generalização simplista de teorias de aprendizagem de crianças para jovens e adultos. As aplicações destas teorias têm sido feitas de maneira discutível, mesmo no trabalho em cursos regulares. Não caberia, portanto, mais uma generalização indevida destas para o caso do ensino da Matemática no Curso de Suplência. O fundamental é o significado que a situação escolar tem

⁽⁵⁷⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática" in *Cardernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽⁵⁸⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.

⁽⁵⁹⁾ Idem.

⁽⁶⁰⁾ Os preços são escritos utilizando o sistema de numeração decimal, algumas notas e moedas mantêm a relação decimal.

⁽⁶¹⁾ Algumas notas e moedas valem cinco ou duas vezes a unidade imediatamente inferior.

⁽⁶²⁾ CARVALHO, D. L. & VOVIO, C. L. - "A superação da prática sem negar as matematizações anteriores", in *Espaços da Escola*. Ijuí, Editora Unijuí, ano 3, no. 7, jan/mar, pp. 5-12.

para o aluno⁽⁶³⁾; para adultos desescolarizados, o significado do dinheiro, ainda que não homogêneo, é concreto.

Nesta perspectiva, o "papel-moeda", cujo desenho das notas era o apresentado na fig. 1, foi mimeografado a álcool. As notas foram colocadas em envelopes em quantidade tal, que juntando as notas de um determinado valor se obtivesse a nota correspondente ao valor dez vezes maior; cada envelope continha notas de um, de cinco, de dez, de cinquenta, de cem, de duzentos, de quinhentos, de mil e de cinco mil cruzeiros. Em cada envelope havia por volta de 19 mil cruzeiros. A atividade desenvolvida que envolvia somente o papel-moeda foi "contar dinheiro". Cada aluno recebeu um envelope e deveria contar e anotar a quantia referente ao seu conteúdo. Aos alunos que demonstravam dificuldade de contagem foi proposto que, a partir da quantia que conseguiam contar, por exemplo, 50, fossem acrescentando notas de um cruzeiro até chegar à dezena seguinte. Em aulas referentes ao tema At.4, os envelopes contendo notas foram utilizados novamente.

At.4. Preço de produtos

Visando explorar outro aspecto da utilização de números, ainda no primeiro dia de aula de Matemática, após o trabalho com datas, solicitou-se que os alunos escrevessem um preço que lembrassem e o nome do produto correspondente. Neste mesmo dia, ao final do período, foi solicitado aos alunos que pesquisassem preços de produtos a venda em locais onde passassem a caminho da escola ou do trabalho. Por volta de uma semana depois os alunos foram chamados um a um para escrever na lousa o nome e o preço de um dos produtos que haviam pesquisado. Escrever este rol envolve pelo menos três aspectos: a organização de uma tabela na lousa, escrita e leitura dos nomes dos produtos e a representação gráfica dos preços. Escrito o nome e o preço do produto, era solicitado que alguém da classe os lesse. Foram selecionados produtos cujos preços suscitasse discussões sobre as regras do sistema de numeração decimal⁽⁶⁴⁾. Devido ao

⁽⁶³⁾ SCHLIEMANN, A. D. & SANTOS, C. M. dos & COSTA, C. da - "Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos", in ALENCAR, E. (org.) - *Novas contribuições da Psicologia aos processos de ensino e aprendizagem*. S.Paulo, Cortez, no prelo.

⁽⁶⁴⁾ CARVALHO, D. L. de - *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

fato de os preços pesquisados pelos alunos terem apenas dezenas exatas, a Professora e a pesquisadora sugeriram produtos cujos preços possibilitassem a discussão sobre as unidades. O aspecto “mais” matemático, se é que podemos dizer assim, desta atividade, que é o registro gráfico, estava impregnado de uma convenção do contexto do sistema monetário: os dois zeros escritos depois da vírgula. Depois de discutido o significado desta notação, ficou combinado que, naquele semestre, não se usariam preços que envolvessem centavos. Os alunos copiaram a tabela que estava na lousa e que seria utilizada também em aulas referentes ao tema At.5. Preenchimento de cheques. Numa outra aula, foi novamente distribuído o envelope com as notas que já haviam sido contadas anteriormente. Foi solicitado que cada aluno retirasse do envelope notas correspondentes ao valor exato do preço de algumas mercadorias que estavam na lousa e que anotassem quais e quantas notas eram.

At.5. Preenchimento de cheques

Foram elaboradas atividades partindo da necessidade prática do preenchimento de cheques; a atividade inicial relativa a este tema constituiu-se numa discussão sobre a escrita por extenso dos números. Na sistematização a pesquisadora procurou explicitar os três aspectos desta escrita: a semelhança entre a contagem oral e a escrita; a composição de palavras para formar alguns números, como “dezesesseis”, e outros, como “vinte e um”; a comparação entre a pequena quantidade de sinais diferentes necessários para grafar qualquer número com algarismos -- 10 símbolos -- em relação às 38 palavras diferentes para escrever por extenso números até um milhão, por exemplo⁽⁶⁵⁾. Foram afixados na parede os cartazes contendo os nomes e o numerais correspondentes dos números até 20 elaborados pela classe da tarde. Os cartazes com os numerais das dezenas, das centenas e o mil foram elaborados pela turma da noite, após a leitura da parte já afixada. Nas aulas seguintes os alunos foram convidados a escrever na lousa o preço de outros produtos que tivessem pesquisado. Solicitou-se, então, que calculassem quanto deveriam pagar se comprassem todos aqueles produtos e que fizessem um “cheque”

⁽⁶⁵⁾ Estes aspectos haviam sido discutidos numa reunião de assessoria em Educação Matemática.

correspondente àquela quantia -- folhas de cheque haviam sido mimeografadas a álcool. Na classe do período noturno, pelo fato de serem muitos alunos a adição ficaria com muitas parcelas, julgou-se conveniente, então, classificar os produtos de acordo com o local onde são adquiridos, no supermercado, na loja, na padaria; solicitou-se então que os alunos imaginassem que comprariam os produtos cujos nomes estavam escritos na lousa; em seguida, calculassem o total a ser pago em cada lugar e preenchessem os "cheques" correspondentes.

At.6. Contagem

Em uma das primeiras reuniões de planejamento a Professora e a pesquisadora combinaram que constantemente seriam propostas aos alunos atividades de contagem seguida de registro. Números, precedidos ou não de contagem, foram utilizados em diversas situações sem a preocupação de sistematizar este uso. Assim, por exemplo, quando os alunos precisavam procurar uma palavra no dicionário, o primeiro que achasse deveria indicar o número da página em que ela estava, outro escreveria este número na lousa e todos se orientariam por estas informações. As discussões sobre leitura e escrita de número não eram o foco principal destas atividades; as que focavam especificamente a contagem, a utilização do sistema de numeração decimal e/ou operações foram: Contagem das letras de um texto coletivo (At.6.1), Contagem de palitos (At.6.2), Contagem das cadeiras (At.6.3).

At.6.1. Contagem das letras de um texto coletivo - "Texto coletivo" é o nome que se dá a um texto elaborado por um grupo de alunos da seguinte forma: um tema é discutido; após todos opinarem, organiza-se na lousa uma dissertação com a síntese da discussão ou um conto sobre o assunto. Apesar de cada classe ter elaborado seu texto coletivo sobre o segundo turno da eleição para governador do Estado, a contagem das letras que o constituíam foi realizada somente na classe do período vespertino.

At.6.2. Contagem de palitos - A Professora e a pesquisadora elaboraram a atividade de contagem de palitos com a finalidade de construir com os alunos um material didático com a estrutura do sistema de numeração decimal. Solicitou-se que cada aluno trouxesse

para a classe uma caixa de palitos de dentes. No dia combinado foi proposto que os alunos anotassem o número de palitos escrito na caixa e verificassem se o número de palitos nela contidos era realmente aquele. As caixas de palitos que os alunos trouxeram eram de 100 ou de 200 palitos. De início, a organização para a contagem era quase impossível, mesmo para os alunos que tentavam fazer agrupamentos; os palitos eram roliços e a inclinação do apoio da carteira não favorecia a separação em grupos, fossem de 10, 20 ou 50. Sugerimos então que eles agrupassem os palitos de 10 em 10 com o auxílio da fita adesiva; estavam construídas as dezenas. Em seguida foi solicitado aos alunos que anotassem quantos palitos realmente haviam na caixa; se hovesse a mais, ou a menos, deveriam escrever "quantos a mais" ou "quantos a menos".

At.6.3. Contagem das cadeiras - Num país de economia inflacionária como o Brasil, os alunos têm poucas oportunidades de operar nas atividades práticas com números cuja ordem de grandeza é pequena⁽⁶⁶⁾. Com o intuito de levar os alunos a contar objetos cujo número fosse de ordem de grandeza menor que o preço da condução, a pesquisadora propôs que os alunos contassem as cadeiras da classe e anotassem o resultado. Em seguida a pesquisadora colocou-lhes o seguinte problema: "Se quisermos comprar protetores de borracha para os pés das cadeiras, quantos teremos que comprar?" Solicitou-lhes que não só anotassem o resultado, como que explicassem como haviam chegado a ele. Aos alunos que foram concluindo, foi pedido que calculassem o número de braços e de pernas que havia na classe considerando o número de pessoas presentes. No período noturno os alunos contaram também o número de dedos das pessoas. Alguns alunos resolveram esta atividade demonstrando um raciocínio multiplicativo, mas não lhes foi exigida, nem sequer mencionada pelas interlocutoras, a notação desta operação.

At.7. Tabelas de distribuição de frequência

Em muitas das reuniões de assessoria em Educação Matemática de 1989, foi discutido o tema da organização de dados em tabelas de distribuição de frequência; a abordagem

⁽⁶⁶⁾ Temos utilizado como parâmetro do "tamanho" da ordem de grandeza o preço de condução urbana; na época da pesquisa, no município de São Paulo, a passagem de ônibus custava em torno de Cr\$ 50,00. Para mais detalhes vide CARVALHO, D. L. & VOVO, C. L. - "A superação da prática sem negar as matematizações anteriores", in *Espaços da Escola*. Ijuí, Editora Unijui, ano 3, no. 7, jan/mar, pp. 5-12.

deste tema foi considerada útil não só no estudo de Estudos Sociais e Ciências, como no de conteúdos matemáticos como comparação de numerais, adição e subtração. A Professora e a pesquisadora resolveram trabalhar com organização e leitura de tabelas nas classes diretamente envolvidas na pesquisa; foram escolhidas as variáveis período, classe e sexo, e a população se constituiu de todos os alunos da escola. Cada dupla de alunos, um bom leitor e outro não, recebeu uma lista com os nomes dos alunos de uma classe da escola. Eles deveriam contar o número de homens e de mulheres de cada classe e anotar no caderno. Após uma discussão sobre o significado dos termos "masculino" e "feminino", os alunos anotaram as informações coletadas para tabelas do tipo:

Classe _____	turno _____		
sexo	masculino	feminino	total
número			

Após essas contagens, cada aluno recebeu uma cópia sem preencher das tabelas de distribuição de frequência que constam das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>". A Professora reproduziu as tabelas na lousa e pediu aos alunos que completassem com os dados que haviam coletado para que todos pudessem copiar. Em seguida foi solicitado aos alunos que calculassem os totais procurando explicar como haviam feito os cálculos.

Numa outra aula os alunos analisaram as "Tabelas dos alunos da <nome da escola>" respondendo às questões: 1- Em qual classe há mais alunos? 2- Em qual classe há mais alunos do sexo feminino? 3- Em qual classe há mais alunos do sexo masculino? 4- Quantos homens há no t1 I ? 5- Quantos homens há no t2 ? 6- Quantas mulheres há no t1 II ?

Tabelas dos alunos da <nome da escola>

Vespertino			
classes	feminino	masculino	total (classe)
t II A	10	7	17
t II B	9	6	15
t III A	10	5	15
t III B	15	2	17
t 2	13	6	19
t 3	14	6	20
t 4	9	7	16
total (turno)	80	39	119

Noturno			
classes	feminino	masculino	total (classe)
t II A	4	17	21
t II B	10	10	20
t III A	4	15	19
t III B	8	10	18
t 2	9	15	24
t 3 A	8	12	20
t 3 B	9	10	19
t 4	11	12	23
total (turno)	63	101	164

Escola			
turnos	feminino	masculino	total (classe)
vespertino	80	39	119
noturno	63	101	164
total (escola)	143	140	283

2.4. O material analisado

As linhas gerais do planejamento, a sequência das aulas e o material a ser preparado para as aulas eram registrados pela Professora e se constituíram em referência para a

organização da descrição das atividades. O material analisado consta de quatro horas de fita de vídeo, um caderno com observações feitas pela pesquisadora logo em seguida às aulas ou nas reuniões com a Professora, meia hora de fita de áudio de discussão de sala de aula e uma pasta de cada aluno com sua produção escrita.

Tratando-se de um estudo de interação em sala de aula, as gravações em vídeo das atividades nos fornecem material fecundo para análise não só das discussões ocorridas como do significado dos registros produzidos pelos alunos. Muitos gestos observados também nos revelam indicativos dos procedimentos matemáticos ou do significado que as interações escolares tinham naquele momento para cada aluno. A fita de áudio também complementa as análises dos registros produzidos⁽⁶⁷⁾.

No caderno da pesquisadora foi realizado um registro minucioso dos fatos ocorridos inclusive das observações que ela fazia antes da discussão avaliativa com a Professora e da sua própria atuação enquanto interlocutora dos alunos.

⁽⁶⁷⁾ As transcrições das falas gravadas tanto em vídeo como em áudio foram codificadas, sendo que a letra corresponde à posição temporal da discussão, naquele dia, e o número, à da fala, assim, por exemplo, o código B35 refere-se à trigésima quinta fala da segunda discussão daquele dia, naquela classe.

3. OUTRAS ATIVIDADES DA PESQUISA

No âmbito da pesquisa, além das atividades pedagógicas -- em sala de aula e de assessoria em Educação Matemática -- foram realizadas também entrevistas e análise documental.

Os alunos foram entrevistados no mesmo semestre em que se desenvolveram as atividades de sala de aula. As entrevistas com os professores foram realizadas no segundo semestre do ano seguinte ao fechamento da escola. A análise documental foi feita na própria escola nos dois primeiros anos em que a pesquisa se desenvolveu e, no ano seguinte no NAE ao qual pertencia a escola, pois os documentos foram levados para lá após seu fechamento.

3.1. Assessoria pedagógica em Educação Matemática

As reuniões de assessoria em Educação Matemática, prometidas pela pesquisadora como contrapartida à participação da instituição na pesquisa, iniciaram-se em maio de 1989, delas participando todos os professores da escola, mesmo os que não estavam, naquele momento, assumindo as aulas de Matemática. O planejamento e o relato das reuniões, os comentários dos professores ou da pesquisadora durante e depois dos encontros foram registrados num caderno especialmente destinado a este fim.

Logo no primeiro contato, a pesquisadora pôde perceber que as diferenças de formação profissional entre os professores eram grandes; suas aspirações com relação ao trabalho de assessoria não eram convergentes e, da maneira com eram verbalizadas, ficava difícil obter pistas para a operacionalização das reuniões. As verbalizações demonstraram também as diferenças de ideário pedagógico, não só entre a pesquisadora e os professores, como também entre eles próprios.

Além disso, a forte liderança do Prof. L no grupo impedia que seus colegas manifestassem aspirações que não fossem convergentes às suas. Assim, neste primeiro momento, o discurso dos professores era vago, os professores de Matemática do 3o. e 4o. termos nem sequer se manifestaram. Demorou quase um ano para que eles explicitassem seus interesses, que eram em sua maioria de natureza imediatista, ou seja, desejavam que as reuniões fossem direcionadas para atividades das suas salas de aula. Foi percorrido um longo caminho na interação pesquisadora/grupo de professores⁽⁶⁸⁾.

Foram feitas várias tentativas de encaminhamento das reuniões; a primeira delas, visando buscar uma linguagem comum, foi a proposta de leitura e discussão do capítulo de um livro⁽⁶⁹⁾. Todos concordavam que seria perda de tempo ler o texto na própria reunião, porém ninguém se dispôs a investir seu tempo pessoal para superar essa situação. Na terceira reunião em que o Prof. L era o único interlocutor da pesquisadora, esse tipo de dinâmica foi abandonado.

Outra tentativa de dinâmica, proposta pelos Profs. T e L, foi analisar e reformular o Plano de Curso⁽⁷⁰⁾ durante as reuniões. No seu entender, desta forma se estaria direcionando a assessoria para a prática de sala de aula; a pesquisadora defendeu a posição de que o trabalho de reformulação do curso deveria ser concomitante às oficinas de formação dos professores. Mas, talvez devido às experiências anteriores, os professores achavam que ela estivesse propondo treinamento em atividades pré-elaboradas pelo grupo ao qual ela pertencia⁽⁷¹⁾, para conteúdos específicos. Nesse contexto, a reformulação curricular precederia a formação dos professores e se pretendeu dar continuidade ao trabalho por esta via, mesmo contrariando a opinião da pesquisadora.

A pesquisadora preparou a reunião seguinte de forma a fazer emergir a necessidade de trabalhar em dois eixos simultaneamente: o planejamento geral e a prática de sala

⁽⁶⁸⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽⁶⁹⁾ CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. C. & SCHLIEMANN, A. - "Na vida dez, na escola zero" in *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez Editora, 1988. pp. 23 a 43.

⁽⁷⁰⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

⁽⁷¹⁾ Centro de Educação Matemática - CEM.

de aula, ela não conseguia dissociá-los, nem mesmo em nível de reflexão⁽⁷²⁾. Deparou-se, entretanto, ao chegar à escola, com a situação completamente alterada. O Prof. L fora convocado para trabalhar em tempo integral num órgão da SE. As consequências deste fato só se tornaram evidentes algum tempo depois, aparentemente o grupo continuaria se autogerenciando como fizera até então⁽⁷³⁾. A pesquisadora, entretanto, não pôde deixar de lamentar a perda do seu principal interlocutor, apesar da disposição do Prof. L em continuar acompanhando o trabalho⁽⁷⁴⁾.

Houve um ponto positivo na saída do Prof. L, os professores puderam explicitar suas aspirações imediatistas. Não se sabia como seria o funcionamento administrativo da escola devido ao recente vínculo à SE. Os professores e a pesquisadora resolveram que, enquanto se aguardavam as medidas que regulamentassem tal funcionamento, nas reuniões de assessoria em Educação Matemática seriam tratados os problemas práticos mais emergentes. A pesquisadora sabia que qualquer problema prático que se atacasse seria a ponta de um iceberg, que não há problemas pontuais isolados, mas avaliou que, para um grupo tão heterogêneo, este era um começo melhor que a reformulação geral do curso.

Nas reuniões que se seguiram, quando os professores relatavam sua atuação em sala de aula, a pesquisadora pôde perceber que, além das dificuldades em ensinar Matemática, eles desconheciam pontos fundamentais do conteúdo matemático que se propunham a ensinar⁽⁷⁵⁾. Refletindo sobre tais dificuldades, a pesquisadora resolveu propor oficinas de resolução de problemas pois, falar mais que meia hora a um grupo sobre como eles devem atuar em sala de aula é supor que só aluno constrói conhecimento, professores aprendem ouvindo.

Sendo assim, ainda que o “diagnóstico”⁽⁷⁶⁾ fosse indicado como o ponto de maior preocupação, os professores aceitaram a proposta da pesquisadora de dividir as reuniões em duas partes: uma para discutir pontos diretamente vinculados ao trabalho com os alunos e outra de

⁽⁷²⁾ Vide Anexo 2 - História da Professora.

⁽⁷³⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽⁷⁴⁾ Os compromissos do Prof. L na SE tornaram os contatos com a escola na qual a pesquisa se desenvolveu cada vez mais raros e ele e a pesquisadora não mais se encontraram naquele local.

⁽⁷⁵⁾ Tais como as propriedades do sistema de numeração decimal, os diversos aspectos das operações multiplicativas, para citar somente dois; para mais detalhes, vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽⁷⁶⁾ O termo “diagnóstico” era utilizado pelos professores em dois sentidos: de diagnóstico do próprio trabalho e, indevidamente, para se referir à classificação dos alunos novos. Eles desejavam abordar os dois temas.

formação deles próprios. Os temas das oficinas de resolução de problema⁽⁷⁷⁾ foram: tabelas e gráficos estatísticos; áreas via atividades com Tangram⁽⁷⁸⁾; sistema de numeração decimal; técnicas operatórias da adição e da subtração e aspectos do conceito da multiplicação.

De outubro de 1989 em diante, grande parte do tempo das reuniões era gasta com lamentações dos professores sobre a indefinição administrativa, pois cresciam as possibilidades da dissolução da escola⁽⁷⁹⁾.

3.2. Entrevistas

Foram realizados três tipos de entrevistas:

A- Entrevistas com os alunos

Quando a pesquisadora propusera o trabalho de Matemática às classes a receptividade fora muito boa. Entretanto, era muito difícil saber, somente com o contato de sala de aula, a história pessoal de cada aluno, por isso foi necessário realizar entrevistas individuais. As entrevistas com os alunos tiveram como objetivo principal levantar as possíveis origens dos conhecimentos matemáticos que os alunos mostravam durante as aulas. Buscavam ainda caracterizar os alunos de forma a conhecer a valoração que eles atribuíam à escola e ao conhecimento matemático.

As entrevistas com os alunos foram realizadas numa sala da escola que fazia as vezes de secretaria, sala dos professores e sala de coordenação; eram semi-estruturadas, obedecendo um roteiro previamente elaborado:

- Idade e local de nascimento.
- História da migração, se houve.

⁽⁷⁷⁾ CARVALHO, D. L. de - **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

⁽⁷⁸⁾ Os próprios professores manifestaram o desejo de conhecer este quebra-cabeça chinês.

⁽⁷⁹⁾ Vide Anexo I - História da Escola.

- Situação atual de vida, tanto no que se refere ao trabalho como à organização familiar.

- Escolaridade anterior: causas da exclusão ou da evasão.
- Causas da procura recente ou do retorno à escola.

As entrevistas com os alunos foram registradas em um caderno devido à atuação inibitória do gravador sobre o comportamento verbal dos alunos. O argumento de que escrever é muito lento não foi suficiente pra convencer os sujeitos a gravar os relatos sobre sua vida pessoal. A pesquisadora procurou anotar textualmente os termos próprios do entrevistado.

Independente da presença da pesquisadora em sala, os alunos demonstravam resistência em falar ao grande grupo durante as aulas, principalmente sobre temas da sua vida pessoal. O recurso das entrevistas individuais, entretanto, não resolveu por completo o problema, os alunos hesitavam em contar sua história de vida a uma pessoa que eles não tinham escolhido como interlocutor para este tema. As dificuldades encontradas para realização das entrevistas individuais foram semelhantes às citadas por Luria⁽⁸⁰⁾, por isso, não foi possível iniciá-las antes de fins de setembro quando já fazia dois meses que a pesquisadora freqüentava a sala de aula, pelo menos duas vezes por semana. Em geral, as entrevistas se iniciavam com explicações sobre por que eram necessárias aquelas informações para o desenvolvimento da pesquisa. Mesmo com estes cuidados, muitas informações foram obtidas via Professora ou em outro tipo de contato; por exemplo, dois alunos, uma moça do vespertino e um rapaz do noturno, não contaram que eram irmãos, a pesquisadora soube deste fato na festa de final de ano.

Além da inibição, outros dois fatores interferiram para que alguns alunos não fossem entrevistados: a irregularidade de freqüência às aulas e a evasão escolar que detalharemos no item 4.

⁽⁸⁰⁾ LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

B- Entrevista com a Professora das duas classes

A entrevista com a Professora teve como objetivos: levantar sua história profissional, principalmente com relação àquela escola; identificar suas concepções de Educação, de Matemática e de Educação Matemática e quais as explicações para algumas questões da pesquisa.

Foi uma entrevista semi-estruturada, tendo sido utilizado um roteiro semelhante ao das entrevistas do mestrado da pesquisadora⁽⁸¹⁾:

- Histórico acadêmico e profissional do professor.
- Percepção do professor com relação ao seu estudo de Matemática a partir do início de sua vida escolar.
- Percepção do entrevistado do comportamento de seus colegas de 1o. e 2o. Graus que eram bem e malsucedidos academicamente em Matemática.
- Percepção sobre seus alunos que demonstram facilidade e os que demonstram dificuldade no aprendizado da Matemática.
- Percepção sobre as pessoas que se dedicam à Matemática ou a profissões que têm essa área de conhecimento como instrumental básico.
- Concepção de Matemática.

A entrevista com as duas professoras -- a Professora das duas classes e a Profa. N -- foram gravadas em áudio, mas o outro entrevistado, o Prof. L, preferiu não fazê-lo.

A Professora foi entrevistada sete meses após o final do trabalho na escola. Durante este período a pesquisadora a procurou três vezes para obter uma parte do material dos alunos e as anotações que fizera das reuniões de planejamento das atividades de sala de aula. O clima da entrevista foi melancólico, todas as pessoas que trabalhavam na escola expressavam o sofrimento que o processo de seu fechamento lhes provocara, sensação esta revivida toda vez que

⁽⁸¹⁾ CARVALHO, D. L. - A concepção de Matemática do professor também se transforma. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

se encontravam, principalmente nesse caso que o tema era a escola. A entrevista com a Professora contribuiu também para caracterizar o clima emocional em que se deu o fechamento da escola.

C- Entrevistas com dois professores que atuaram como líderes

As duas entrevistas tiveram como objetivos: levantar a história da escola; identificar as causas do envolvimento dos professores com os dois projetos desenvolvidos na escola -- o de alfabetização⁽⁸²⁾ e o que originou esta tese; ambas foram entrevistas abertas.

A atuação dos dois professores entrevistados foi considerada de liderança segundo o critério de seus próprios pares. O Prof. L foi escolhido porque era, na opinião da Professora e dos outros professores, o coordenador pedagógico da escola embora este cargo não existisse formalmente, no tempo em que permaneceu na escola. Quando a SE solicitou que um professor assumisse as funções do orientador pedagógico-educacional, a Profa. N foi eleita para exercê-las e permaneceu com estes encargos até o fechamento da escola. Entretanto, é necessário salientar que não foram somente os professores N e L que participaram ativamente do processo de construção da instituição⁽⁸³⁾.

O tema das duas entrevistas -- a história da escola -- foi proposto em aberto para os dois professores. O Prof. L preferiu fornecer à pesquisadora um esquema preparado com antecedência; ele mostrou-se preocupado em fornecer dados objetivos, sem comentários sobre sentimentos e percepções pessoais sobre colegas e fatos, o que ocorreria numa entrevista gravada. No que se refere ao clima, a entrevista com a Profa. N foi melancólica⁽⁸⁴⁾.

⁽⁸²⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

⁽⁸³⁾ Vide Anexo 1 - História da Escola.

⁽⁸⁴⁾ Ouvindo a fita gravada, é possível perceber que a Profa. N chorou a um certo momento da entrevista.

3.3. Análise documental

O Plano de Curso⁽⁸⁵⁾ foi analisado pela pesquisadora não só para preparar as reuniões de assessoria em Educação Matemática como também como uma das referências para o planejamento das Atividades de sala de aula.

Visando complementar as informações sobre os alunos foram consultados também os diários de classe da Professora e os livros de matrícula da escola.

⁽⁸⁵⁾ CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS - O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.

4. OS SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa se desenvolveu numa perspectiva holística, ou seja, analisamos as informações obtidas e os registros feitos de forma contextualizada, levando em consideração a história de vida dos sujeitos, os locais onde nasceram, suas experiências anteriores, tanto profissionais como escolares, suas aspirações com relação à escolarização e também os significados que a escola tem para esses alunos⁽⁸⁶⁾.

Com a finalidade de fazer um perfil dos alunos que participaram diretamente da pesquisa, foram analisados: os registros das entrevistas individuais com os alunos, da entrevista com a Professora das classes e de conversas informais; os diários de classe e o livro de matrícula da escola. As particularidades de cada classe e de cada aluno que foram relacionadas à aquisição dos instrumentos matemáticos -- foco do nosso estudo -- estão incluídas no Capítulo IV.

Escolarizar-se, para esses alunos, é uma das soluções necessárias para a consecussão de objetivos exequíveis a médio e longo prazo, é uma das atitudes consideradas sensatas por eles naquele dado momento. Enfim, a escola entra no projeto de vida das pessoas como um dos passos arriscados e instáveis para a melhoria das condições de vida; essa instabilidade se aproxima da descrita por Oliveira⁽⁸⁷⁾. Mesmo que, aparentemente, algumas soluções temporárias que estes alunos encontram para os problemas cotidianos sejam inadequadas tendo em vista os projetos de vida destas pessoas, elas organizam suas vidas em torno deles. Porém, dado o peso dos problemas concretos que estes alunos enfrentam, as soluções temporárias se tornam permanentes e os projetos normalmente não são postos em prática. Um círculo vicioso é criado pela interação da precariedade da vida do dia-a-dia, com a insegurança inerente a ela, e a

⁽⁸⁶⁾ FETTERMAN, D. M. - *Ethgraphy: step by step*. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

⁽⁸⁷⁾ OLIVEIRA, M. K. - *Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela*. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

instabilidade provocada pela maneira como os alunos lidam com as situações, então, instabilidade gera instabilidade⁽⁸⁸⁾.

Uma das aparentes soluções inadequadas praticadas pelos alunos era a frequência irregular às aulas, permitindo que somente 27 alunos fossem entrevistados. Sendo assim, nas tabelas cujas informações não podem ser coletadas em documentos escolares o total constará de 27, 28 ou mesmo 33 alunos, dependendo da possibilidade de complementá-las, ou não, em conversas informais. Além disso, as distribuições apresentadas nas tabelas III.2, III.3 e III.5 são as do início do semestre porque muitos desses alunos mudaram de período, nem chegaram a frequentar as aulas ou abandonaram a escola⁽⁸⁹⁾.

Ainda que constassem na lista de classe e do livro de matrículas, 2 alunos do período vespertino e 2 do noturno não frequentaram as aulas durante a época em que a pesquisa se desenvolveu. I(17,m) e M(17,m), do período noturno, não chegaram a matricular-se, apesar de frequentarem as aulas durante algum tempo. Então, aos 37 alunos cujos nomes estão nas listas dos diários das duas classes acrescentem-se estes dois e subtraíam-se aqueles quatro, perfazendo 35 alunos que participaram, de alguma forma, das atividades da pesquisa. E(16,m), I(17,m), J(25,m), M(54,f), M(20,f), M(17,m), N(20,f) e R(22,f) não foram entrevistados quer por deixarem o curso antes do final da pesquisa ou porque sua frequência às aulas fosse muito irregular. Algumas das informações sobre J(25,m) foram prestadas por seu irmão J(23,m).

A irregularidade de frequência, às aulas ou ao curso, decorre das constantes mudanças nos arranjos, resultantes da precariedade das condições nas quais esses alunos vivem. Tomando como base o projeto de vida de cada um, a instabilidade nos arranjos emerge como resultado e não é, como se poderia supor num primeiro momento, uma das causas do fracasso dos planos para o futuro. Neste quadro, torna-se compreensível a taxa de evasão escolar de 64,3% que se pode observar na tabela III.1, apesar dos alunos, e mesmo algumas de suas famílias, valorizarem a escolarização enquanto tal.

⁽⁸⁸⁾ Idem.

⁽⁸⁹⁾ Para identificar cada aluno será utilizado a inicial de seu nome e, entre parenteses, sua idade e a primeira letra do seu sexo.

Os alunos não sabiam quanto tempo haviam permanecido na escola; atribuíam o abandono da escola às condições de vida, ao tipo de ensino que lhes fora oferecido e à falta de capacidade em aprender⁽⁹⁰⁾. Estas causas de evasão citadas pelos alunos em seus depoimentos são semelhantes, por vezes em outras combinações, às mencionadas por Haddad⁽⁹¹⁾ e por Carvalho, Hara & Meirelles⁽⁹²⁾.

TABELA III.1 - Distribuição dos alunos quanto a escolarização anterior

	VESPERTINO	NOTURNO	TOTAL
EVADIDO	7	11	18
NÃO FREQUENTOU	4*	6	10
TOTAL	11	17	28

* Não incluímos F(14,f) no grupo de alunos que não frequentou a escola enquanto criança, pois ela começou a frequentá-la com 11 anos, não julgamos que houve abandono e sim fracasso escolar. Era a única nestas circunstâncias.

Os alunos que participaram da pesquisa não são membros de uma sociedade relativamente isolada do mundo letrado -- como um grupo tribal, por exemplo. Sendo assim, acabam sendo caracterizados pela ausência, no âmbito individual, das competências desenvolvidas pela escola e valorizadas na sociedade letrada à qual pertencem⁽⁹³⁾; competências que dizem respeito às formas de pensamento desenvolvidas num processo sistemático de transmissão de conhecimento como ocorre nas escolas brasileiras estruturadas nos moldes europeus⁽⁹⁴⁾.

Também os motivos pelos quais os alunos não foram à escola na idade regular são os mesmos ou combinações dos citados por outros pesquisadores da Educação de Adultos⁽⁹⁵⁾: os pais não valorizavam a escolarização; os pais tinham que trabalhar; a morte da mãe ou do pai os impediu de ir à escola; não havia escola onde o aluno morava⁽⁹⁶⁾. Em qualquer destes casos,

⁽⁹⁰⁾ Vide Quadro 1.

⁽⁹¹⁾ HADDAD, S. - *Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo*. São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982.

⁽⁹²⁾ CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S. Paulo, or. dat, Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.

⁽⁹³⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento", in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992, p. 18, p. 18.

⁽⁹⁴⁾ TULVISTE, P. - *The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)*, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State University, Tallinn Valgus, 1988.

⁽⁹⁵⁾ HADDAD, S. - *Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo*. São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982; e CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S. Paulo, or. dat, Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.

⁽⁹⁶⁾ Vide Quadro 2.

percebe-se a repercussão de uma política educacional não voltada para conciliar escolarização dos filhos com condições de trabalho dessas famílias. Ou seja, a mesma estrutura social que impediu o acesso à escola de algumas camadas da população cobra dos indivíduos, delas oriundos, habilidades que são desenvolvidas com a escolarização⁽⁹⁷⁾.

O foco desloca-se do problema da alfabetização em si. A descolarização, percebida até então, em seus locais de origem, como um dos fatos da vida, caracteriza-se para estes alunos como carência de um bem essencial à adaptação num grande centro urbano. São as dificuldades decorrentes do enfrentamento de um grupo cultural de origem iletrada com o modo de pensamento dominante na sociedade letrada, como salienta Oliveira⁽⁹⁸⁾.

Qual a origem do grupo cultural destes alunos? Eram alunos jovens, em sua maioria migrantes, como se pode perceber analisando as Tabelas III.2 e III.3. 89,7% nasceram em cidades do interior, apenas 3 são paulistanos e 1 nasceu em Recife; 21 alunos, dos 27 entrevistados, nasceram em zona rural. 43,6% dos alunos tinham menos de 21 anos e 71,8% menos de 30.

TABELA III.2 - Distribuição dos alunos por estado e região de origem

		PERÍODO		ESTADO	TOTAL REGIÃO
		VESPERTINO	NOTURNO		
NORDESTE	(AL)	-	2	2	
	(BA)	6	4	10	
	(CE)	1	1	2	
	(PB)	1	-	1	
	(PE)	2	5	7	
	(PI)	-	2	2	24
SUDESTE	(MG)	4	3	7	
	(SP)	3	3	6	13
TOTAL		17	20	37	37

Dos 26 alunos sobre os quais se obteve esta informação, 17 estão na cidade de São Paulo há menos de cinco anos e, destes, 11 há menos de dois anos; migraram, portanto,

⁽⁹⁷⁾ Dia 28 de setembro de 1992, por volta das 22:30h, o líder sindical Vicente Paulo da Silva, declarou, no programa Roda Viva da televisão Cultura de São Paulo: "Como podem me cobrar que eu fale bem uma língua que fui impedido de aprender?"

⁽⁹⁸⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento" in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992.

recentemente. Além disto, apenas 28,6% dos alunos eram filhos de pessoas alfabetizadas -- Tabela III.4. Se considerarmos o local de nascimento, sem perder de vista suas histórias de vida, é possível perceber que esses alunos são semelhantes aos sujeitos da pesquisa de Oliveira⁽⁹⁹⁾, permitindo um aprofundamento na compreensão da cognição de adultos oriundos da parcela da população à qual este estudo é dedicado.

TABELA III.3 - Distribuição dos alunos por faixa etária

	VESPERTINO	NOTURNO	TOTAL	Fac
MENOS DE 21 ANOS	9	8	17	17
DE 21 A 30 ANOS	3	8	11	28
DE 31 A 40 ANOS	-	2	2	30
DE 41 A 50 ANOS	3	1	4	34
MAIS DE 50 ANOS	2	3	5	39
TOTAL	17	22	39	--

TABELA III.4 - Distribuição dos alunos por escolaridade dos pais

	VESPERTINO	NOTURNO	TOTAL
OS DOIS ANALFABETOS	3	7	10
PAI ANALFABETO	-	2	2
MÃE ANALFABETA	1	1	2
OS DOIS ALFABETIZADOS	4	4	8
NÃO SABE	1	2	3
NÃO INFORMOU	2	1	3
TOTAL	11	17	28

Dos 9 alunos com mais de 40 anos, somente 1 era homem; apenas 3 alunas tinham mais de 60 anos, destas, uma mais de 70 -- Tabela III.5. 63,6% dos alunos eram solteiros -- Tabela III.6. Esta proporção associada ao fato de serem jovens -- Tabela III.3 -- caracteriza uma população em início de vida profissional.

⁽⁹⁹⁾ OLIVEIRA, M. K. - *Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela*. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

O início de vida profissional que poderia ser deduzido pela análise das tabelas anteriores pode ser contestado quando se observa na tabela III.7 que somente 1 aluna não trabalhara enquanto criança.

TABELA III.5 - Distribuição dos alunos por sexo

	VESPERTINO	NOTURNO	TOTAL
FEMININO	10	10	20
MASCULINO	7	12	19
TOTAL	17	22	39

TABELA III.6 - Distribuição dos alunos por estado civil

	VESPERTINO		NOTURNO		TOTAL		
	FEM	MASC	FEM	MASC	FEM	MASC	GERAL
SOLTEIRO	6	2	3	10	9	12	21
CASADO	3	1	4	2	7	3	10
VIUVO	-	-	2	-	2	-	2
TOTAL	9	3	9	12	18	15	33

TABELA III.7 - Distribuição dos alunos por trabalho na infância

	VESPERTINO		NOTURNO		TOTAL		
	FEM	MASC	FEM	MASC	FEM	MASC	GERAL
NA LAVOURA	3	3	2	7	5	11	16
EM CASA*	3	1	5	-	8	1	9
EM INDÚSTRIA	-	-	-	1	-	1	1
NÃO TRABALHOU	1	-	-	-	1	-	1
TOTAL	7	4	7	8	14	13	27

* Executando tarefas de infra-estrutura doméstica como cozinhar, cuidar dos irmãos.

O "não trabalhar", que na infância significava um privilégio -- ao qual somente uma aluna tivera acesso --, com a idade que estas pessoas estavam, na época da pesquisa, transformado em "estar sem emprego" era um fator de preocupação. E, como se pode observar na tabela III.8, 11,1% dos alunos estavam nessa situação.

S(28,m) era o aluno que trabalhara na indústria quando criança, como ajudante-geral numa fábrica de peças de alumínio; migrara para a cidade e só tivera empregos urbanos. Esse aluno era proprietário do salão de beleza onde trabalhava; além dele, 2 alunas também eram proprietárias de pequenos estabelecimentos de comércio: E(61,f) de uma banca de jornal e M(54,f) de um carrinho para vender cachorro-quente. Das 7 alunas que eram empregadas domésticas, apenas 2 não moravam no emprego.

TABELA III.8 - Distribuição dos alunos por ocupação

	VESPERTINO		NOTURNO		TOTAL		
	FEM	MASC	FEM	MASC	FEM	MASC	GERAL
DOMÉSTICOS*	6	1	5	-	11	1	12
NO COMÉRCIO**	1	2	-	1	1	3	4
EM INDÚSTRIA***	-	-	-	4	-	4	4
PROPRIETÁRIO	-	-	2	1	2	1	3
CONSTRUÇÃO CIVIL	-	-	-	2	-	2	2
APOSENTADO	1	-	1	-	2	-	2
DONA-DE-CASA	1	-	-	-	1	-	1
DESEMPREGADO	-	1	1	1	1	2	3
TOTAL	9	4	9	9	18	13	31

* Garagista de edifício, empregada doméstica, faxineira.

** Balconista em bar e em supermercado, entregador de banca do Ceasa, almoxarife em supermercado.

*** Ajudante geral, montador em metalúrgica.

Será que esses alunos, jovens e migrantes recentes, percebiam a desescolarização como uma carência de um bem essencial à adaptação num grande centro urbano? Por que teriam voltado aos bancos escolares?

Os alunos demonstravam dificuldade em responder à questão: "Por que voltou a estudar?" Parecia-lhes que a pesquisadora sabia melhor do que eles a resposta. De início, 5 alunos que não conseguiam esclarecer os motivos de estar na escola mencionaram generalidades⁽¹⁰⁰⁾. No decorrer das entrevistas, os alunos foram conseguindo explicitar seus motivos e expressar sua

⁽¹⁰⁰⁾ Vide item 9 do Quadro 3.

visão de escola à medida que tomavam consciência no diálogo com a pesquisadora⁽¹⁰¹⁾. O conjunto dos alunos desejava, com a escolarização:

- aprender ler, escrever, fazer contas ou, simplesmente, aprender mais;
- melhorar profissionalmente, conseguindo um emprego melhor ou mais leve, preenchendo corretamente as fichas de solicitação de emprego em firmas, fazendo cursos de especialização;
- suprir necessidades imediatas como ler e escrever cartas, deixar recados em casa ou no emprego, locomover-se em São Paulo ou fora da cidade, lendo os letreiros dos ônibus e os endereços, medicar-se lendo as bulas e as receitas médicas, ler contratos e recibos, ler nomes dos produtos a venda em estabelecimentos comerciais;
- sentir-se melhor, porque gosta de estudar ou porque a falta de instrução lhe causa sentimento de rejeição;
- ler a Bíblia ou outros folhetos distribuídos na igreja;
- resolver melhor os problemas em uma cidade grande como São Paulo⁽¹⁰²⁾.

Além disso, alguns alunos declararam motivos mais próprios⁽¹⁰³⁾. Frequentar a escola era um dos passos da ascensão profissional incluída no projeto para o futuro de 15 dos 27 alunos entrevistados. 14 dos alunos que alimentavam esses projetos tinham no máximo 30 anos, o mais velho era B(42,m). Além disso, somente uma das mulheres com mais de 50 anos, E(61,f), não citou motivos religiosos para se alfabetizar⁽¹⁰⁴⁾.

Os depoimentos dos alunos eram pontuados por afirmações que denotavam o estudar, ou seja, frequentar a escola, constituir-se em um desejo, quase um sonho, acalentado durante muitos anos. Os alunos que procuram a escola "para aprender" parecem ter a intuição da importância dessa instituição numa sociedade como a paulistana. J(23,m) disse, em sua entrevista,

⁽¹⁰¹⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽¹⁰²⁾ Vide Quadro 3.

⁽¹⁰³⁾ Por exemplo, E(61,f) declarou que, além de aprender a ler, deseja também sair da "barulheira de moleque" que há em sua casa onde também moram a filha e os netos.

⁽¹⁰⁴⁾ Vide Quadro 3.

que voltou a estudar porque aprendendo a ler ficamos "mais espertos um pouco"; A(20,m) afirmou que a escolarização é um bem para as pessoas, pois "saber mais coisas é uma inteligência da gente". Além deles, A(17,m), J(22,m) e V(16,f) manifestaram ter consciência de que as habilidades desenvolvidas na escola são de natureza intelectual⁽¹⁰⁵⁾.

A procura da escola fora da idade regular é um tema complexo que foi abordado neste texto para delinear melhor o pano de fundo das classes onde se desenvolveu a pesquisa. Alguns depoimentos nos encaminham para problemas cujas soluções parecem estar na mídia televisiva. Por exemplo:

- A(50,f) não sabia que poderia iniciar a escolarização na sua idade, por isso só procurou a escola neste semestre quando ouviu falar desta escola e se matriculou;

- M(22,f) sempre soube da importância de ser alfabetizada; não procurou a escola antes porque tinha vergonha de não saber ler, achava que era a única pessoa nestas condições em sua faixa etária.

A procura da escolarização pressupõe o conhecimento da existência de cursos destinados a jovens e adultos. Como esta divulgação, em São Paulo, é feita "boca à boca", é necessário ter contato com pessoas que saibam da existência de tais cursos.

9 alunos, dos 35 citados como participantes das atividades referentes à pesquisa, deixaram o curso no meio do semestre. É necessário distinguir os alunos que "desistem" dos que "desaparecem" da escola -- Tabela III.9. Essa diferença é importante porque tanto a escola, enquanto instituição, como o professor, enquanto profissional, dão significados diferentes a estas atitudes. Há alunos que no momento em que vão deixar de freqüentar as aulas procuram o professor, ou enviam alguém em seu nome, para explicar os motivos da desistência, temporária ou definitiva, e, no primeiro caso, solicitar que sua vaga seja mantida. Os alunos que desistem

⁽¹⁰⁵⁾ OLIVEIRA, M. K. - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento", in *Travessia*. São Paulo, jan./abr. 1992.

demonstram valorizar o compromisso assumido com a instituição e com o profissional ao matricular-se.

Já os alunos que desaparecem, abandonam a escola sem dar satisfação a ninguém, muitas vezes nem o próprio professor tem mais notícias deles. Nem sempre o desaparecimento significa, para o aluno, desvalorização de um compromisso, na maior parte das vezes o aluno desconhece, analogamente aos sujeitos estudados por Oliveira⁽¹⁰⁶⁾, as regras do sistema burocrático urbano. Outro motivo de abandono pode ser que as necessidades das quais eles têm consciência não sejam as reais e torne-se impossível a triangulação⁽¹⁰⁷⁾.

Em muitos casos as causas do desaparecimento são referentes à priorização da tomada de atitudes perante a situações concretas: as atitudes que devem ser tomadas imediatamente são levadas a efeito de maneira tal, que impedem as providências a médio prazo incluídas no projeto de vida⁽¹⁰⁸⁾. Nas comunidades onde os alunos vivem, as informações circulam com facilidade e as causas do abandono da escola chegam aos ouvidos do professor, o que, se for o caso, ameniza a volta do aluno ou alimenta uma boa lembrança. Os alunos abandonam ou se afastam do curso por problemas profissionais, sentimentais, familiares ou de saúde⁽¹⁰⁹⁾.

TABELA III.9 - Distribuição dos alunos quanto desistência ou abandono

	VESPERTINO	NOTURNO	TOTAL
DESISTIU	3	3	6
ABANDONOU	2	1	3
TOTAL	5	4	9

O pouco conhecimento que se tem sobre esses alunos tem levado os educadores de adultos a interpretar, indiscriminadamente, o abandono escolar como manifestação da desvalorização do conhecimento sistematizado. Essa interpretação gera um clima de sala de aula

⁽¹⁰⁶⁾ OLIVEIRA, M. K. - **Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela**. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

⁽¹⁰⁷⁾ FETTERMAN, D. M. - **Ethnography: step by step**. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..

⁽¹⁰⁸⁾ OLIVEIRA, M. K. - **Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela**. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

⁽¹⁰⁹⁾ Vide Quadro 4.

onde não há necessidade de um trabalho muito compromissado com a aprendizagem: o aluno está ali provisoriamente, não dá muita importância ao estudo. Entretanto, perante toda a instabilidade de vida, para essas pessoas permanecer em escola pressupõe encontrar, dentro da sala de aula, um trabalho cuja qualidade justifique o esforço. Alguns chegam a expressar a satisfação desta necessidade, no caso das classes da pesquisa; por exemplo, A(17,m) e V(16,f) declararam estar gostando muito; e J(22,m) manifestou seu desconforto em não poder corresponder melhor “estudando mais”, como desejaria.

Os alunos sabiam, ao ser entrevistados, que a pesquisa se referia à área de Matemática, entretanto somente dois a mencionaram em seus depoimentos. S(28,m) declarou que voltou a estudar para ser capaz de as fazer “contas grandes” em seu salão de cabeleireiro e E(61,f) declarou não desejar aprender a representar por escrito as “contas” que sabia fazer mentalmente. A aluna justificou seu pouco interesse em adquirir o conhecimento matemático escolar para não assumir mais um encargo em sua banca de jornal, é a filha que cuida da contabilidade mais complexa; não manifestando, como o fizeram os sujeitos estudados por Terezinha Nunes⁽¹¹⁰⁾, a desvalorização de tal conhecimento.

O que o aluno espera e reivindica da escola, o que essa instituição lhe oferece concretamente e o que ele realmente necessita enquanto membro de uma sociedade letrada, urbana, desenvolvida tecnologicamente parecem conteúdos de um mesmo tema cuja integração ainda não está resolvida no que se refere a alunos com as características dos sujeitos desta investigação.

A Tabela III.10, na próxima página, tem por objetivo apresentar individualmente as principais características dos alunos que realmente participaram da pesquisa, ou seja, os que freqüentaram o curso; as variáveis que constam da tabela são: estado onde nasceu (EST.), escolaridade anterior (ESC.) e ocupação (OCUP.).

⁽¹¹⁰⁾ CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. C. & SCHLIEMANN, A. - "Na vida dez, na escola zero", in *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez Editora, 1988.

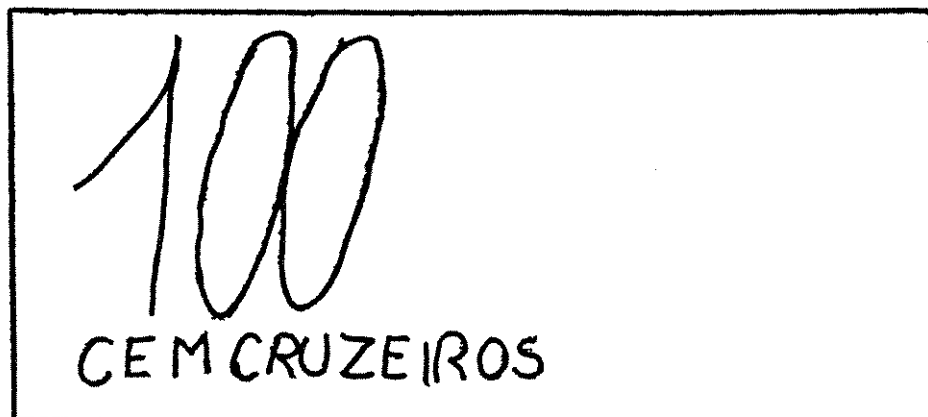
TABELA III.10 - Principais características dos alunos

VESPERTINO				NOTURNO			
ALUNO	EST.	ESC.	OCUP.	ALUNO	EST.	ESC.	OCUP.
A(17,m)	BA	EV	DE	A(18,m)	PI	NF	CO
A(24,f)	BA	NF	DO	A(50,f)	PE	NF	AP
A(16,f)	CE	EV	DO	E(18,m)	PE	EV	IN
A(20,m)	PE	EV	CO	A(19,m)	CE	EV	CC
B(42,m)	MG	NF	DO	E(61,f)	SP	EV	PR
E(16,m)	BA	SI	SI	I(17,m)	SI	EV	SI
F(14,f)	SP*	NF	CO	J(22,m)	PE	EV	DE
F(43,f)	PB	EV	DC	J(19,m)	BA	NF	CC
L(72,f)	SP	NF	AP	J(25,m)	AL	EV	IN
L(22,f)	BA	EV	DO	J(23,m)	AL	EV	IN
M(20,f)	MG	SI	DO	L(65,f)	SP*	EV	DO
R(22,f)	BA	SI	DO	M(54,f)	MG	NF	PR
S(17,m)	PE	EV	CO	M(22,f)	BA	EV	DO
V(16,f)	MG	EV	DO	M(30,f)	PE*	EV	DO
				C(20,f)	MG	EV	DO
				M(17,m)	SI	NF	SI
				N(20,f)	SP*	EV	DO
				S(28,m)	PE	NF	PR
				S(15,f)	BA	EV	DE
				V(29,m)	BA	NF	IN

SEM INFORMAÇÃO - * Nasceu na capital

EVADIDO - NÃO FREQUENTOU

DOMÉSTICOS - COMÉRCIO - INDÚSTRIA - PROPRIETÁRIO - CONSTRUÇÃO
CIVIL- APOSENTADO - DONA-DE-CASA- DESEMPREGADO



100
CEM CRUZEIROS

fig. 1

F(43,f) - 12/09

47 296 70 150 700,00 (rascunho)

47 296 150 700,00 (a limpo)

fig. 2

S(17,m) - 17/09



000000,00

fig. 3

IV - O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DA PRÁTICA E O ESCOLAR

1. AS AULAS DE MATEMÁTICA

No final do semestre, os alunos das duas classes, enquanto grupo, haviam adquirido estratégias de contagem de qualquer tipo de objetos; eram capazes de escrever e ler números utilizando o sistema decimal de numeração; resolviam situações-problema utilizando as operações adição e subtração e registrando graficamente os procedimentos utilizados. Referimo-nos a alunos "enquanto grupo", pois estamos procurando ressaltar que estes conhecimentos não foram adquiridos por todos de forma homogênea, por exemplo, V(16,f) e M(17,m)⁽¹⁾ não demonstravam tal saber. Para iniciar este capítulo, faremos a avaliação das atividades de sala de aula tendo como parâmetros a sua eficácia enquanto propiciadoras da emergência do conhecimento matemático prévio e enquanto questionadoras dos instrumentos matemáticos mediadores deste conhecimento de forma a torná-los menos contextualizados às situações que os originaram.

1.1. Discussão sobre números (At.1)

Nem sempre os aspectos da utilização de números que se desejava destacar⁽²⁾ eram explorados espontaneamente pelos alunos. Quando isto ocorria, a Professora ou a pesquisadora intervinha no sentido de mencionar o aspecto em questão ou elaborar melhor sua abordagem; sendo assim, espontaneamente ou após os incentivos, os quatro aspectos foram discutidos na primeira aula de Matemática do semestre, nas duas classes. Mantendo a coerência com os

⁽¹⁾ A atuação destes alunos será detalhada nos itens seguintes.

⁽²⁾ Registro de contagem, mensuração, indicativos de localização, codificação.

princípios metodológicos⁽³⁾ e assumindo a função da escola preconizada, entre outros, por Oliveira⁽⁴⁾, a pesquisadora sistematizou a discussão procurando classificar as situações citadas, fazendo a caracterização das mesmas com auxílio dos alunos.

1.2. Medida de tempo (At.2)

Os problemas originados pela temática de medida do tempo desencadearam, como será detalhado nos próximos itens, diversos níveis de interação entre os alunos. Tais interações tornaram possível a troca de procedimentos entre eles, ocasionada pela tomada de consciência da insuficiência do seu procedimento para resolver alguma situação a partir da verbalização do procedimento que o seu colega fizera. É o colega atuando na área de desenvolvimento proximal⁽⁵⁾.

A Professora tentou utilizar a referência à comemoração do aniversário para auxiliar os alunos que não sabiam o dia e o mês no qual haviam nascido; entretanto, não é comum, entre as camadas mais pobres da população, a comemoração de tal data, tornando infrutífera a utilização deste recurso. Foi necessário solicitar a consulta a um documento.

1.3. A moeda nacional (At.3)

A Professora e a pesquisadora resolveram trabalhar em classe com situações que envolvessem dinheiro com o objetivo de sanar as dificuldades demonstradas pelos alunos com relação à utilização do sistema de numeração decimal quando haviam registrado preços e datas. Entretanto, o desenho escolhido para as notas -- fig. 1 -- dificultava sua utilização pois, nas atividades não-escolares, os alunos dispõem de diversos meios, além do número escrito, para

⁽³⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, Dione L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in **Cardernos do CEM**. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽⁴⁾ OLIVEIRA, Z. M. R. - "A natureza do ensino segundo uma perspectiva sócio-interacionista" in Revista **ANDE**. S.Paulo, Cortez, 1992, ano 11, no. 18.

⁽⁵⁾ Vide VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979; e, com uma pesquisa com sujeitos adultos, DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético", in **Infancia y Aprendizaje**, 1991, 53, 75-97.

reconhecer o dinheiro em circulação como os desenhos e as cores. Várias vezes, durante a primeira aula de utilização deste material, a Professora e a pesquisadora foram solicitadas a falar o valor das notas mimeografadas.

1.4. Preço de produtos (At.4)

Escrever na lousa o nome e o preço de um dos produtos que haviam pesquisado envolve pelo menos três aspectos: a organização de uma tabela na lousa, escrita e leitura dos nomes dos produtos e a representação gráfica dos preços. Não era a primeira vez que os alunos tinham contato com uma tabela escrita na lousa, entretanto, a outra -- relacionando os meses e os números que correspondiam a cada um⁽⁶⁾ --, fora a Professora quem escrevera e não eles, como lhes estava sendo proposto naquele momento.

Mesmo os alunos que haviam copiado no caderno o nome e o preço do produto pesquisado tinham dificuldade em transcrevê-lo para a lousa, dado terem ainda grande dificuldade com a língua. Escritos o nome e o preço do produto, era solicitado que a classe os lesse, o que trazia uma outra ordem de dificuldades. Portanto, apesar de ser aula de Matemática, muitos aspectos da alfabetização eram retomados.

Outro fator complicador -- este "mais" matemático -- para os alunos era que nem sempre todas regras do sistema de numeração decimal são utilizadas fora da escola; por exemplo, é comum a ordem de grandeza do preço ser indicada pela palavra "mil" em lugar dos três zeros correspondentes. Detalharemos as repercussões no aprendizado dos alunos destas diferenças de notação em itens seguintes.

⁽⁶⁾ At.2.Medida de tempo.

1.5. Preenchimento de cheques (At.5)

Ler números escritos no sistema de numeração decimal, quando eles aparecem sem o referencial da sua utilização prática, exige do aluno o conhecimento das regras deste sistema. Quando os adultos "lêem" os preços dos produtos nos diversos estabelecimentos comerciais, estimam sua ordem de grandeza pela natureza do produto e não pelo número de dígitos utilizados, ou seja, eles têm instrumentos de leitura de números que funcionam contextualizados àquela situação. Estes instrumentos, entretanto, falham mesmo nas situações da prática quando o índice de inflação é muito alto. A Professora e a pesquisadora assumiram o papel de mediador⁽⁷⁾ no processo de transformação dos instrumentos de leitura de números que os alunos dispunham; tais instrumentos foram se transformando de forma a ser em cada vez menos dependentes do contexto prático no qual foram gerados e cada vez mais baseados nas regras do sistema de numeração decimal.

Nesta atividade, os aspectos "mais" matemáticos -- relativos à diferença dos dois códigos utilizados (algarismos e por extenso) -- não se constituíram em fonte de dificuldade para os alunos, eles conseguiam ler os números; suas dúvidas surgiram na parte de ortografia dos numerais, atividade que é de natureza interdisciplinar, tal como as atividades referentes ao tema At.4.Preço de produtos.

1.6. Contagem (At.6)

Como detalharemos nos itens 4 e 5, muitos alunos, apesar de conhecerem números cuja ordem de grandeza é alta -- principalmente no que se refere a dinheiro --, demonstravam dificuldades em organização para contagem e mesmo em relação ao conhecimento da sequência dos nomes dos numerais.

⁽⁷⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

Apesar de uma das finalidades da At.6.2.Contagem de palitos ter sido construir, com a colaboração dos alunos, um material didático com a estrutura do sistema de numeração decimal, a Professora precisou faltar nas aulas seguintes e uma falha de comunicação com a substituta impossibilitou que este objetivo fosse atingido. Sendo assim, quando os alunos necessitaram de auxílio para seus cálculos utilizaram "os dedos", ou referências orais às dezenas agrupadas na primeira aula da At.6.2⁽⁸⁾.

A At.6.3. Contagem de cadeiras foi o contato que os alunos tiveram com a multiplicação nas atividades referentes à pesquisa; e, apesar desta operação não lhes ter sido exigida, nem sequer mencionada, muitos alunos demonstraram a utilização de raciocínios "pré-multiplicativos". Este último termo se refere à produção de registros aditivos acompanhados de explicações multiplicativas, como veremos com mais detalhes em itens seguintes.

1.7. Tabelas de distribuição de frequência (At.7)

O preenchimento das tabelas envolvidas nesta atividade pressupunha a capacidade de coordenar dois aspectos: o número de alunos contados nas listas de chamada e o local na tabela onde este número deve ser colocado. Além disto, para alunos recém-alfabetizados, a cópia das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>" reproduzidas na lousa implicou a complexa compreensão de abreviações. Por exemplo, que t3 A é o mesmo que 3o. termo A, ou seja, que a expressão dada se refere a alunos no terceiro estágio do curso e que na escola há outras classes de 3o. termo.

O questionário era o primeiro com o qual estes alunos entravam em contato. O trabalho de copiar as questões, por si só, já representava controlar aspectos do seguinte teor: em duas delas somente uma palavra mudava; em outras duas nem isso, só algumas letras. Além disso, orientar-se pelo número da questão para copiá-la era outra habilidade escolar sendo trabalhada.

⁽⁸⁾ Só foram construídas as "dezenas" e as "centenas", os "milhares" não.

A At. 7. Tabelas de distribuição de frequência foi importante para a pesquisa, pois a solicitação para que os alunos explicassem como haviam chegado aos resultados das tabelas e às respostas do questionário gerou uma grande variedade de registros de cálculo. Estes últimos, analisados tendo como referência as explicações orais dos alunos, nos possibilitaram a compreensão do tipo de instrumento matemático que os alunos dispunham àquela altura do semestre escolar, como veremos nos itens seguintes.

2. A DINÂMICA DAS CLASSES

As atividades propostas às duas classes foram praticamente as mesmas; entretanto, como era esperado, houve variações de temática e de percurso entre os grupos. A problemática levantada pelos alunos em um período, muitas vezes, foi levada à discussão no outro. Fizemos um relato geral, narrando os acontecimentos utilizados na análise das trajetórias de cada grupo e das categorias elaboradas, tendo como referencial o conhecimento matemático adquirido na prática e o escolar. Na análise da trajetória de cada um dos grupos, vespertino e noturno, procuramos destacar as interações aluno/professor, aluno/pesquisador, aluno/aluno que ocorreram durante as aulas de Matemática tendo em vista a aquisição de instrumentos de mediação cada vez menos contextualizados à situação que os gerou.

A dinâmica que cada classe imprimia às aulas de Matemática interferiu não só nas características de cada atividade como também na diversidade de temas abordados, na profundidade dessa abordagem e na forma de elaboração individual de cada aluno dos conteúdos estudados. A tabela IV.1 quantifica essa diferença na primeira aula, cuja proposta inicial de conversar sobre a utilização de números foi a mesma para as duas classes.

TABELA IV.1 - Situações de utilização de números citadas

	VESP.	NOT.	TOTAL
ALUNOS (ESPONTANEAMENTE)	9	24	33
ALUNOS (PROVOCADOS *)	6	--	6
PROFESSORA OU PESQUISADORA	1	2	3
TOTAL	16	26	42

* Pela Professora ou pela pesquisadora por questões indutoras.

Os alunos do período noturno citaram 61,7% das situações levantadas espontaneamente e 72,7% das provocadas.

Outro aspecto que caracteriza a diferença de dinâmica de trabalho nas duas classes é o número de vezes nas quais se observam, assistindo os vídeos, vários alunos participando ao mesmo tempo da discussão. Não se pode deixar de mencionar também a diferença quanto à natureza das dificuldades demonstradas com relação à Matemática e à escolarização.

Essa diferença de ambiente no qual transcorreram as aulas de Matemática em cada período foi relacionada ao entrecruzamento das características dos alunos tanto no que se refere às vivências de situações práticas como de sala de aula. Dentre estas características interessamos principalmente pelas referentes à escolaridade dos alunos e à sua inserção no sistema produtivo. Tal seleção baseia-se nos elementos levantados pelos estudos de Luria⁽⁹⁾, Saxe e Posner⁽¹⁰⁾ e de Souza⁽¹¹⁾. Os fatores mediadores relacionados às diferenças serão discutidos no Capítulo V.

2.1. As aulas de Matemática no período vespertino

O ambiente das aulas de Matemática da classe do período vespertino era tranquilo, o que nem sempre era um ponto positivo. As contribuições dos alunos às discussões eram em tom baixo, às vezes inaudível; era comum a Professora ou a pesquisadora repetirem a questão ou solicitarem que os comentários fossem repetidos. Eram freqüentes os períodos de silêncio entre a fala da Professora ou da pesquisadora e a intervenção de um aluno, e mesmo entre a fala de um aluno e outro. Mesmo quando lhes era solicitada a execução de uma tarefa havia um período de tempo de espera, parecia que os alunos aguardavam o detalhamento da sequência das ações que deveriam executar, tais como pegar a folha onde haviam colocado a data e registrar *um número*.

Poucas pessoas estavam presentes às aulas. No início do semestre eram 12 ou 13 alunos -- em 17 matriculados. Em novembro este número havia diminuído, era comum a aula

⁽⁹⁾ LURIA, A. R. - *Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais*, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

⁽¹⁰⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives" in Ginsburg, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽¹¹⁾ SOUZA, A. C. C. - *Sensos matemáticos: uma abordagem externalista da Matemática*. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1992.

começar com 4 ou 5 alunos e, uns 15 a 20 minutos depois, chegarem mais uns 2 ou 3. A presença era majoritariamente feminina, quer porque os homens privilegiassem outras atividades às escolares, quer porque abandonassem o curso ou se transferissem para o período noturno; apenas 3, dos 7 homens matriculados, concluíram o semestre letivo nesta classe⁽¹²⁾.

Além disso, os alunos se dedicavam a atividades que lhes exigia pouca, ou nenhuma, qualificação profissional; dos 12 alunos sobre os quais se obteve esta informação⁽¹³⁾, apenas 4 não exerciam atividades domésticas e, destes, 2 estavam desempregados. Talvez devido a estas características, apesar de jovens⁽¹⁴⁾ -- 9 dos 17 tinham menos de 21 anos --, estes alunos tinham que ser muito estimulados para participar das aulas.

As atividades da primeira aula de Matemática do semestre foram gravadas em vídeo; sendo assim, à dinâmica de trabalho própria do grupo foi acrescentada a presença da câmara, e os períodos de silêncio foram tão numerosos que esta discussão inicial se prolongou por 40 minutos. Os quatro aspectos da utilização de números foram citados, algumas situações a eles referentes foram mencionadas espontaneamente pelos alunos:

- registro de contagem -- dúzia;
- mensuração -- de tempo (horários), de preço (compra e venda, estimativa de gasto), de peso (quilograma);
- codificação -- de tamanho (roupas, sapatos, chapéus), de lugar (prefixos de telefone).

Outras situações só foram citadas após incentivos da Professora ou da pesquisadora:

- registro de contagem -- unidades para embalagem;
- mensuração -- de tempo (idades, datas), de delimitação de terra (metro);
- indicativo de localização -- de apartamentos, de andares (em prédios);
- codificação -- de lugar (número de ônibus).

⁽¹²⁾ Vide Tabelas III.1 e III.9.

⁽¹³⁾ Vide Tabela III.8.

⁽¹⁴⁾ Vide Tabela III.3.

Nas discussões na classe do período vespertino, participavam no máximo dois alunos por vez, tendo como interlocutor principal a professora ou a pesquisadora. Os outros alunos permaneciam atentos mas não participavam. Durante as aulas de Matemática, em nenhum momento o papel de instigador das discussões foi assumido por um aluno; era exercido sempre pela Professora ou pela pesquisadora.

A dinâmica da classe do vespertino demandava muito tempo para o enriquecimento de uma discussão como aconteceu na primeira aula, por outro lado, em outras aulas, essa mesma dinâmica oferecia espaço para diálogos longos -- que duram mais de 3 min no vídeo -- entre a Professora ou a pesquisadora e cada um dos alunos que requeria mais interlocução em determinado momento. Em cada um dos três dias de gravação ocorreram dois diálogos longos:

- entre a pesquisadora e V(16,f) e entre a pesquisadora e A(16,f) (04/10);
- entre a pesquisadora e L(22,f) e entre a pesquisadora e A(22,f) (30/10);
- entre a Professora e R(22,f) e entre a pesquisadora e R(22,f) (06/11);

e, dia 17/10, ocorreu apenas um diálogo longo, entre a pesquisadora e A(22,f).

O Trecho de Discussão 1 ilustra a dificuldade dos alunos do vespertino em considerar um colega como interlocutor, fato que gerava a necessidade da constante intervenção da Professora ou da pesquisadora para que um aluno auxiliasse o outro.

TRECHO DE DISCUSSÃO 1

12/09 - VESP. - ATIV.: Discussão sobre números -- At.1

A pesquisadora insistia, pela terceira vez -- fizera em 80 e em 145 --, com A(17,m) para que contasse ao grupo quais quantificações fazia quando trabalhava na roça. O aluno afirmara não saber nem mesmo como havia sido definido o lugar da cerca que delimitava o sítio do seu pai, no interior da Bahia; contara também que morava com uma tia desde que chegara a São Paulo.

159 - Pesq. -- Então você vai perguntar pra sua tia, pra alguém da sua família, senão você vai escrever pro seu pai perguntando como é que sabia onde passava a cerca, porque não foi da cabeça dele, resolveu "vou pôr a cerca aqui".

160 - A(17,m) -- Isso daí tinha que ser no juiz.

161 - Pesq. -- E como é que o juiz sabia?

162 - A(17,m) -- Sei lá.

163 - Pesq. – Então, tarefa de casa pra você, tá bom? Ou tem alguém aqui que sabe, já morou no sítio e sabe?

164 - S(17,m) – Eu acho...

165 - Pesq. – O S...<S(17,m)>.

166 - S(17,m) – Pra pôr a cerca? Tem que medir onde vai pôr.

167 - Pesq. – E quem é que sabe? Onde está escrito? Qual é a medida?

168 - S(17,m) – Pelo metro.

Entre 163 e 164, S(17,m) começou a cochichar com A(17,m), a pesquisadora, então, sugeriu que ele cooperasse com o colega falando em voz alta o que sabia. S(17,m) dissera na entrevista que seu pai tivera problemas com posse de terra -- ameaçara matar um “crente” que lhe “passara a perna” -- e que por isso a família tivera que sair de Pernambuco, há 15 anos; os comentários ouvidos sobre essa vivência familiar permitiu que ele estivesse alerta à relação entre mensuração e posse da terra.

Alguns alunos só participaram da aula quando chamados nominalmente pelas mediadoras externas -- a Professora ou a pesquisadora -- e/ou quando elas faziam referência às atividades que exerciam fora da escola. Na primeira aula, além de A(17,m), B(42,m), o próprio S(17,m) e A(20,m), que começara a discussão, esperaram ser solicitados para falar de suas experiências profissionais com números. Seleccionamos o Trecho de Discussão 2 da primeira aula cujas falas demonstram as dificuldades dos alunos em extrair do seu contexto prático situações sobre as quais valeria a pena refletir matematicamente.

TRECHO DE DISCUSSÃO 2

12/09 - VESP. - ATIV.: Discussão sobre números -- At.1

126 - Pesq. – E o S...<S(17,m)> faz o quê?

127 - S(17,m) – Não faço nada.

128 - Pesq. – E quando trabalhava fazia o quê?

129 - S(17,m) – Trabalhava na Lapa.

130 - Pesq. – Fazia o quê, lá?

131 - S(17,m) – Mandava negócio pro CEASA.

132 - Pesq. – E você não usava número?

133 - S(17,m) – Lá eu era embalador.

134 - Pesq. – E em que que você precisava usar número?

135 - S(17,m) -- Na calculadora.

136 - Pesq. -- Como assim?

137 - S(17,m) -- Pra saber o preço das coisas.

138 - Pesq. -- Pra saber o preço das coisas você fazia as contas na calculadora? Não precisava contar as coisas?

139 - S(17,m) -- Mas tinha coisa pra contar.

A frase 137 foi pronunciada quase num murmúrio. A pesquisadora resolveu deixar para um pouco mais tarde a explicitação dessa contagem de embalador, que foi feita, depois de uma solicitação dela mesma, por A(20,m), 15 minutos depois. A classe não estava agitada mas já começava a dispersar, o que se podia notar pelo número crescente de alunos que se dedicavam a atividades não referentes ao tema.

Se por um lado o ritmo tranquilo da classe obrigava a constante volta a algum tema ainda não suficientemente elaborado por todos, favorecia a utilização de recursos de mediação da aquisição do conhecimento matemático que em geral inibe o aluno por ser considerado pouco abstrato, tal como "contar nos dedos". Há uma longa sequência de vídeo onde A(22,f) utiliza não só os seus como os dedos da pesquisadora também.

A troca de procedimentos era possível desde que sugerida pelas mediadoras externas. Os alunos pareciam mais flexíveis em aceitar as sugestões dos colegas -- se tais sugestões tivessem o apoio da Professora ou da pesquisadora. Por exemplo, no cálculo das letras do texto coletivo, que era constituído de nove linhas e haviam sido contadas as letras de cada linha -- At.6.1.Contagem das letras de um texto coletivo --, S(17,m) sugeriu que se dividissem em três adições de três parcelas cada uma e depois fossem somados os três totais. A sugestão de S(17,m) foi acatada por 7 dos 10 alunos presentes. Analisaremos esta situação sob outros aspectos no item 7.

2.2. As aulas de Matemática no período noturno

Os alunos do período noturno participavam muito das aulas de Matemática; intervinham nas discussões, contribuíam com suas experiências pessoais. Mesmo os alunos que aguardavam a aprovação da Professora, da pesquisadora ou de um colega para continuar a trabalhar, arriscavam uma abordagem própria da atividade proposta. Esta dinâmica da classe permitia que os temas fossem elaborados rapidamente -- ao nível que se pretendia para o grupo -- e em muitas aulas era possível investir grande parte do tempo na discussão dos procedimentos individuais; estas discussões eram geradas pela análise dos relatos orais ou dos registros gráficos destes procedimentos.

Havia sempre um grande número de alunos nas aulas de Matemática do noturno. Apesar de constarem 22 nomes no diário de classe, havia 2 alunos que não se matricularam e outros 2 que se transferiram, não-formalmente, do vespertino, mas na verdade eram 25 alunos, pois um dos matriculados nunca foi à aula. Proporcionalmente, entretanto, a frequência destes alunos era tão irregular quanto a do vespertino, estavam presentes em torno de 15, 16 pessoas a todas as aulas de Matemática. A proporção entre homens e mulheres presentes era quase sempre a mesma. A amizade entre pessoas de sexos diferentes eram comum, principalmente entre os mais jovens; o que podia ser percebido pelo lugar onde os alunos sentavam e as conversas constantes que mantinham -- nem sempre sobre a temática da aula em andamento.

A inserção dos alunos do noturno no sistema produtivo era bem diferenciada das pessoas que estudavam à tarde. Esta diferença pode ser mais destacada sob dois aspectos, o primeiro diz respeito à proporção dos alunos que exerciam atividades que não solicitavam qualificação profissional. Dos 15 alunos sobre os quais se obteve esta informação, somente 5 exerciam tarefas domésticas e 2 trabalhavam em construção civil -- 46,7% contra 66,7% dos alunos do vespertino -- 3 alunos trabalhavam na indústria, 2 no comércio; além disso, 3 alunos eram proprietários dos estabelecimentos onde trabalhavam: E(61,f) era dona de uma banca de

jornal, M(54,f) de um carrinho para vender cachorro-quente e S(28,m) de um salão de cabeleireiro⁽¹⁵⁾. Há um terceiro aspecto a ser considerado quanto ao trabalho dos alunos na infância, o único entre os 34 sujeitos que só tivera empregos urbanos até então era S(28,m). O aluno J(19,m), apesar de haver trabalhado na roça em seu local de origem, era quem cuidava da comercialização dos produtos produzidos no sítio de seu pai⁽¹⁶⁾.

Devido à dinâmica da classe, durante a primeira aula de Matemática do semestre -- At.1.Discussão sobre números --, as intervenções da Professora e da pesquisadora foram somente no sentido de organizar as discussões de forma que um aluno falasse por vez e todos pudessem ouvir. Além disso, elas desejavam garantir que todas as pessoas que quisessem se manifestar sobre um tema fossem ouvidas antes de abordar outro assunto. Os alunos mencionaram espontaneamente situações referentes aos quatro aspectos que se desejava abordar na discussão sobre a utilização de números:

- registro de contagem -- dúzia;
- mensuração -- de tempo (horários, idades, datas), de preço (compra e venda, estimativa de gasto), de peso (quilograma), tipos de embalagem (lata, saquinho), de valor (das moedas e do papel-moeda, contra-cheques, contas de água, de luz, impostos);
- indicativo de localização -- de casas;
- codificação -- de tamanho (roupas, sapatos), de lugar (número de ônibus, código de endereçamento postal-CEP, prefixos de telefone), de sorteio (jogos tipo Loto), de documentação (documentos em geral, cartão de ponto).

Após 15 minutos de discussão, os alunos já haviam citado todas as situações. Ocorreu à Professora apenas acrescentar os números que aparecem nas páginas de um livro ou indicando suas partes.

⁽¹⁵⁾ Vide Tabela III.8.

⁽¹⁶⁾ Vide Tabela III.7.

Estes alunos demonstravam ter elaborado seu conhecimento matemático ao nível do que Luria chamou de "situação real concreta"⁽¹⁷⁾, não restringindo seus comentários ao "traço real-concreto"⁽¹⁸⁾, ou seja, não se restringem àquela situação presentemente vivida, trazem à sala de aula generalizações de suas vivências anteriores. A participação de alguns alunos nas sistematizações demonstra este aspecto, como podemos perceber nos três trechos de discussão transcritos a seguir.

TRECHO DE DISCUSSÃO 3

12/09 - NOT. - ATIV.: Discussão sobre números – At.1

A pesquisadora sugerira que J(25,m) e A(19,m) falassem para toda classe sobre o que estavam conversando em tom baixo de voz. Eles resistiram em dizer, provavelmente supunham que o tema lembrado por eles, a Loto, não fosse assunto escolar. Outro aluno tentou mudar o tema citando o uso de números em condução, mas a pesquisadora não permitiu.

A48 - Pesq. -- Já saíram duas coisas, vamos conversar sobre uma de cada vez. Como é que é a história do número da Loto?

A49 - C(20,f) -- O J...<J(25,m)> que falou.

A50 - J(25,m) -- Eu não falei.

A51 - Pesq. -- Ele também sabe e vai contar pra gente.

A52 - S(28,m) -- Na Loto, a gente escolhe o número que a gente quer, pode pegar nos 100 números, no papelzinho você marca o que você quer.

A53 - Pesq. -- Então não tem nada a ver com tamanho e nem com preço?

A54 - S(28,m) -- Não tem nada a ver, você só tem que escolher o número.

J(25,M) e A(19,m) que conversavam sobre a Loto não quiseram falar apesar de C(20,f), em A49, ter indicado estes colegas como autores do assunto. S(28,m), o proprietário de salão de beleza, explicou o significado dos números da Loto. Os outros dois colegas fizeram gestos de aceitação com a cabeça enquanto ele falava.

TRECHO DE DISCUSSÃO 4

12/09 - NOT. - ATIV.: Discussão sobre números – At.1

Discutia-se sobre o significado da utilização de números em letreiros de ônibus.

A72 - S(28,m) -- Porque pega o Gato Preto é um número, o CMTC já é outro número, varia o número.

A73 - Profa. -- E por que esses números dos ônibus?

⁽¹⁷⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽¹⁸⁾ Idem.

A74 - Pesq. -- Mas mesmo os da Gato Preto, um tem um número e outro tem outro.

A75 - L(65,f) -- Tem.

A76 - Pesq. -- O que que é?

A77 - J(25,m) -- Outro número é que vai pra outro... cada um vai pra um lado, um vai pra Osasco, outro pra Carapicuíba, pra Pinheiros, aí está escrito o número.

J(28,m) supunha que o número do letreiro do ônibus relacionava-se somente à empresa à qual ele pertence, L(65,f) e J(25,m) o auxiliaram a reformular sua idéia.

TRECHO DE DISCUSSÃO 5

12/09 - NOT. - ATIV.: Discussão sobre números -- At.1

A pesquisadora resolveu direcionar a discussão para a mensuração do tempo e indicou a data escrita na lousa.

A89 - Pesq. -- E aqueles números que estão lá escritos, que vocês puseram no papel?

A90 - E(61,f) -- Esse aqui é do ano, 1990, aquele lá é do dia, dia 12, não é?

Procurar o colega como interlocutor muitas vezes impedia que algumas dificuldades emergissem para discussões gerais e, sob este aspecto desvantajoso, elas nem sempre eram elaboradas pelo próprio aluno que estava com dúvidas. Dois fatos demonstram esta situação. Um deles ocorreu por ocasião do desenvolvimento das atividades relativas aos preços dos produtos que haviam sido pesquisados, os alunos da classe do período noturno procuraram sanar suas dificuldades com a leitura dos nomes dos produtos e/ou dos seus preços com seus colegas.

Outra situação ocorreu no dia em que foi proposto aos alunos que contassem as cadeiras da classe. Nem bem a Professora havia terminado de explicar a tarefa, metade dos alunos já tinha o resultado e falava em voz alta; os outros nem chegaram a contar, escreveram o resultado enunciado pelos colegas. Ter um nível de conhecimento mais elaborado, por si só, não transforma o colega num interlocutor competente capaz de assumir o papel de professor; nem sempre ele consegue atuar na área de desenvolvimento proximal⁽¹⁹⁾ e, quando não o faz, dá ordens

⁽¹⁹⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979; e, do mesmo autor, **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

que são cumpridas mecanicamente pelo aluno que não dispõe de instrumentos mediadores tão eficazes.

Os alunos do noturno tinham conhecimento também da rotina escolar, apesar de 35% deles nunca terem freqüentado escola antes⁽²⁰⁾. Eles demonstravam saber que as aulas deveriam ter uma seqüência e que, se uma pessoa as ministrasse no lugar da Professora, seu trabalho deveria dar continuidade ao anterior e ter continuidade a seguir. Sendo assim, foi através deles que soubemos que tinha havido problemas de comunicação com a substituta nas aulas referentes à contagem de palitos⁽²¹⁾. Nota-se aqui um comportamento semelhante aos sujeitos considerados focos de competência por Oliveira⁽²²⁾, eles conhecem as regras de funcionamento do sistema escolar.

Além dos aspectos relativos às características do próprio grupo, o fato da classe da noite ser mais numerosa possibilitou a maior elaboração de alguns temas; como ocorreu por ocasião das atividades relativas ao preenchimento de cheques. Além do objetivo intrínseco da atividade -- leitura e escrita por extenso de números --, foi trabalhada também a classificação dos produtos pelo local de compra⁽²³⁾.

Se quiséssemos utilizar termos afetivos para definir o clima das aulas de Matemática do noturno poderíamos dizer que nelas reinava o bom humor e o entusiasmo. Um exemplo deste clima é o final da aula do dia 06/11, que terminou com uma brincadeira -- consistia em contar de 20 em 20 que é o número de dedos de cada pessoa, da seguinte forma:

- o primeiro aluno diz o número de dedos que tem, considerando as mãos e os pés;
- o aluno seguinte diz o número de dedos que tem somado ao número de dedos falado pelo seu antecessor;
- e assim até o último aluno que dirá o número total de dedos da classe.

⁽²⁰⁾ Vide Tabela III.1.

⁽²¹⁾ A substituta entendera que, após agrupar os palitos de 10 em 10, os alunos deveriam desfazer os agrupamentos e reagrupá-los de 20 em 20, de 50 em 50 e não, como a Professora e a pesquisadora pretendiam, formar "grupos de grupos", as centenas e os milhares.

⁽²²⁾ OLIVEIRA, M. K. - *Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela*. S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.

⁽²³⁾ Vide At.5.Preenchimento de cheques.

3. CATEGORIAS E PARÂMETROS

Os procedimentos utilizados pelos alunos das duas turmas para resolver as atividades propostas foram expressos de diversas formas: descrições orais, gestos, representações figurativas, descrições verbais escritas, notações convencionais e/ou combinações de duas ou três delas. Debruçamo-nos sobre estas maneiras pelas quais os alunos expressam as representações para realizar nossa análise; entretanto, as formas de expressão, por si só, não se constituíram no parâmetro mais importante na análise do nível de generalidade ou complexidade do procedimento do aluno e nem mesmo do seu domínio da linguagem matemática. É necessário analisar os instrumentos de mediação que foram utilizados, como eles foram construídos, em que medida as questões estruturadoras levantadas pelas mediadoras externas -- a Professora e a pesquisadora -- foram se interiorizando.

As representações foram classificadas de acordo com o conteúdo ao qual diziam respeito: representações de contagem e representações de operações matemáticas. Cada uma destas classes foi subdividida em duas categorias referentes à forma de representação utilizada: contagem oral e contagem representada graficamente; cálculo mental expresso oralmente e representação gráfica das operações.

CONTAGEM ORAL. As manifestações não gráficas dos alunos, inclusive os gestos, referentes à contagem foram consideradas contagens orais.

CONTAGEM REPRESENTADA GRAFICAMENTE. Durante todas as aulas, era solicitado dos alunos o registro das atividades. Além destes registros, que compunham a pasta de Matemática, há os que os alunos fizeram na lousa ou em seus rascunhos que foram gravados em vídeo ou anotados pela pesquisadora.

CÁLCULO MENTAL EXPRESSO ORALMENTE. Uma fase importante para que o aluno descontextualize seus instrumentos matemáticos da situação na qual ele foi elaborado

é a descrição oral do procedimento que utilizou. Torna-se possível então ao interlocutor formular questões que o auxiliem neste processo de construção de mediadores matemáticos para extrair e reelaborar o conhecimento que adquiriu em experiências anteriores. Nestas discussões participaram sempre a pesquisadora, muitas vezes a Professora, e dois, três alunos, ou até a classe toda.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS OPERAÇÕES. As situações incluídas nesta categoria foram as que demandaram elaborações relativas às operações matemáticas ainda que envolvessem conhecimentos do sistema de numeração decimal, referindo-se muitas vezes à representação dos números.

Na elaboração das classes de representações dos alunos a serem analisadas foram consideradas também as recomendações didáticas advindas das pesquisas dos dois grupos de cientistas citados por Garnier, Bednarz e Ulanovskaya⁽²⁴⁾. Tais recomendações, como já destacado no Capítulo II, se nos apresentam como complementares num planejamento escolar: nas aulas em que a proposta de trabalho ia do geral para o particular⁽²⁵⁾, como proposto pelos pós-vygostikianos⁽²⁶⁾, a análise conceitual a priori foi a referência indicativa do nível de generalidade do procedimento que o aluno estava explicitando oral ou graficamente; em outras aulas, a análise conceitual teve a função de levantar os possíveis pontos onde o conhecimento matemático contextualizado à prática estava sendo questionado, a ponto do aluno elaborar mediadores matemáticos mais gerais e mais afastados do contexto onde foi elaborado; partiu-se, nestas aulas, dos procedimentos particulares dos alunos para construir métodos gerais⁽²⁷⁾.

Considerando como parâmetro importante, também, as propriedades da atividade de representação numérica mencionadas por Saxe e Posner⁽²⁸⁾, podemos assumir que os alunos já utilizavam diversas representações numéricas nas suas atividades práticas -- Propriedade 1. Nossa

⁽²⁴⁾ Os autores utilizam o termo sócio-construtivistas para denominar os pós-piagetianos e vygotskianos para os que se baseiam na teoria desenvolvida pelo cientista russo; para mais detalhes vide a terceira parte do livro GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgs.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.

⁽²⁵⁾ Vide Atividades At.1.Discussão sobre números, At.3.A moeda nacional e At.5.Preenchimento de cheques.

⁽²⁶⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgs.) - *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.

⁽²⁷⁾ Idem.

⁽²⁸⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives" in Ginsburg, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

maior atenção voltou-se, então, para as outras duas propriedades, principalmente para a terceira, ou seja, a forma pela qual diferenças de história de vida podem conduzir a variações na maneira dos indivíduos resolverem problemas. Trabalhamos com diferentes histórias de construção de mediadores matemáticos, dos mediadores na solução de problemas⁽²⁹⁾.

Dentre as diversas formas de representação, a gráfica foi privilegiada por três razões; uma delas, de natureza cognitiva, diz respeito ao processo de aquisição da linguagem matemática. O professor -- ou outro interlocutor colocado na situação de ensino -- assume, nesse processo, o papel do psicólogo mencionado por Luria⁽³⁰⁾, ou seja, por um lado ajuda o aluno a formular suas idéias utilizando essa linguagem -- codificação -- e, por outro lado, provoca procedimentos que facilitem a compreensão das suas estruturas complexas quando da decodificação dos símbolos gráficos que estão organizados de acordo com determinadas regras: o sistema de numeração decimal e a representação escolar das operações com números naturais.

A outra razão refere-se à representação gráfica enquanto amplificador cultural⁽³¹⁾, ou seja, como recurso ao qual os alunos podem e devem ter acesso, ampliando com esse instrumento sua capacidade de resolver problemas⁽³²⁾. E, como já discutimos no Capítulo II, se as pesquisas têm demonstrado entraves quanto a utilização do conhecimento matemático escolar na solução dos problemas no âmbito da prática, é inegável a necessidade da aquisição de linguagem matemática para a escolarização.

A terceira razão também diz respeito à escolarização deste aluno adulto; a organização espacial no papel tem grande importância. Mesmo aos alunos que têm contato com registros gráficos em suas atividades práticas -- F(43,f) era dona de uma banca de jornal e S(28,m) fazia cursos para aprimorar-se enquanto cabeleireiro -- não lhes cabe decidir sua

⁽²⁹⁾ Idem.

⁽³⁰⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽³¹⁾ BRUNER, J. S. - *Uma nova teoria de aprendizagem*, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.

⁽³²⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives" in Ginsburg, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

organização espacial. Ou seja, era inédito para os alunos a necessidade de fazer anotações, no caso as escolares, onde é necessário levar em consideração três variáveis:

- algumas das suas características pessoais -- tamanho de letra, por exemplo;
- regras organizacionais ditadas pela professora -- colocar nome, data, pular uma linha entre uma atividade e outra;
- e o uso da linguagem matemática.

Todas as representações, quer orais quer gráficas, foram analisadas tendo como parâmetro básico as relações entre o conhecimento matemático adquirido nas situações da prática e o escolar, suas interações, convergências e divergências, facilitadores e dificultores. Considerando que 64,3% dos alunos haviam freqüentado escola quando crianças era de se supor que tal interação já houvesse começado, por isso julgamos útil detalhar individualmente a escolaridade anterior -- Tabelas III.1 e III.10.

4. CONTAGEM ORAL

Apesar da primeira aula de Matemática de ambas as classes ter se constituído numa discussão sobre o uso de números, as referências orais dos alunos não diziam respeito a contagem de objetos discretos nem a cálculos mentais. As referências a números eram relativas a aspectos da sua utilização dos mesmos em várias situações da prática que incluem ou não contagem. Assim, por exemplo, a contagem das horas pressupõe como referencial a “zero hora de hoje”, que não é o zero absoluto; já os números referentes à numeração de sapatos indicam uma ordenação brasileira de tamanhos de calçados e não uma contagem. Provavelmente, nesta primeira aula, os alunos não tinham consciência da complexidade conceitual envolvida nestes aspectos da utilização de números, sendo assim foram analisadas somente as situações cujo estudo foi incluído em aulas posteriores, e estas idéias puderam ser reelaboradas.

Nem sempre a lei da seqüência em questão foi “mais um”. Houve situações onde esta lei era “mais dois”, “mais quatro”, “mais dez”, “mais vinte” e “mais cinquenta”. Todos os alunos que participaram da pesquisa sabiam contar, por isso neste item somente foram analisadas as situações onde eles manifestaram dificuldades de contagem oral. Estas dificuldades foram manifestadas por V(16,f) em três situações, F(14,f), A(18,m), A(24,f), R(22,f) e A(16,f); podemos notar que dos 6 alunos somente 1 é do sexo masculino. Somente V(16,f), e em uma situação, não conseguiu resolver naquela aula a dificuldade que estava demonstrando, foi necessário retomar o tema em outro momento.

4.1. Seqüências numéricas cuja lei não é “mais um”

Uma dificuldade em contar oralmente manifestada por 4 alunos -- V(16,f)⁽³³⁾, R(22,f), A(24,f) e A(18,m) -- foi a de enunciar seqüências cuja lei era diferente de “mais um”; no

⁽³³⁾ V(16,f) manifestou duas vezes este tipo de dificuldade.

caso das três alunas a lei era "mais dez" e do aluno, "mais vinte". As situações foram analisadas separadamente devido a diferença de questões estruturadoras e de instrumentos de mediação utilizados em cada uma delas.

TRECHO DE DISCUSSÃO 6

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos dedos das mãos e dos pés -- At.6.3.

Na brincadeira com a qual terminou a aula de Matemática do noturno, dia 6 de novembro A(19,m) estava sentado ao lado de A(18,m), por isso ele deveria dizer o número seguinte -- na seqüência cuja lei é "mais vinte" -- ao número que seu colega dissera.

C131 - A(19,m) -- Duzentos e sessenta.

C132 - A(18,m) -- Duzentos e noventa.

C133 - Pesq. -- Quantos dedos você tem?

C134 - A(18,m) -- Vinte.

C135 - Pesq. -- Duzentos e sessenta mais vinte, dá quanto?

C136 - A(18,m) -- Duzentos e noventa.

C137 - Pesq. -- Vinte não é dez mais dez?

C138 - A(18,m) -- É.

C139 - Pesq. -- Duzentos e sessenta mais dez?

C140 - A(18,m) -- Duzentos e oitenta.

C141 - J(25,m) -- Trezentos.

Em C133 a pesquisadora retoma o traço real concreto⁽³⁴⁾ da brincadeira para avaliar se o aluno tinha conhecimento a lei da seqüência, ele a conhecia. A dificuldade de A(18,m) é calcular mentalmente 260 mais 20. A interlocutora tenta a decomposição de 20 em 10 mais 10, esta questão estruturadora é tão eficaz que ele faz mentalmente 260 mais 10 mais 10 e prescinde do 270 mais 10 em voz alta. A antecipação realizada por A(18,m) demonstra a utilização de instrumentos de cálculo que independem dos objetos⁽³⁵⁾ aos quais se está referindo. Não foi necessário tão pouco referência a sua prática.

Nos três casos seguintes de erros na contagem de dez em dez havia o desconhecimento da seqüência de palavras necessárias à contagem.

⁽³⁴⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽³⁵⁾ WERSTCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

TRECHO DE DISCUSSÃO 7

30/10 - VESP. - ATIV.: Contagem de palitos – At.6.2

Os palitos estavam agrupados de 10 em 10. A(24,f) aponta para os dedos da pesquisadora como se cada um deles representasse uma dezena e, sem ajuda, chega ao 30.

A93 - Pesq. – Mais dez, quanto que dá? Aqui ó, que número é esse aqui? Lembra, "qua..."? Quarenta, é com zero né? Depois?

A94 - A(24,f) – Quarenta, cinqüenta, sessenta.

A95 - Pesq. – Isso, e com mais dez? Que número é esse?

A96 - A(24,f) – Sete.

A97 - Pesq. – Então é "se..."? O sete e o zero?

A98 - A(24,f) – Noventa.

A99 - Pesq. – Noventa deve ser o nove e o zero. O sete e o zero, quanto é?

A100 - A(24,f) – Setenta.

A101 - Pesq. – Isso. E o oito e o zero?

A102 - A(24,f) – Noventa.

A103 - Pesq. – Você acha que o oito e o zero dá noventa? Tem que começar com "oi..."

A104 - A(24,f) – Oitenta.

A105 - Pesq. – Isso, aí que vem o noventa.

A aluna não conhecia a sequência dos nomes das dezenas, não podia portanto elaborar seu discurso, em interação com a pesquisadora, trabalhou em dois contextos distintos, o linguístico⁽³⁶⁾ e o matemático. Em A93 somente o apoio sonoro foi suficiente, em A94, entretanto foi necessário que a pesquisadora apontasse o cartaz construído coletivamente. A referência ao contexto linguístico se deu em dois âmbitos: a leitura do cartaz e o apoio sonoro. A lógica da estrutura semântica dos numerais relacionada aos números registrados com algarismos auxiliou na aprendizagem de A(24,f).

Já para elaborar este mesmo conhecimento, R(22,f) utilizou instrumentos de mediação que se referiam ao seu cotidiano, o dinheiro.

TRECHO DE DISCUSSÃO 8

06/11 - VESP. - ATIV.: Escrever o número 72. – At.6.3

72 era o resultado da contagem dos pés das cadeiras e, como R(22,f) demonstrasse dificuldade em grafá-lo, a pesquisadora propôs que ela relacionasse o modo de escrever número 72 com tomar sete notas de Cr\$ 10,00 e duas de Cr\$ 1,00.

⁽³⁶⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

A62 - Pesq. -- Quantas notas de dez você precisa para formar setenta?

A63 - R(22,f) -- Dez.

A64 - Pesq. -- Dez notas de dez dá só setenta? Quanto dá? Dá mais? Quantas precisa? Vamos experimentar?

A65 - R(22,f) -- Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, oitenta...

A66 - Pesq. -- Não, você pulou o setenta. Já chegou no setenta. Quantas notas?

A67 - R(22,f) -- Seis.

A68 - Pesq. -- Seis? Olha o setenta é aqui. Então vamos contar outra vez. Conta no dedo: Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta.

O diálogo termina com a fala da pesquisadora pois, em seguida, a aluna escreveu o número, ela não tinha dúvida quanto às duas notas de Cr\$ 1,00 necessárias para formar o 2.

Em A64, a aluna conta como se cada dedo fosse uma nota de Cr\$ 10,00 e, em A68, a pesquisadora seguiu esta representação e apontou o cartaz com números construído coletivamente. R(22,f) utilizou três instrumentos de mediação: a contagem com notas com as quais tivera contato anteriormente, a contagem nos dedos que representavam as notas de Cr\$ 10,00 e a semântica, pois houve necessidade que a pesquisadora retomasse o nome da dezena que segue 60.

Foi anotado no caderno da pesquisadora uma das situações nas quais V(16,f) demonstrou dificuldades. Todos os alunos estavam contando notas de Cr\$ 10,00 e a aluna verbalizou: -- "..., cinquenta, oitenta". A pesquisadora tentou auxiliá-la alterando a lei da sequência para "mais um": -- "Cinquenta e um, cinquenta e dois, ..." Perante esta tentativa a aluna demonstrou que não sabia o nome do sucessor de 59. A pesquisadora, então, forneceu-lhe esta informação.

TRECHO DE DISCUSSÃO 9

04/10 - VESP. - ATIV.: Escolher as notas para pagar um produto -- At.4

V(16,f) e a pesquisadora contam juntas as notas de cruzeiros mimeografadas.

B3 - Pesq. -- Isso! Depois do sessenta vem setenta, e depois de setenta, com oito quanto deve ser?

B4 - V(16,f) -- Oitenta.

B5 - Pesq. -- Oitenta. E com nove?

B6 - V(16,f) -- Noventa.

B7 - Pesq. -- Agora, com dez em vez de ser "dezena", quanto é? depois do noventa o que que vem? Você mesma tinha falado, o que que vem? Quanto que tem mais? Depois do noventa e nove o que que vem? Você tinha falado logo depois do cinquenta, qual é? A...<A(16,f)>? Depois do noventa e nove o que que vem?

B8 - A(16,f) -- Cem.

A outra situação na qual V(16,f) revela suas dificuldades com a sequência de nomes de números ocorreu após duas semanas de aula, quando o cartaz de números não estava pronto. A pesquisadora consciente das dificuldades da aluna tentou, naquele momento, ressaltar a lógica sonora da sequência. Entretanto a aluna se nega a responder com um gesto de cabeça, entre B7 e B8. Demonstrava grande resistência a interagir com a Professora e com a pesquisadora, sendo assim, era difícil para as interlocutoras levantarem questões estruturadoras de forma que a aluna construísse os seus instrumentos matemáticos. Provavelmente o traço de timidez da aluna impedia o arriscar-se necessário à aquisição de conhecimento⁽³⁷⁾.

Embora estejamos nos referindo ao conhecimento de uma sequência de nomes, a situação vivenciada por V(16,f) não pode ser considerada no mesmo nível da vivida por A(24,f) e R(22,f), no que se refere à contextualização dos instrumentos de mediação utilizados na contagem. V(16,f) dispunha das notas mimeografadas, enquanto suas colegas utilizaram somente os elementos linguísticos ou os dedos como representação das dezenas.

4.2. Relacionar duas sequências

Para escrever uma data utilizando somente números é necessário fazer a correspondência entre a sequência dos meses e a numérica. Como era esperado, todos os alunos conheciam os nomes dos números de 1 a 12, porém nem todos haviam memorizado os 12 meses em sequência, entre esses alunos estava V(16,f).

⁽³⁷⁾ CARVALHO, D. L. - A concepção de Matemática do professor também se transforma. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

TRECHO DE DISCUSSÃO 10

12/09 - VESP. - ATIV.: Escrever a data de aniversário -- At.1

A data daquele dia estava escrita na lousa somente com números.

A193 - Pesq. -- Então, vamos lá, todo mundo escreve a data em que nasceu.

A194 - Pesq. -- Você sabe em que dia você nasceu? Que dia é seu aniversário?

A195 - V(16,f) -- Agosto.

A196 - Pesq. -- Agosto, que dia de agosto? Você não sabe? Então escreve. Como nós estamos na aula de matemática, você sabe qual é o número do mês de agosto? Se setembro é mês nove, agosto deve ser que mês?

A197 - V(16,f) -- Não sei.

A198 - F(14,f) -- Dez?

A199 - Pesq. -- Vem antes do nove. Qual é o número que vem antes do nove?

A200 - F(14,f) -- Oito?

A201 - Pesq. -- Oito, né? Então, você sabe escrever o número oito, ou não sabe? Sabe, então você escreve número oito.

A pesquisadora tentou, em A196, formular uma questão estruturadora, na forma "se <setembro é mês 9>, então <agosto é mês oito>" para auxiliar V(16,f) a realizar a tarefa. F(14,f), tentou colaborar, mas não conseguiu relacionar "mês anterior" com "número que antecede". Foi necessário que a pesquisadora reformulasse -- em A199 --, acentuando a palavra "antes" para que a segunda aluna elaborasse a resposta correta. Mesmo esta questão reformulada só adquiriu significação para F(14,f); um mediador externo, no caso a pesquisadora, teve condições de favorecer a compreensão das relações envolvidas para ela que dominavam as duas seqüências, a numérica e a dos meses.

Não se coloca em questionamento se V(16,f) tem ou não condições de estabelecer a relação biunívoca entre a seqüência numérica de 1 a 12 e a seqüência dos nomes dos meses. O que se deseja salientar é que não saber de cor esta segunda seqüência impediu que a aluna descobrisse o número que corresponde ao mês de agosto com o auxílio daquela discussão que envolveu a pesquisadora e F(14,f). Parece que a questão "que número vem antes do nove?" se distancia de tal forma da questão inicial que V(16,f) não consegue elaborar questões intermediárias, desiste e espera que alguém lhe dê a resposta.

5. CONTAGEM REPRESENTADA GRAFICAMENTE

Em todas as aulas foi solicitado aos alunos que fizessem um registro gráfico da atividade; com o decorrer dos trabalhos, os registros dos alunos se tornaram mais independentes das variáveis não-numéricas do contexto no qual eles eram gerados. A análise destes registros tornou possível perceber, também, em que medida os alunos iam incorporando as regras do sistema de numeração decimal e as normas escolares de representar as atividades.

Os primeiros registros revelavam dificuldades de duas naturezas, uma relativa à organização no papel e outra ao uso da linguagem matemática. Quanto à organização no papel procurou-se privilegiar as questões relativas ao aprendizado da Matemática, não sendo analisadas as situações que se relacionassem exclusivamente à alfabetização.

Quanto ao uso da linguagem matemática, os registros foram analisados sob três aspectos: o da própria Matemática enquanto ciência, o escolar e o das convenções sociais da prática daqueles alunos. É importante salientar que, na sala de aula, estes três aspectos interagem e que a preocupação constante era, a partir desta interação, estar ressaltando as regras do primeiro. Os 64,3% de alunos que haviam freqüentado a escola anteriormente -- Tabela III.1 -- haviam incorporado, sem compreender, regras do registro escolar que interferiam, nem sempre positivamente, nesse processo, como discutiremos nos próximos itens.

5.1. A organização do registro gráfico

As dificuldades dos alunos na organização não se limitavam ao aspecto de produzir registros gráficos compreensíveis a um leitor que desconhecesse a seqüência das atividades. Temerosos de registrar erros na pasta de Matemática ou de tê-la mal organizada, muitos alunos escreviam antes no caderno e depois pretendiam passar a limpo na folha, mas nem

sempre houve tempo para tal. Fosse qual fosse o motivo, o fato acarretou alguma perda de informação. Observando o vídeo podemos perceber que F(14,f) e L(22,f) fizeram registros no primeiro dia de aula e não passaram a limpo.

Além disso, ao passar os registros a limpo, muitos alunos não mantinham suas características essenciais, como ocorreu com F(43,f) que arquivou na pasta também o rascunho e podemos comparar as duas folhas <fig. 2>. Para esta aluna, os símbolos utilizados não se referem a significantes estáveis: o "6" pode ser escrito como "b" porque tem um desenho parecido, a vírgula do cruzeiro pode ter o mesmo tamanho que os algarismos que compõem o número e o "zero" do 150 é bem menor que os outros algarismos. O significado e o registro do zero merecem maior atenção, faremos uma discussão mais aprofundada posteriormente.

É possível observar no vídeo que S(15,f) tinha um pequeno pedaço de papel no qual escrevia e rabiscava constantemente, antes de registrar na folha. A pesquisadora propôs que ela mostrasse o que escrevia no papel antes de passar a limpo, mas a aluna se recusou a fazê-lo, amassou o papel e guardou na bolsa. O papel auxiliar não impediu que sua folha ficasse rabiscada e nem as interlocutoras -- Professora ou pesquisadora -- conseguiram orientá-la de forma que ela não iniciasse os registros na folha de almanaque pela última página colocando a dobra a sua direita.

No vídeo deste mesmo dia, também se percebe que M(30,f) havia copiado a sua data de nascimento de um documento. Quando a pesquisadora solicitou aos alunos que não utilizassem aquele recurso, tentassem calcular, ela rabiscou a data, inutilizou a folha e iniciou uma nova folha onde escreveu a data como se não a houvesse copiado minutos antes. Essa foi uma das alunas que declarou na entrevista ser responsável pelo seu fracasso escolar, desejava satisfazer o que supunha ser o desejo da pesquisadora.

Considerando que as situações vividas por F(43,f), S(15,f) e M(30,f) são apenas exemplos, houve necessidade de um trabalho de explicitação da função metacognitiva⁽³⁸⁾ dos registros escolares para que os alunos compreendessem sua utilidade no seu processo de

⁽³⁸⁾ Vide WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988; e OLIVEIRA, M. K. - "Letramento e transformações cognitivas". São Paulo, or. dat., 1992.

aquisição do conhecimento matemático. Este significado não era homogêneo no final do semestre⁽³⁹⁾, conforme teremos oportunidade de analisar no item 7.

Os alunos demonstravam dificuldades no próprio traçado dos números como se pode observar nas figuras 2 a 9. Os traçados: do 2 -- da fig. 7 -- e do 7 -- 75 da fig. 3 e 72 da fig. 6 -- comprometem a compreensão dos números nos quais eles aparecem. S(28,m) <fig. 9> tinha problemas no traçado do 8 pois iniciava pela parte inferior, esse defeito aparece em outros registros seus mas não chega a comprometer a compreensão do número. Não foi realizada nenhuma atividade que visasse treinar os alunos em traçado de números, a própria necessidade de utilizá-los para o registro das outras tarefas possibilitou que todos os alunos, com exceção de M(17,m) <fig. 6>, não apresentassem mais estas falhas em outubro, um mês depois do início das aulas de Matemática referentes à pesquisa.

No começo do semestre, muitos alunos ainda não haviam percebido que era a distribuição espacial que tornava a organização de informações em tabelas um resumo de fácil consulta. Sendo assim, como se pode observar nas figuras 10 a 13, V(16,f), L(65,f), M(22,f) e seu colega, V(29,m) não se preocuparam em manter a forma das tabelas que copiavam da lousa ou de cartazes; podemos observar que V(16,f) não conseguiu ser fiel nem ao conteúdo.

A At.7. Tabelas de distribuição de frequência ocorreu em novembro. Ao desenvolver as atividades relativas a este tema 16 alunos demonstraram que haviam interiorizado conhecimentos necessários para trabalhar com tabelas de frequência daquela natureza; eles perfazem 61,5% dos alunos participantes da pesquisa que concluíram o curso. Os outros 31,5% ainda precisavam de mediadores externos -- a Professora, a pesquisadora ou um colega -- para utilizar tabelas com informações quantificadas. A interiorização era demonstrada por A(17,m) e F(43,f), do vespertino, E(18,m), A(19,m), A(20,m), J(25,m), J(23,m) e V(29,m), do noturno; estes alunos, depois de executar a própria tarefa, indicavam aos colegas onde encontrar as informações para responder o questionário. B(42,m), F(14,f) e L(22,f), do vespertino, S(17,m),

⁽³⁹⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

E(61,f), J(19,m), M(22,f) e S(28,m), do noturno, também já conseguiam utilizar este amplificador cultural⁽⁴⁰⁾, porém, pela dinâmica das interações desses alunos com o grupo, não contribuíam com o trabalho dos colegas.

5.2. As convenções da representação numérica

No início do semestre, a representação numérica significava para alguns alunos utilizar um instrumento gráfico do qual eles conheciam somente o desenho dos símbolos. As regras pelas quais estes símbolos se relacionam para transformar-se num código lhes eram desconhecidas. V(16,f), depois de discutir com A(20,m), descobrira que, tendo 16 anos, nascera em 1974; entretanto registrou 47 no lugar de 74 <fig. 14>; interagindo com os colegas e com a Professora; dia 18 de setembro, ela foi capaz de escrever corretamente sua data de nascimento <fig. 10>.

A(16,f) também foi auxiliada por A(20,m) na busca do ano em que nascera a partir da sua idade. Entretanto, por não conseguiu discriminar o som de setenta e sessenta, ou não sabia que setenta se escreve com 7, escreveu 64 <fig. 15>. Esta aluna tinha dúvidas também sobre o seu mês de aniversário⁽⁴¹⁾, sendo assim, por sugestão da professora, consultou seu registro de nascimento e copiou a data correta <fig. 15>, reelaborando assim também a forma de escrever 74. A Professora atuou como mediadora externa da aluna indicando-lhe uma fonte de informação, de consulta sobre a contagem do tempo, pois não é possível saber o mês no qual uma pessoa nasceu conhecendo somente sua idade em anos⁽⁴²⁾.

L(65,f) desejava registrar as notas separadas para pagar Cr\$ 62,00 que era o preço do feijão escrito na lousa -- At.4.Preço de produtos. Como se pode observar na fig. 16, a aluna usou 11 para indicar duas notas de um cruzeiro. As regras do sistema de numeração ainda não

⁽⁴⁰⁾ BRUNER, J. S. - *Uma nova teoria de aprendizagem*, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.

⁽⁴¹⁾ A aluna escreveu março. Consultando seus documentos trouxe, no dia seguinte, a informação que era abril.

⁽⁴²⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

estavam interiorizadas para ela, a pesquisadora então questionou esta representação solicitando que a aluna lesse aquele mesmo número escrito na lousa. Deste diálogo surgiu a discussão com toda a classe sobre o valor posicional dos algarismos enquanto objeto simbólico para a interação social, no sentido que Saxe e Posner⁽⁴³⁾ o utilizam na propriedade 3.

Talvez pelo fato dos alunos estarem se alfabetizando, muitas vezes a solicitação de escrever um número era interpretada como fazê-lo por extenso. M(17,m), que tinha grande dificuldade na escrita, tenta, sem sucesso, escrever por extenso o número 62 -- At.4.Preço de produtos; a intervenção da pesquisadora foi necessária para que ele o fizesse com algarismos. Mesmo para escrever o preço na lousa, nesta mesma atividade, A(19,m) achou que deveria fazê-lo por extenso, novamente foi necessário que a pesquisadora interviesse.

No que se refere ao registro das atividades relacionadas à idade dos alunos, salientamos dois aspectos, o primeiro diz respeito à distinção entre data de nascimento e idade, que aparece de modo confuso também em muitos formulários escolares ou não. No primeiro dia de trabalho, a pesquisadora solicitara que os alunos preenchessem uma pequena ficha onde era solicitada a idade; no espaço a ela correspondente, A(17,m) e A(20,m) escreveram as datas dos respectivos nascimentos. Os outros alunos, menos autônomos em relação à leitura, foram orientados pela Professora ou pela pesquisadora a escrever sua idade naquele espaço.

Outro aspecto do registro das atividades relativas à idade dos alunos diz respeito a escrever datas em geral. Não havia sido solicitado àqueles alunos, até dia 12 de setembro, que escrevessem datas utilizando somente números. Desde o primeiro dia de aula, a Professora escrevia, como se pode observar nos vídeos, o nome do mês ligado aos números do dia e do ano pela preposição "de". Perante a solicitação de registrar suas datas de nascimento utilizando o número relativo ao mês, F(43,f) <fig. 2> e B(42,m) <fig. 17> não se preocuparam com a ordem na qual escreveriam os números, o que, no caso do aluno, compromete a compreensão pois, consultando somente a pasta de Matemática, não é possível saber se ele nasceu em 11 de março

⁽⁴³⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in Ginsburg, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

ou 3 de novembro. Frente à mesma tarefa, J(19,m) limitou-se a escrever o número 3 abaixo do nome do mês <fig. 18>. L(65,f), além de escrever o ano antes do dia e do mês, confundiu-se por ter nascido a 8 de agosto <fig. 19>.

A representação gráfica de datas só com números requer a utilização do sinal " / " que muitos alunos não conheciam ou que não tinham claro seu emprego. I(17,m) utilizou três pontos sobrepostos para separar os números das datas <fig. 20>, em outros registros de datas utilizou somente dois pontos no lugar do sinal / . M(22,f), para representar a data daquele dia <fig. 12> e S(15,m), para escrever o dia do seu nascimento <fig. 21>, utilizaram o sinal - para separar os números. R(22,f) não julgava necessário separar os números das datas, a pesquisadora lhe explicou que números colocados à direita de outros são considerados como compondo um só número, deu o exemplo de

"25 9 90"

grafado na fig. 22, que poderia ser interpretado como 25 990 e não como uma data.

No decorrer do curso os alunos foram utilizando mais freqüentemente o sinal / para grafar datas. Esse emprego, entretanto, não foi sempre adequado, muitas vezes comprometendo a compreensão do registro; é o caso das datas 4/10/90 <figs. 19 e 23> e 18/9/90 <fig. 24>. J(19,m) colocou / também entre o nome da cidade e a data <fig. 25> até dia 4 de dezembro, confundindo a vírgula que a professora escrevia na lousa com o traço.

Os alunos viam a representação do cruzeiro (Cr\$) indicando preços nos estabelecimentos comerciais que freqüentavam e tentavam reproduzir este símbolo nem sempre com muito sucesso, como E(61,f) na fig. 26 -- à direita do número 10. Já A(18,m), J(23,m), J(19,m) e M(30,f) <figs. 27, 28, 29 e 30> conseguiram grafar melhor o símbolo do cruzeiro, ainda que somente J(23,m) tenha se aproximado realmente do desenho convencional.

5.3. A utilização do zero na prática

Observando os registros dos alunos podemos perceber suas dificuldades na utilização do sistema de numeração decimal tanto para representar graficamente contagens como em operações. O conhecimento matemático adquirido fora do contexto escolar requer das pessoas apenas o registro oral e a compreensão do registro gráfico contextualizado à prática⁽⁴⁴⁾. Na nossa sociedade, a linguagem matemática, enquanto sistema de representação abstrato, é adquirida na escola. A representação não escolar de números nem sempre respeita as regras deste sistema, sua compreensão é possível graças aos indícios de significação não convencionais da Matemática que a contextualização à prática oferece⁽⁴⁵⁾. Os alunos demonstraram também que não tomavam como principal referência do valor das notas de dinheiro o número nela escrito com algarismos ou por extenso. O desconhecimento dos números escritos por extenso justificava-se pelo pouco domínio da língua portuguesa; já os algarismos não eram utilizados como referência de valor pela falta de domínio do sistema de numeração decimal.

M(17,m) demonstrou dificuldade até em classificar as notas que indicavam o mesmo valor. Observando o vídeo, percebe-se a atuação da pesquisadora, não só enquanto provedora de questões estruturadoras, como também auxiliando o aluno a organizar-se espacialmente na carteira.

Embora nenhum dos alunos do período vespertino tenha utilizado o símbolo Cr\$ para registrar os preços de produtos, como ocorrera no noturno, insistiam em utilizar os dois zeros à direita da vírgula; houve, nesta classe, uma discussão -- Trecho de Discussão 11 -- de 4 min sobre o significado desta representação.

⁽⁴⁴⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives" in Ginsburg, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁴⁵⁾ LAVE, J. - **Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life**. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp. ou LAVE, J., MURTAUGH, M. & ROCHA, O. la - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping", in ROGOFF, B. & LAVE, J. - **Everyday cognition: its development in social context**. Cambridge, Harvard University Press, 1984.

TRECHO DE DISCUSSÃO 11

04/10 - VESP. - ATIV.: Escrita na lousa de preços de produtos – At.4

V(16,f) copiara do caderno, na lousa, o preço do produto que havia pesquisado, escreveu: "came 350,00"; a vírgula do preço era do mesmo tamanho que os algarismos. A pesquisadora, enquanto corrige explica o que é aquele sinal e provoca uma discussão sobre o seu significado.

A14 - Pesq. – Só uma coisa, provavelmente o que você viu era uma coisa assim, não era? Um 'rabinho' assim? O que que isso aqui, vocês sabem o que é isso aqui? O que quer dizer esse rabinho mais os dois zeros?

A15 - F(14,f) – Preço.

A16 - Pesq. – Isso, trezentos e cinqüenta cruzeiros, mas o que quer dizer esse rabinho aqui, mais esses dois zeros? Vírgula, zero-zero, o que que vem depois dessa vírgula, esse rabinho quer dizer vírgula, e o que que vem depois? dois zeros, mas o que que é quando não é dois zeros? Por exemplo, o pãozinho, da última vez que eu fui comprar, custava três e trinta, ou já subiu? O que que é isso depois da vírgula? É cruzeiro? Quanto custa o pãozinho?

A17 - F(43,f) – Três e trinta.

A18 - Pesq. – O que é esse três e trinta? O pãozinho custa trinta cruzeiros?

A19 - A(16,f) – Não! No máximo quatro e cinquenta!

A20 - Pesq. – Tem pãozinho que custa quatro e cinqüenta.

A21 - F(16,f) – Não! Três e setenta!

A22 - Pesq. – Que seja três e setenta, o que quer dizer isso aqui? O que que é esse setenta aqui? Setenta cruzeiros?

A23 - B(42,m) – Não é não, é três cruzeiros. Três cruzeiros e setenta.

A24 - Pesq. – Setenta o quê? Setenta cruzeiros? Aqui é cruzeiros e aqui o que é?

A25 - F(14,f) – Setecentos.

A26 - Pesq. – É setenta, não é setecentos.

A27 - Pesq. – Fala alto!

A28 - Profa. – Seu B...<B(42,m)>, o senhor comentou com a A... <A(16,f)>.

A29 - B(42,m) – Centavos.

A30 - Pesq. – Centavos, isso. Então aqui, se tem dois zeros, quantos centavos têm aqui? Têm centavos no preço do produto que a V... <V(16,f)> achou?

A31 - F(14,f) – Não.

A32 - Pesq. – Como é que você sabe que não tem?

A33 - F(14,f) – Muuummm ...

A34 - Pesq. – Não dá para você falar de boca cheia que a gente não ouve. Acaba de mastigar. O que quer dizer quando tem zero-zero, depois? Trezentos e cinqüenta cruzeiros e tem algum centavo?

A35 - B(42,m) – Não.

A36 - Pesq. – Não tem. E que produto ela achou? Que produto é esse?

A37 - F(14,f) – Came.

A38 - Pesq. – Então eu tenho um produto que é carne e custa trezentos e cinqüenta cruzeiros. Nós não vamos considerar os centavos no preço das coisas, hoje. Só pra não complicar, trabalhar com

vírgula fica muito complicado e vocês viram que nos produtos que a gente tem não têm centavos. São poucas as coisas que têm centavos ultimamente.

Em A19, A(16,f) não falou sozinha; perante a menção de um preço tão alto para o pãozinho, o protesto da classe foi geral. Enquanto os alunos citavam preços do pãozinho, a pesquisadora ia escrevendo e questionando; eles demonstravam que conheciam o valor de compra dos centavos, entretanto, não conseguiam expressar-se oralmente. Somente depois de 3 min de discussão, em tom de cochicho, B(42,m) comentou com sua colega A(16,f) sobre o significado daqueles dois números à direita da vírgula. Foi a insistência da pesquisadora -- em A27 -- e da Professora -- em A28 -- que o levou a falar ao grupo todo⁽⁴⁶⁾.

A desvalorização dos centavos provocada pela inflação foi ressaltada pela fala A38 da pesquisadora que, logo em seguida, apagou os dois zeros e a vírgula do preço da carne escrito na lousa. Àquele momento do curso não pareceu oportuno à pesquisadora discutir em aula o significado da representação decimal de números com parte fracionária; na reunião de planejamento das aulas seguintes, esta decisão foi corroborada pela Professora.

A pesquisadora propôs, então à classe do vespertino, que se trabalhasse somente com preços que não incluíssem centavos e que não se utilizassem os dois zeros para representar preços. Tal proposta não foi aceita de imediato pelos alunos. B(42,m) que sucedeu V(16,f) na escrita dos preços na lousa utilizou os dois zeros à direita da vírgula em seu registro. Além disso, em aulas anteriores, duas alunas já haviam tentado utilizar a vírgula e os zeros para indicar preço, A(24,f) só escreveu um zero para indicar os Cr\$ 50,00 <fig. 28> e F(43,f) utilizou um pequeno círculo no lugar da vírgula <fig. 29>; em ambos os casos a representação do número ficou comprometida.

No período noturno, ao fazer a proposta de início da At.4.Preço de produtos, a pesquisadora solicitou que os alunos escrevessem somente os preços que não envolvessem

⁽⁴⁶⁾ A pesquisadora, em A33, interrompeu a resposta murmurada de F(14,f) que durante toda a aula comia bolachas e devolveu a palavra à classe.

centavos e que não utilizassem a vírgula e os dois zeros para indicar "cruzeiros". Esta solicitação evitou a discussão a respeito disso naquele momento, mas os alunos já haviam utilizado tal representação em aulas anteriores <figs. 30 a 35>. Nestes casos a reelaboração só foi possível após algum tempo de estudo, com a compreensão, por parte dos alunos, do papel do zero no sistema de numeração decimal. O significado desta representação, como esperado, não era homogêneo para todos os alunos no final do semestre, como será analisado no item 5.4.

Na classe do período noturno, mesmo os alunos que aceitaram a proposta de não registrar os dois zeros, continuaram a utilizar a vírgula à direita dos números que se referiam a preços <figs. 26, 36, 37 e 38>. Na fig. 37, a maneira como J(19,m) utilizou a vírgula, o pontinho para indicar o mil e os dois zeros em um dos preços compromete a compreensão do seu registro, seus cálculos porém eram corretos. Algumas aulas mais tarde V(29,m), inadvertidamente, colocou dois zeros à direita do 98 <fig. 39> que indicava número de palitos -- Atividade At.6.2.Contagem de palitos -- imediatamente se deu conta que não se tratava de um preço e reelaborou seu registro.

5.4. O zero e o sistema de numeração decimal

O zero, que não é utilizado na contagem oral, exerce um papel fundamental no sistema de numeração; sendo assim, aprender a usá-lo significativamente nos registros escritos torna-se fundamental no processo de construção dos instrumentos matemáticos de mediação⁽⁴⁷⁾, que vão além de cálculos mentais envolvendo apenas as operações adição e subtração contextualizadas em situações práticas. O referencial de valor do número é abstrato⁽⁴⁸⁾ e, mesmo que se esteja trabalhando com temas da prática dos alunos, é necessário construir outros instrumentos de mediação que lhes permitam operar sem os referenciais de significação desta contextualização.

⁽⁴⁷⁾ WERSTICH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽⁴⁸⁾ IFRAH, G. - *Números: história de uma grande invenção*, trad. Stella M. F. Senra. Rio de Janeiro, Ed. Globo, 1989.

Ao escrever números que expressavam quantias em dinheiro --At.3.A moeda nacional, At.4.Preço de produtos e At.5.Preenchimento de cheques --, os alunos demonstravam suas dificuldades em relação ao sistema de numeração decimal e em particular à utilização do zero nesta representação gráfica. O 150 de F(43,f) <fig. 2> e o 1 000 de I(17,m) <fig. 40> são exemplos desta problemática que não seria relevante se não revelasse a concepção de zero dos alunos. No final do semestre letivo, todos os alunos escreviam o zero do mesmo tamanho que os outros algarismos, parece que houve uma reelaboração da concepção a partir das discussões sobre o tema ocorridas em classe.

Os registros de milhares completos utilizados fora da escola nem sempre contêm os três zeros convencionais do sistema de numeração decimal, muitas vezes, é a palavra "mil" à direita do número que indica sua ordem de grandeza, os registros de alguns alunos estavam impregnados desta convenção <nas figs. 41 e 42 aparecem exemplos>.

Tanto A(19,m) <fig. 44> como J(19,m) <fig. 45> saíram-se bem na escrita por extenso dos números, apesar do comprometimento do registro com algarismos; este último aluno misturou, num primeiro momento <três primeiras linhas da fig. 45>, um tipo de registro com outro tornando-o incompreensível; conseguiu reformular, ainda neste dia, tanto a escrita por extenso como a com algarismos.

A(19,m) comprometeu seu registro com algarismos pela utilização de vírgulas <fig. 44>, seriam pontinhos para indicar o milhar?

Dois dentre os alunos que demonstraram dominar a utilização do ponto como indicativo do milhar colocando o número certo de zeros, A(18,m) <fig. 26> e M(22,f) <fig. 47>, grafaram um sinal que dificilmente pode ser identificado como ponto.

S(17,m) não aceitou discutir sua representação de quinze mil cruzeiros <fig. 42>, não conseguindo compreender que, de acordo com as regras do sistema de numeração decimal, escrevera quinze milhões; aceitou somente que, na escola e nos cheques, os registros de quantias com algarismos e por extenso não deviam ser misturados.

Outros alunos julgavam ser a presença do ponto o indicativo da representação do milhar <figs. 15, 30, 32, 34, 35 e 49>. Os preços da camisa e do tênis, declarados no vídeo por A(16,f) <fig. 15> e A(18,m) <fig. 35>, foram, respectivamente, Cr\$ 1 000,00 e Cr\$ 5 000,00.

Mesmo em outubro, o ponto ainda era utilizado como indicador dos milhares completos, tal emprego gerava discussões cujo objetivo era relacioná-lo aos três zeros do sistema de numeração decimal, como pode ser observado nos Trechos de Discussão 12 e 13.

TRECHO DE DISCUSSÃO 12

16/10 - NOT. - ATIV.: Escrever preços de produtos na lousa -- At.4

E(61,f) escrevera na lousa 10.00.

A3 - E(61,f) -- Mil, né?

A4 - Pesq. -- Onde é o pontinho do mil, Dona ...<E(61,f)>?

A5 - E(61,f) -- Ah! É aqui!

Em seguida a aluna coloca o ponto no lugar certo. Parece que E(61,f) supunha que, havendo três zeros à direita de um número, era necessário colocar um ponto mesmo se dois dentre eles fossem correspondentes ao cruzeiro <fig. 30>. Além disso, sabendo que o número em questão era Cr\$ 19 720,00, colocou outro ponto à direita do 9; esta foi sua escrita espontânea a lápis que não foi reformulada quando copiou, à tinta, a adição⁽⁴⁹⁾.

TRECHO DE DISCUSSÃO 13

16/10 - NOT. - ATIV.: Escrever preços de produtos na lousa -- At.4

C(20,f) havia escrito o preço de uma vestimenta da seguinte forma "4 000". Os alunos estavam copiando o nome dos produtos e os preços da lousa.

B4 - A(19,m) -- É quatrocentos?

B5 - Pesq. -- Quatrocentos não, ela só não pôs o pontinho. Olha quantos zeros tem aqui; não é o pontinho, o pontinho só ajuda.

B6 - Pesq. -- Pacote de bala, isso!

B7 - Profa. -- Quem está faltando?

B8 - C(20,f) -- É um cê?

B9 - Pesq. -- Onde? Tem vários cês.

B10 - C(20,f) -- Esse de dois mil e setecentos, aí.

B11 - Pesq. -- Não é dois mil e setecentos. Olha onde está o pontinho! É vinte e sete mil.

⁽⁴⁹⁾ Estes valores referem-se às quantias em "dinheiro" mimeografado que havia nos envelopes -- At.3.A moeda nacional.

B12 - C(20,f) – Quem é que colocou isso tudo?

B13 - Pesq. – É um preço.

B14 - J(25,m) – Foi o A...<A(19,m)>.

Em B6 a pesquisadora está incentivando o aluno que escrevera o preço do pacote de bala. A questão em B8 era a grafia da palavra televisão que foi explicada após a fala de J(25,m); mesmo assim a pesquisadora aproveitou o erro de C(20,f) para discutir o indicativo do milhar, para esta aluna nem o ponto era suficiente para indicar um número com o qual se assustara pois era maior que uma dezena de milhar. O preço da televisão não assustou somente aquela aluna, M(17,m) <fig. 48> também se atrapalhou para escrever o preço da televisão, havia colocado um ponto à esquerda dos três zeros, supondo que o número não atingia a dezena de milhar, como a todos os outros com os quais se estava trabalhando, e colocou outro ponto à direita do 2. Já J(19,m) <fig. 37> e A(19,m) <fig. 46> supunham que todos os números deveriam ter ponto, independentemente da ordem de grandeza ter ou não superado o milhar.

Nem as cópias da lousa eram preservadas dos erros com relação à utilização do zero, B(42,m) <fig. 50> copiou tão mecanicamente as adições, que escreveu 10 no lugar de 19 -- terceira parcela da segunda operação. E(61,f), apesar de não copiar os três zeros no preço da televisão da tabela <fig. 49>, os colocou corretamente na operação que também estava escrita na lousa.

Outro erro deste teor pode ser observado na fig. 51⁽⁵⁰⁾; J(23,m) estava procurando registrar o procedimento que utilizara para concluir que havia 72 pés de cadeiras na sala, At.6.3.Contagem das cadeiras. Fizera, em primeiro lugar a adição, da esquerda ($32 + 32 + 08 = 72$) onde registrara o oito com dois dígitos (08). Perante o questionamento da pesquisadora sobre a origem das parcelas da adição, o aluno escreveu as duas adições acima, à direita da fig. 51 -- são adicionados os pés de oito cadeiras em cada operação --, e utilizou um contador para

⁽⁵⁰⁾ A expressão "15 pessoas" que aparece na figura refere-se ao problema da contagem dos braços e das pernas das pessoas presentes.

representar a adição dos pés de duas cadeiras; portanto o aluno com a grafia utilizada não desejava representar a adição:

$$14 + 14 = 208$$

e sim:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ <cadeira> } 4 \text{ <pés>} \\ + \\ 1 \text{ <cadeira> } 4 \text{ <pés>} \\ \hline 2 \text{ <cadeiras> } 08 \text{ <pés>} \end{array}$$

ou seja, estava correta.

Os registros de B(42,m), E(61,f) e J(23,m) remetem-nos às relações entre o uso inadequado do zero nas representações numéricas e as operações matemáticas, aspecto que analisaremos no item 7.

As maiores dificuldades dos alunos, entretanto, surgiam na compreensão da lógica, para eles contraditória, da utilização do zero no sistema de numeração decimal escrito: "quando são representados dezenas, centenas ou milhares exatos, o zero (um, dois ou três) **deve** ser utilizado, quando há unidades (dezenas ou centenas) ele **não pode** aparecer". Ou seja, M(20,f) <fig. 53> deveria ter colocado o zero ao registrar o "setenta" do ano de seu nascimento, 1970, e A(17,m) errou ao fazê-lo para escrever o mesmo "setenta" com a mesma finalidade, escreveu "703" e nasceu em 73⁽⁵¹⁾.

Esta contradição estava presente para os alunos quando eles iniciaram seus registros de quantias de dinheiro; fato que pode ser observado nas diversas tentativas de S(28,m) <fig. 9> que desejava escrever Cr\$ 19 820,00. Erros decorrentes destas questões podem ser observados nos registros de E(61,f) <fig. 30, à esquerda> e L(65,f) <fig. 31> que desejavam escrever Cr\$ 19 720,00 e na tentativa de L(22,f) <fig. 41> de escrever Cr\$ 17 103,00⁽⁵²⁾.

⁽⁵¹⁾ Este registro foi perdido, a informação consta do caderno da pesquisadora.

⁽⁵²⁾ Este valor refere-se à quantia em "dinheiro" mimeografado que havia nos envelopes – At.3.A moeda nacional.

Nem a Professora nem a pesquisadora propuseram a discussão sobre a utilização do zero nas duas primeiras aulas; mesmo assim, os alunos comentavam entre eles e, às vezes, reelaboravam seus registros. Podemos observar exemplos desta situação nas várias tentativas de A(50,f) para escrever 200 <fig. 4> e na forma que registra o ano no qual nasceu uma pessoa que tem 10 anos de idade <fig. 58>; no preço da camisa que A(16,f) <fig. 15> queria escrever -- era Cr\$ 1 000, 00 -- e do tênis de A(18,m) <fig. 35> que era Cr\$ 5 000,00; nas dúvidas de A(20,f) <fig. 59> para escrever 80, onde vai o zero?

O Trecho de Discussão 14 que ocorreu enquanto C(20,f) <fig. 60> fazia seu registro entre ela e a pesquisadora -- com a participação, digamos subliminar, de E(18,m) -- ilustra a maneira pela qual esta interlocutora estava lidando com as questões relativas ao uso do zero nas primeiras aulas.

TRECHO DE DISCUSSÃO 14

12/09 - NOT. - ATIV.: Escrever o preço de um produto -- At.4

C(20,f) já havia perguntado como se escrevia "isqueiro" mas a pesquisadora não sabia se ela havia ou não mantido sua proposta inicial de escrever o preço deste produto.

A334 - Pesq. -- O preço do que você vai escrever?

A335 - C(20,f) -- Eu já escrevi aqui.

A336 - Pesq. -- Tá legal, apareceu um zero aí?

A337 - C(20,f) -- É cento e vinte. Não tem dois zeros, não?

A338 - Pesq. -- Quantos zeros você pôs aqui?

A339 - C(20,f) -- Com dois não fica cento e vinte.

A340 - Pesq. -- Não sei, o que que você acha?

A341 - C(20,f) -- Tá errado, não é?

A342 - Pesq. -- Não pergunta se está errado, se você acha que é assim, por enquanto pra você está certo. Escreve aqui.

A343 - Eu já escrevi.

Em A338 a pesquisadora observa o rascunho da aluna onde havia os dois zeros correspondentes à centena ("10020"), E(18,m) que estava sentado ao lado de C(20,f) lhe diz para que não os escreva. A aluna passa a limpo com a grafia correta, mas a dúvida permanece como ela demonstraria em outras aulas.

Somente algumas aulas depois, dia 25/09, as interlocutoras provocaram o início do processo escolar de reflexão sobre o uso do zero no sistema de numeração decimal; era desejo delas que os alunos compreendessem o papel fundamental do zero num sistema de numeração de valor posicional de algarismos e que as regras do sistema que utilizamos na escola são independentes do contexto prático. Esta intencionalidade pode ser observada no Trecho de Discussão 15.

TRECHO DE DISCUSSÃO 15

16/10 - NOT. - ATIV.: Escrever preços de produtos na lousa – At.4

A Professora julgou conveniente socializar com toda a classe a discussão que M(22,f) provocara ao perguntar o preço da televisão, escreveu na lousa "27" ao lado da tabela de produtos e preços.

C2 - Profa. – ...quanto que é?

C3 - M(22,f) – Vinte e sete.

C4 - Profa. – Vinte e sete. Porque esse representa sete e esse dois representa o que?

C5 - M(22,f) – Como?

C6 - Profa. – Esse "dois" não representa duas coisas ou dois cruzeiros, porque aqui é dinheiro, né? Aqui representa sete cruzeiros, e o dois?

C7 - Profa. – Olha se posso separar...

C8 - Pesq. – Leia o número.

C9 - M(22,f) – Vinte e sete.

C10 - Pesq. – O sete é sete mesmo, e o dois?

C11 - M(22,f) – Vinte.

C12 - Pesq. – Porque ele tá na frente, né? Então lá em cima é vinte e sete. O que? Depois tem mais três zeros.

C13 - Profa. – Aqui, esse sete, você disse que era quanto?

C14 - M(22,f) – Sete mil.

C15 - Profa. – E se eu tenho esse dois, fica quanto?

C16 - Profa. – Leia primeiro esses dois números.

C17 - M(22,f) – Vinte e sete.

C18 - Profa. – Então é vinte e sete o que?

C19 - M(22,f) – Vinte e sete mil.

C20 - Profa. – Quatro mil o preço da roupa, Vinte e sete mil que é o preço da televisão. Isso aqui é quanto?

C21 - M(22,f) – Mil.

C22 - Profa. – Um mil, né? Então eu tenho quatro mil, vinte e sete mil e mil.

A Professora apontava para o "27" em C2 e tenta questões estruturadoras em C4 e C6, apontando o "7" e o "2" respectivamente. Ao silêncio que seguiu C6 ela resolveu passar um traço separando o "2" do "7". Porém, a pergunta de M(22,f) se referia aos três zeros e não à leitura do "27". A pesquisadora interveio, sintetizou e retornou à pergunta da aluna que nem assim foi resolvida, como é possível perceber observando, no vídeo, o silêncio que se seguiu a C12. A Professora tenta outras questões estruturadoras e sintetiza em C22.

Em 30/10, A(24,f) demonstra ter iniciado seu processo de compreensão do papel do zero no sistema de numeração decimal ao reelaborar, com auxílio da pesquisadora e de L(22,f) seu registro do número de palitos contidos na caixa -- Atividade At.6.2.Contagem de palitos -- <fig. 56>. O Trecho de Discussão 16 que acompanhou esta reelaboração permite um aprofundamento da análise.

TRECHO DE DISCUSSÃO 16

30/10 - VESP. - ATIV.: Escrever o número de palitos da caixa -- At.6.2

A(24,f) agrupara seus palitos de dente de dez em dez conseguindo dez pacotinhos, contou e constatou que eram cem.

A111 - A(24,f) -- Cem.

A112 - Pesq. -- Cento e...?

A113 - A(24,f) -- Quatro.

A114 - Pesq. -- Isso, então vamos escrever aqui no "de verdade" o cento e quatro. Você não lembra mais como escreve cento e quatro? Como você acha que é? O cem é assim, então como será que escreve cento e quatro?

A115 - A(24,f) -- É o quatro e três zeros?

A116 - Pesq. -- Você acha que o cento e quatro, pode ser assim, quatro e três zeros? Quando eu ponho três zeros... olha aqui, que número é esse?

A117 - A(24,f) -- Mil.

A118 - Pesq. -- Quando eu ponho três zeros vai ficar mil. Eu não cheguei no mil ainda. Cheguei? Eu passei um pouquinho de cem.

A119 - Pesq. -- Isso? Como é esse número? Vamos olhar lá?

A120 - A(24,f) -- Vinte.

A128 - Pesq. -- Olha ele aqui. Não é esse aqui que você escreveu aí? Que número é esse aqui?

A129 - A(24,f) -- Não sei. E se fizer errado?

A130 - A(24,f) -- Como é?

A131 - L(22,f) -- Tira um zero.

A132 - Pesq. -- Cento e quatro, escreve como você acha. Não tem importância fazer errado. Se já soubesse tudo não precisaria vir à escola.

A133 - A(24,f) -- Não sei.

A134 - Pesq. -- Então deixa aí.

Em A114 a pesquisadora aponta a palavra no caderno da A(24,f) e em A116 escreve 1 000 na lousa; entre A118 e A119 a aluna escreve 120 e a pesquisadora lhe aponta o cartaz para que perceba o erro. A pesquisadora volta a apontar o caderno da aluna <o 1 004 da fig. 56> na fala A128⁽⁵³⁾. As falas A130 e A131 são cochichadas e A(24,f) não deixa de lado, como sugeriu a pesquisadora, corrige seu registro. É possível observar que a pesquisadora faz uso do cartaz, escreve o número 1 000 na lousa e A(24,f) também consegue utilizar estes referenciais não-contextualizados à prática.

Os alunos que cometiam os erros relativos ao uso do zero não eram, como no caso dos erros de outra natureza, os que demonstravam ter instrumentos matemáticos de mediação menos elaborados nem os mais tímidos; eram as pessoas que se consideravam -- ou eram consideradas pelos colegas -- com certo nível de competência, escolar ou prática, e/ou as que se arriscavam a fazer registros sem aguardar o modelo de seus colegas ou da lousa. A(20,m), que julgava ter aprendido muita Matemática em sua outra passagem pela escola, produziu os registros da fig. 34; A(19,m) e V(29,m) que eram considerados, pelos colegas e pela Professora, como alunos bem sucedidos, e realmente demonstravam já ter construído instrumentos matemáticos relativamente sofisticados, produziram respectivamente os registros das figs. 54 -- o preço do feijão era Cr\$ 62,00 -- e 55 -- o preço do iogurte Danone era Cr\$ 40,50 --; M(30,m), apesar de assessorada por J(23,m) que também era considerado bem sucedido, escreveu 202 no lugar de 22 <fig. 57>⁽⁵⁴⁾.

No final do semestre, mesmo os alunos que demonstravam ter compreendido o código convencional da representação numérica não empregavam corretamente o zero ao fazer cálculos, como se pode observar na fig. 61 onde a penúltima linha deveria ser 103 -- note-se que A(17,m) contabilizou o número corretamente. É importante observar também que o processo de

⁽⁵³⁾ De 11 a 17 o diálogo da pesquisadora é com B(42,m), ela estava aguardando A(24,f) pensar.

⁽⁵⁴⁾ Quando M(30,f) compreendeu as regras do registro de números no sistema decimal esta grafia foi reelaborada como será detalhado em 7.

aquisição das regras da utilização do zero no sistema de numeração decimal enquanto conhecimento interiorizado, como era esperado, não foi homogêneo nem mesmo entre os alunos de uma mesma classe.

A(50,f) - 17/09

1 K de café - 20,000

200 0 2 0

fig. 4

M(17,m) - 06/11

24 3

24 16

16

24 16

16

72 8

24 F2

20

26

70

fig. 6

R(22,f) - 12/09

1968 2070

36 Omibum
omibum

1968

2345,789101112

2

fig. 5

C(22,f) - 10/10

L. o v i n t e

fig. 7

J(25,m) - 10/10

p b q u i n z e

fig. 8

S(28,m) - 25/09

de zero a
190.820

de zero a
19.820

de zero a
197200

fig. 9

L(65,f) - 18/09

Idade

77 anos 73

70 anos 79 80

72 anos 72

35 anos 55

29 anos

26

11,0

57

86

fig. 11

V(16,f) - 18/9

1 família 5 mães

2 famílias 6 filhos

3 mães 7 filhos

4 filhos 11 mães

72 de setembro

a 7/08/74

a 7 de agosto ali 1974

fig. 10

M(22,f) - 18/09

São Paulo 18 9 90
1 Janeiro 2 fevereiro 3 março 4 abril
5 maio 6 junho 7 julho 8 agosto
9 setembro 10 outubro 11 novembro
12 dezembro 13

fig. 12

V(29,m) - 18/09

18/09	
17	73
10	20
12	72
35	55
29	
26	
40	
57	
86	

fig. 13

V(16,f) - 12/09

76 47 35 8

fig. 14

da 26 março 64

caniza 100.000

18/09

nacida a 30 di a Bial di 1974
As 1800 horas

fig. 15

L(65,f) - 04/10

feliz - 62 - 10 dez 01131 Re.
50 cincuenta e noz
e - - - - - 47 um e noz

fig. 16

B(42,m) - 12/09

1948.11.3

fig. 17

J(19,m) - 12/09

Jode alves 21 mar 77
3

2 faria 40.7 Sabonete 20.

fig. 18

L(65,f) - 12/09

1925 de 28 agosto 65
 Rivas 6.1m 20
 São Paulo 47490

fig. 19

I(17,m) - 12/09

26: 12: 72:
 5: 11: 26

fig. 20

S(15,f) - 12/09

75 - 72 - ~~77~~ 1974

fig. 21

R(22,f) - 25/09

São Paulo 25990

fig. 22

F(43,f) - 12/09

410190

fig. 23

V(29,m) - 18/09

São Paulo 181990

fig. 24

J(19,m) - 17/09

/ 77 / 09 / 90.

fig. 25

A(18,m) - 25/10

1 - calha = 2.500,-
 1 - carrim = 2.500
 1 - sapato = 5.000
 1 - livro = 2.000

fig. 26

E(61,f) - 04/10

órgão 20 281011 DEZCRUZEIROS
 órgão 0 20 2 2 10 H DEZCRUZEIROS

fig. 27

A(24,f) - 12/09

5000

fig. 28

F(43,f) - 25/09

1972000

fig. 29

E(61,f) - 25/09

		15.000
		4500
19.420,00	+	220
		<u>19420,00</u>

fig. 30

L(65,f) - 25/09

197200

fig. 31

S(15,f) - 25/09

5000
5000
5000
2500
7000
7000
7000
7000
700
70
70
<u>7972,0</u>

fig. 32

A(50,f) - 25/09

10000
2500
5000
1000
1000
1000
100
10
10
<u>1970000</u>

fig. 33

A(20,m) - 12/09

PiTo	900,00
Calca	3800,00
Cammi	350,00
Sapato	65,00,00
Ommitus	2500,00
	<u>59500,00</u>

fig. 34

A(18,m) - 17/09

110500000

fig. 35

J(23,m) - 25/09

1. calça cr\$ 3.500,
 1 - camisa cr\$ 2.500,
 1 sapato cr\$ 5.000,
 1 sinto cr\$ 2.000,
13.000

fig. 36

J(19,m) - 25/10

1 calça = cr\$ = 3.000
 1 camisa = cr\$ = 2.230
 1 sapato = cr\$ = 2.900
 1 sinto = cr\$ = 1.200
 1 bota = 60
 1 brama = 80
 1 caderno = 2.30

fig. 37

M(30,f) - 25/10

calça = cr\$ 2.500,
 camisa = cr\$ 1.000
 sapato = cr\$ 1.500,
 sinto = cr\$ 800,
5.800,

quinhentos e oitenta cruzes

fig. 38

V(29,m) - 30/10

Caixa	100	memor 2
de verdeade	(9000)	
	98	

fig. 39

I(19,m) - 12/09

admissa 1000

fig. 40

L(22,f) - 25/09

17 30 mil Cruz eiroa

fig. 41

S(17,m) - 25/09

15.000. mil Cruz eiroa

fig. 42

M(22,f) - 16/10

150	1000
80	40
130	134
90	142
<u>950</u>	<u>349</u>
quatrocentos e trinta e	
cincoenta e quatro mil	
mil	noze mil

fig. 43

A(19,m) - 25/10

19,5,20
 DEZE nove mil e cinquenta
 e vinte e cinco

fig. 44

J(19,m) - 25/09

~~Dezete~~ Dezete 77 e cento 700 e

Três cruzeiros

Dezete mil e cento e Três cruzeiros

77703

fig. 45

A(19,m) - 16/10

~~27000~~ Televisão 27000
 1.000 lousa
 4.000 roupa
 150 chocolate
 80 ovos
 alho 70
 130 café
 pacote de sabão em pó 134
 pacote de leite 90
 desinfetante - 142

4000	150	70
27000	80	134
1.000	130	142
<u>32000</u>	90	<u>349</u>
	<u>450</u>	

32000
 450
349
 32499

fig. 46

M(22,f) - 25/09

79.620

fig. 47

M(17,m) - 16/10

2.7.000 lilervão

fig. 48

E(61,f) - 16/10

1.000 balsa

80 ovo

130 ca f l

4.000 man pa

150 chocolate

24 telencisão

90 Pacote de bola

70 óleo

pacote de sabão em po
 desinfetante 142 134

²
 14.000 150 170

24.000 80 134

1.000 130 14232.000 90 349450

fig. 49

B(42,m) - 17/10

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 25 \\
 20 \\
 \hline
 69
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 26 \\
 22 \\
 10 \\
 \hline
 67
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 19 \\
 14 \\
 7 \\
 \hline
 40
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 69 \\
 61 \\
 40 \\
 \hline
 170
 \end{array}$$

40 Palavras

fig. 50

J(23,m) - 06/11

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 32 \\
 08 \\
 \hline
 72
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 16 \\
 16^+ \\
 32 \\
 \hline
 14
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 16 \\
 16^+ \\
 32 \\
 \hline
 14^+
 \end{array}$$

15 pessoas 2 0 8

fig. 51

J(19,m) - 31/10

$$\begin{array}{r}
 20 \\
 20 \\
 20 \\
 20 \\
 20 \\
 20 \\
 \hline
 70
 \end{array}$$

fig. 52

M(20,f) - 12/09

$$\begin{array}{r}
 197 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

fig. 53

A(19,m) - 12/09

$$\text{feijão} : 620.00$$

fig. 54

V(29,m) - 12/09

$$\text{domine } 40500$$

fig. 55

A(24,f) - 30/10

$$\begin{array}{r}
 \text{Caixa: } 100 \\
 \text{de idade: } \\
 4 \text{ a mais} \\
 1004 \quad 104
 \end{array}$$

fig. 56

M(30,f) - 12/09

202,00 lrolara
 65,00 café
 45,00 cigarros
 312,00

fig. 57

A(50,f) - 18/09

110050 and g, d m a r c h e
 77 and 73
 70 and 70 p o
 78 and 72
 35 and 55

fig. 58

A(20,f) - 12/09

o u o o p
 o u o o p o

fig. 59

C(20,f) - 12/09

7.20 d e v e r o

fig. 60

A(17,m) - 04/12

17
 + 15
 15
 47
 + 17
 64
 19
 83
 20
 13
 16
 1.19
 fig. 61

6. CÁLCULO MENTAL

Analisaremos, neste item, os cálculos mentais que os alunos verbalizaram e que foram registrados em vídeo ou no caderno da pesquisadora. Para distinguir estas atividades das referentes ao item "4.Contagem oral" utilizamos o critério do vocabulário empregado pelos alunos, que eram os principais protagonistas das discussões em foco. Assim, embora as tarefas propostas pudessem ser resolvidas por contagem, se os alunos verbalizaram adições, subtrações ou multiplicações, seus procedimentos foram analisados como tais.

Os alunos demonstravam consciência de que a utilização de números amplia a capacidade humana de resolver problemas⁽⁵⁵⁾ e que os registros utilizados na sociedade moderna significam uma amplificação cultural, no sentido definido por Bruner⁽⁵⁶⁾. O conhecimento destes fatos não implicava, entretanto, a valorização dos cálculos envolvidos na utilização prática dos números nem dos registros escolares de qualquer procedimento matemático como possibilidade de ampliação destes instrumentos.

Como a verbalização dos cálculos mentais não é necessária nas atividades práticas, foram freqüentes os questionamentos dos alunos sobre a necessidade de explicar como haviam realizado uma determinada operação. Tais questionamentos eram manifestados com a frase: "Mas não está certo?" Por isso, a pesquisadora, no início de cada tarefa, fazia uma explanação sobre a utilidade dos registros, orais e gráficos, tanto para continuidade de seus próprios estudos como para auxiliar outros colegas a aprender Matemática. A pesquisadora desejava que os alunos transformassem seu discurso interior, na acepção que Luria o conceitua, em locução verbal oral,

⁽⁵⁵⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁵⁶⁾ BRUNER, J. S. - *Uma nova teoria de aprendizagem*, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.

em forma de linguagem coloquial -- com a Professora ou ela como interlocutora -- ou de pequenos monólogos⁽⁵⁷⁾.

Ao verbalizar seus cálculos mentais, os alunos demonstraram, também, a heterogeneidade do nível de elaboração de seus instrumentos matemáticos. Essa diferenciação aparece tanto entre os alunos de uma mesma classe, como se compararmos as discussões de um grupo com as do outro; estes aspectos, aliados às diferentes dinâmicas próprias de cada grupo⁽⁵⁸⁾, levaram-nos a referir subitens especificamente aos períodos, os subitens 6.1 e 6.3 dizem respeito ao noturno e o 6.2, ao vespertino.

6.1. O significado das tarefas escolares

Muitos alunos consideravam que, havendo a possibilidade de resolver a tarefa sem realizar cálculos, estes procedimentos não deveriam ser modificados ou substituídos; S(28,f) verbaliza, no Trecho de Discussão 17, esta concepção.

TRECHO DE DISCUSSÃO 17

12/09 - NOT. - ATIV.: Escrever a data de aniversário -- At.2.

A pesquisadora estava em dúvida se S(28,m) calculara ou olhara no documento, desejava incentivá-lo a fazer cálculos.

A229 - Pesq. -- S... <S(28,m)>, qual é o ano que você nasceu? Olhou no documento? E o que é que você descobriu? Conta pra mim. Você sabia de cor ou você descobriu?

A230 - S(28,m) -- É que eu estava esquecido.

A231 - Pesq. -- E se você esquecer, como é que você pode descobrir?

A232 - S(28,m) -- Então lê de novo.

S(28,m) representava, de alguma forma, os sentimentos da classe do período noturno. Podemos levantar duas hipóteses, não mutuamente exclusivas, para que tais discussões não tenham ocorrido no grupo da tarde: a classe configurava-se como menos questionadora e/ou

⁽⁵⁷⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁵⁸⁾ Vide item 2 deste capítulo.

os alunos não portavam documentos. Depois de alguns meses de aula os alunos do noturno aceitavam as tarefas com mais tranquilidade, sem se preocupar tanto com sua utilidade pragmática. Entretanto, não haviam incorporado ainda a lógica das tarefas escolares.

TRECHO DE DISCUSSÃO 18

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras - At.6.3

A54 - S(28,m) -- Se juntar as cadeiras dá mais.

A55 - Pesq. -- S... <S(28,m)> escreve com a caneta!

A56 - Pesq. -- Mas você vai juntar pé com cadeira, vai dar o quê?

A57 - S(28,m) -- Ela mandou contar tudo.

A58 - Pesq. -- Ela mandou contar as cadeiras. Mas juntar pé com cadeira é engraçado, né?

A59 - E(18,m) -- Ali tem mais quatro.

A60 - Pesq. -- Mas ali é mesa, pé de mesa é diferente. Você vê que não é só juntar tudo e ficar somando, somando? Juntar pé de cadeira com mesa dá o quê?

A61 - S(28,m) -- Mas se somar com setenta e dois dá muito mais.

A62 - Pesq. -- Ele quer um número grande. Não interessa do quê.

A63 - S(28,m) -- A gente não tá contando tudo? Se for contar cadeira...

A64 - Pesq. -- Mas não pode contar cadeira com mesa, cadeira com pé dá o quê, S... S<(28,m)>? Não é só juntar e contar um número grande, precisa ser interessante. Não é assim? Na vida da gente é assim.

A65 - J(19,m) -- Mas ele tá dizendo cadeira com pé.

E(18,m), em A59, aponta para a mesa do professor.

S(28,m) continua expressando os sentimentos de um grupo de alunos do noturno; tanto que, em A54, ele não está respondendo à pesquisadora, está falando com E(18,m). Além disso, durante todo o tempo J(19,m), que está sentado ao seu lado, demonstra participar da discussão, ainda que venha a fazê-lo oralmente, só no final, reafirmando a intenção do colega.

No mesmo dia, quando lhes foi solicitado que contassem os braços e as pernas das pessoas presentes, os alunos demonstraram que não incluíram as pessoas no conjunto dos membros. Neste caso, como na contagem dos pés das cadeiras, também não dispunham da terminologia científica para classificar os entes a serem contados⁽⁵⁹⁾. Além disso, no noturno,

⁽⁵⁹⁾ Eles não utilizavam a palavra "membros" para se referir à classe que inclui os braços e as pernas das pessoas.

também eram constantes os questionamentos quanto à validade das tarefas referentes a explicações orais ou registros gráficos de procedimentos.

6.2. Procedimentos matemáticos e inteligência

Uma aluna do vespertino, F(43,f), manifestou relacionar a inteligência à capacidade de utilizar o conhecimento matemático prévio. A(20,m) havia descoberto o ano de nascimento de várias colegas a partir da idade dele, e a pesquisadora desejava que seus colegas compreendessem o procedimento deste aluno, julgando que uma boa maneira de fazê-lo era procurar repetir a descrição do procedimento que ele utilizava.

TRECHO DE DISCUSSÃO 19

12/09 - VESP. - ATIV.: Descobrir o ano de nascimento -- At.2.

Em A272, A(20,m) explicara seu procedimento para encontrar o ano de nascimento de R(22,f) a partir de sua idade, A273 a A276 foram falas que demonstravam aplicações deste procedimento à idade de A(24,f).

A277 - Pesq. -- Como é que ele descobriu? Olha, ela tem vinte e dois e nasceu em sessenta e oito, como é que ele sabe?

A278 - F(43,f) -- Ele fez a conta.

A279 - Pesq. -- Que conta ele fez?

A280 - F(43,f) -- Ele fez a conta pela idade dela, a conta do mês.

A281 - Pesq. -- Do mês ou dos anos?

A282 - F(43,f) -- Dos anos.

A283 - Pesq. -- Mas como é que ele contou?

A284 - F(43,f) -- Ele fez a conta no dedo.

A285 - Pesq. -- Mas como é que ele sabe?

A286 - F(43,f) -- Porque ele fez a conta e descobriu.

A287 - Pesq. -- Sim, mas de que jeito?

A288 - F(43,f) -- É porque ele é mais inteligente.

A289 - Pesq. -- Não, não é porque ele é mais inteligente, ele tem um jeito. Conta pra ela.

As discussões de 12/09 foram muito úteis para a aprendizagem de A(20,m), porém, devido à dinâmica da classe do período vespertino, ele foi colocado pelos colegas no papel de quem deveria resolver o problema para todos e a estes caberia somente escrever o

número correspondente ao ano em questão. Na aula seguinte, quando a Professora reapresentou o problema do ano de nascimento em função da idade, agora de uma forma mais abstrata, idades hipotéticas -- At.2.Medida de tempo -- o grupo não encontrou motivo para uma discussão a respeito e o tema foi abandonado.

A(20,m) conseguiu elaborar pequenos monólogos que explicavam os dois procedimentos que utilizava para encontrar o ano de nascimento sabendo a idade, como se pode observar no Trecho de Discussão 20.

TRECHO DE DISCUSSÃO 20

12/09 - VESP. - ATIV.: Descobrir o ano de nascimento -- At.2.

A(20,m), a pedido da pesquisadora explica seus procedimentos para F(43,f).

A290 - A(20,m) -- Aumentando a idade dela e diminuindo na data que você nasceu, porque ela é de sessenta e oito, aumentou mais dois anos acima do meu, eu sou de setenta, então pra ter dois anos acima do meu ela deve ser de sessenta e oito, sessenta e oito pra setenta vai dois, pra noventa mais vinte, então dá vinte e dois. A outra tem vinte e quatro, ela é de sessenta e seis, pra setenta vai mais quatro, pra noventa mais vinte, são vinte e quatro.

A291 - Pesq. -- Viu como ele está pensando?

A292 - A(20,m) -- Aumenta a idade, abaixa a data de nascimento da gente.

A293 - Pesq. -- Então, agora que ele descobriu, pra não esquecer escreve aí que você é de sessenta e seis.

A294 - A(20,m) -- Pra não esquecer.

A295 - Pesq. -- É claro.

A296 - A(20,m) -- Ela não sabe.

A297 - Pesq. -- Não, ela não sabia.

Desde que A(20,m) conseguira descobrir o ano de nascimento de M(20,f), em A217, que a pesquisadora solicitava para que ele explicasse oralmente seu procedimento, depois de sete tentativas -- A223, A226, A228, A261, A263, A268 e A272 -- ele consegue, em A290. O monólogo⁽⁶⁰⁾ de A(20,m) estava tão elaborado que ele conseguiu, em A292, sintetizar oralmente a dupla relação que utilizava para decidir se havia encontrado o resultado correto. Podemos perceber que o aluno dispunha de dois procedimentos: o utilizado com relação à idade de R(22,f)

⁽⁶⁰⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

-- chamaremos do tipo 1 -- e o utilizado para encontrar os anos em que nasceram A(16,f), V(16,f) e A(24,f) -- chamaremos do tipo 2.

Os procedimentos descritos por A(20,m) foram os utilizados por todos os alunos do noturno que verbalizaram a maneira pela qual haviam descoberto o ano de nascimento de pessoas das quais se sabia a idade. Sendo assim, julgamos conveniente descrevê-los ressaltando os aspectos matemáticos e cognitivos de cada um:

PROCEDIMENTO DO TIPO 1 - Consiste em referir à própria idade utilizando a relação "se a pessoa tem n anos a mais, então nasceu n anos antes" ou "se a pessoa tem n anos a menos, então nasceu n anos depois". Apesar da lógica complexa empregada neste tipo de procedimento, ele é contextualizado, ou seja, tem características do que Luria chama traço real concreto⁽⁶¹⁾, sendo assim, se a diferença de idade entre o aluno que está resolvendo o problema e a pessoa da qual se quer saber o ano de nascimento for de mais de 10 anos, torna-se difícil utilizá-lo sem o auxílio de nenhum recurso gráfico.

PROCEDIMENTO DO TIPO 2 - Consiste em contar as décadas, a partir do ano em curso, adicionando dezenas até chegar à dezena exata mais próxima da idade em questão, à década seguinte se subtraem as unidades da idade conhecida⁽⁶²⁾. Apesar de conter um número maior de operações este procedimento utiliza a adição e após a subtração e não inclui a contradição aparente "se é mais <velha>, então <nasceu> antes" ou vice-versa. Porém este procedimento também tem seu traço de contextualização⁽⁶³⁾, tornara-se mais simples porque a pesquisa se desenvolveu num ano de dezenas exatas -- 1990 --, será que surgiria em outra data?

Para abordar a relação de operação inversa existente entre a adição e a subtração, no período vespertino foi necessário lançar mão de outra temática que não o cálculo do ano de nascimento a partir da idade. Nas discussões referentes à At.3.A moeda nacional emergiram

⁽⁶¹⁾ Idem.

⁽⁶²⁾ Por exemplo, L(65,f) declarou que, para calcular a própria idade, foi fazendo mentalmente a sequência "menos dez" e somando as dezenas: "90 para 80, 10; para 70, 20; ... para 30, 60; tira os 5, pois tinha 65 anos dá 25; nasceu em 1925".

⁽⁶³⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

outros aspectos do processo de construção dos instrumentos matemáticos daqueles alunos, como se pode perceber no Trecho de Discussão 21.

TRECHO DE DISCUSSÃO 21

04/10 - VESP. - ATIV.: Escolher notas para "pagar" produtos – At.3.

Toda a classe selecionava no envelope as notas mimeografadas necessárias para "fazer a compra" dos produtos listados na lousa. A pesquisadora vai em auxílio de A(16,f).

B1 - Pesq. -- Quatrocentos e cinqüenta? Mas é duzentos e setenta e oito que você quer pagar. Não tá faltando vinte. Quatrocentos não é mais que duzentos e setenta e oito? Então vamos ver, duzentos tá aqui. Setenta, tá faltando quanto?

B2 - A(16,f) -- Duzentos e setenta e oito.

B3 - Pesq. -- Então tá faltando quanto? Você já deu duzentos, tá faltando quanto? Setenta e oito, né? Então vamos achar, quanto é aqui?

B4 - A(16,f) -- Setenta e oito.

B5 - Pesq. -- Isso. F... <F(14,f)>, tenta pegar o preço da carne...

B6 - Pesq -- Tem cinqüenta aqui, quanto falta pra setenta e oito?

B7 - A(16,f) -- Cem.

B8 - Pesq. -- Cem? Mais cem vai ficar quanto aqui? Você sabe porque acabou de falar.

B9 - A(16,f) -- Trezentos.

B10 - Pesq. -- Trezentos e cinqüenta. Já passou de duzentos e setenta e oito, não passou? Não pode por mais cem. Se eu puser, por exemplo, mais dez? Mais cem eu não posso, então vamos experimentar mais dez, quanto é que fica?

B11 - A(16,f) -- Duzentos e sessenta.

B12 - Pesq -- Já chegou no duzentos e setenta e oito? E se eu puser mais dez?

B13 - A(16,f) -- Duzentos e setenta.

B14 - Pesq -- Se eu puser mais dez?

B15 - A(16,f) -- Duzentos e oitenta.

B16 - Pesq. -- Já passou de duzentos e setenta e oito, então eu não posso pôr mais dez, então quanto que eu vou ter que por aqui? Menos que dez, quanto que eu posso pôr?

B17 - A(16,f) -- Cinco?

B18 - Pesq. -- Vamos ver, duzentos, se eu puser mais cinco, vai olhando e vê quando passar de cinco... Isso, então aqui eu tenho quanto?

B19 - Pesq. -- Você já copiou carne, preço, tudo?

B20 - Pesq. -- Setenta e cinco, ainda tá faltando, não deu setenta e oito, quanto que tá faltando?

B21 - A(16,f) -- Quatro?

B22 - Pesq. -- Então vamos experimentar: assim fica duzentos e setenta e ...?

B23 - A(16,f) -- Seis.

B24 - Pesq. -- Setenta e ...?

B25 - A(16,f) -- Setenta e sete, setenta e oito.

B26 - Pesq. -- Então quanto que faltava?

B27 - A(16,f) -- Oito.

B28 - Pesq. -- Oito aqui, né? Então agora vamos escrever isso aqui, quanto que é o seu preço? Quantas notas de um, quantas notas de cinco, se for uma nota só, é "nota", sem "s". É importante não escrever errado.

Embora F(14,f) não participe oralmente a pesquisadora se dirige a ela em B5 enquanto A(16,f) reorganiza suas notas e também em B19 enquanto ela pensa. As questões estruturadoras colocadas pela pesquisadora em B10, B12, B16 e B18 não recebem resposta oral, a aluna somente faz um gesto de participação com a cabeça. Os instrumentos matemáticos de que dispõe não são suficientes para olhar notas que apenas representam o dinheiro em circulação e fazer avaliações sobre quanto falta em Cr\$ 250,00 para formar Cr\$ 278,00.

Em final de novembro e começo de dezembro, quando os alunos realizaram a At.7.Tabelas de distribuição de frequência, as relações aditivas já eram utilizadas com desenvoltura por quase⁽⁶⁴⁾ todos os alunos da classe vespertina para fazer cálculos registrados graficamente ou não.

6.3. Heterogeneidade e troca de procedimentos

Os alunos demonstravam desde a primeira aula heterogeneidade no nível de elaboração de seus instrumentos matemáticos. Enquanto alguns apresentavam dificuldades em escrever a data do seu aniversário, outros já haviam respondido a questão da pesquisadora sobre o ano de nascimento do hipotético colega do vespertino e conseguido elaborar seu discurso de modo a explicar seu procedimento.

Os alunos do período noturno, que não lembravam e não queriam ou não sabiam calcular o ano de nascimento a partir da idade, consultaram algum documento, apesar da insistência da pesquisadora para que não o fizessem; não lhes parecia necessário fazer cálculos quando se dispõe de outros recursos. Sendo assim, ela trouxe para o grupo da noite a questão surgida na aula do período vespertino, conforme transcrição do Trecho de Discussão 22. Os

⁽⁶⁴⁾ V(16,f) ainda tinha dificuldade.

alunos puderam então perceber que nem sempre a consulta aos documentos é um procedimento viável para descobrir o ano de nascimento de uma pessoa.

TRECHO DE DISCUSSÃO 22

12/09 - NOT. - ATIV.: Descobrir o ano de nascimento – At.2.

A233 - Pesq. -- Pra quem já escreveu a data de nascimento eu vou propor um probleminha que aconteceu hoje à tarde. Aconteceu hoje a tarde o seguinte: um aluno sabia que ele tinha dezesseis anos...

A234 - Profa. -- Vinte, né?

A235 - Pesq. -- Dezesseis, mas não sabia em que ano ele tinha nascido e não estava com o documento aqui. Como é que a gente pode descobrir?

A236 - I(17,m) -- Só se ele for de setenta e quatro.

A237 - Pesq. -- Como é que você sabe que a pessoa nasceu em setenta e quatro?

A238 - I(17,m) -- Porque eu tenho dezessete, vou fazer dezoito anos e eu sou dois anos na frente, dois anos na frente.

A239 - Pesq. -- Você nasceu em que ano?

A240 - I(17,m) -- Setenta e dois.

A241 - M(20,f) -- O que ele falou?

A242 - Pesq. -- Repete pra ela.

A243 - I(17,m) -- Eu sou de setenta e dois, ele tem dezesseis e não sabe o ano em que nasceu, eu pus dois anos a mais na frente, é de setenta e quatro.

I(17,m) usou um Procedimento do Tipo 1, conforme explica em A243. Outro aluno que utilizou o mesmo tipo de procedimento foi A(19,m)⁽⁶⁵⁾, como se pode perceber no Trecho de Discussão 23.

TRECHO DE DISCUSSÃO 23

12/09 - NOT. - ATIV.: Descobrir o ano de nascimento – At.2.

Como houvesse burburinho na classe a pesquisadora houve por bem levantar outro problema com a mesma temática.

A248 - Pesq. -- E uma pessoa que tem vinte e quatro anos, em que ano será que ela nasceu?

A249 - A(19,m) -- Mil novecentos e sessenta e oito, mil novecentos e sessenta e cinco... mil novecentos e sessenta e seis.

A250 - Pesq. -- Por que você acha que é mil novecentos e sessenta e seis?

A251 - A(19,m) -- Porque eu sou de setenta, tenho vinte anos.

A252 - Profa. -- Como você fez pra chegar nessa conclusão, que a pessoa tem vinte e quatro anos nasceu em mil novecentos e sessenta e seis? Você falou: nasci em setenta, tenho vinte anos...

⁽⁶⁵⁾ J(19,m) já se considerava com cosiderava com 20 anos, embora só os completasse em dezembro.

Porém, nesse mesmo dia, os outros alunos do noturno não se colocaram o problema de descobrir o ano de nascimento de colegas hipotéticos, estavam preocupados em escrever a própria data de aniversário. Na aula seguinte, dia 18/09, a pesquisadora insistiu na mesma temática e nesta classe, ao contrário do que ocorrera no diurno, os alunos se envolveram e elaboraram uma tabela contendo os resultados de seus cálculos -- figs. 11, 13 e 58.

As intervenções de muitos alunos demonstravam que, de início, nem todos eles eram capazes de utilizar os dois tipos de procedimentos. A pesquisadora anotou em seu caderno que J(19,m) utilizou um Procedimento do Tipo 1 para calcular o ano de nascimento das pessoas com 17, 10 e 18 anos, preenchendo as três primeiras linhas da sua tabela⁽⁶⁶⁾ e estava com dificuldades de resolver o problema quando as pessoas tinham, com ele, uma diferença de idade superior a 10 anos. Em seguida L(65,f) explicou que calculara as mesmas datas com auxílio de um Procedimento do Tipo 2, procedimento que utilizara na aula anterior para calcular o seu próprio ano de nascimento. Imediatamente depois J(19,m) também foi capaz de utilizar um Procedimento do Tipo 2 para a quarta linha da sua tabela -- 35 anos.

Ao final da aula de 18/09, E(18,m), A(19,m), J(25,m), J(23,m), M(22,f) e N(20,f) haviam verbalizado a utilização de procedimentos dos dois tipos. Desta forma, insistir na questão levantada pela outra classe possibilitou a emergência de questões a todos os alunos, uns se tornaram interlocutores dos outros ocorrendo a troca de procedimentos, ou seja, houve uma aprendizagem partilhada⁽⁶⁷⁾. Mesmo os alunos que tinham o conhecimento matemático prévio mais elaborado quanto à generalização puderam perceber a limitação de seus procedimentos.

A heterogeneidade dos instrumentos matemáticos dos alunos do noturno não emergiu somente quando lhes foram solicitados cálculos relativos à contagem do tempo, tal diversidade foi demonstrada também nas Atividades At.6.3.Contagem de cadeiras. A

⁽⁶⁶⁾ Os registros de J(19,m) referentes a esta aula se perderam.

⁽⁶⁷⁾ Conforme é conceituada em OLIVEIRA, Z. M. R. - "A natureza do ensino segundo uma perspectiva sócio-interacionista", in Revista ANDE. S.Paulo, Cortez, 1992, ano 11, no. 18.

pesquisadora não aceitou o papel de julgadora dos resultados que os alunos começaram a falar imediatamente após a Professora fazer a proposta inicial⁽⁶⁸⁾; ela solicitou-lhes explicações, o que, de certa forma, possibilitou que eles mesmos avaliassem suas respostas⁽⁶⁹⁾.

TRECHO DE DISCUSSÃO 24

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras -- At.6.3.

Até a fala 20 a Professora e a pesquisadora explicaram a tarefa com intervenção de alguns alunos que tentavam entendê-la melhor e outros adiantar-se na sua execução.

A21 - S(28,m) -- Sessenta e quatro.

A22 - Pesq -- Será? Como é que você achou que é sessenta e quatro?

A23 - J(25,m) -- Pra mim é mais.

A24 - Pesq. -- Ele acha que é mais. Vocês tem que achar um jeito de... Tem um número certo de pés. Tem que achar um jeito de mostrar pra gente como é que achou o sessenta e quatro.

A25 - A(19,m) -- Dezoito vezes quatro.

A26 - Pesq. -- Será que dá sessenta e quatro?

A27 - Pesq. -- O A(19,m) acha que dá sessenta e quatro. Vocês têm que achar um jeito de provar que deu sessenta e quatro. Ele tem que provar que dá mais.

A28 - S(28,m) -- Cem pés.

A29 - J(25,m) -- Dá uns sessenta e oito. Quantas cadeiras são?

A30 - Pesq -- Não sei, conta.

A31 - S(25,m) -- Dezoito cadeiras.

A32 - Pesq -- Então cada um vai achar um jeito de mostrar quantas são.

A33 - E(18,m) -- É sessenta e oito.

A34 - Pesq -- Como é que você chegou nesse número, só porque ele falou? Tem que mostrar como contou. Por que você acha que é sessenta e oito?

A35 - E(18,m) -- É isso mesmo. Fui contando as cadeiras e somando os pés.

A36 - Pesq -- Como você fez?

A37 - E(18,m) -- Eu fiz assim: quatro e quatro, oito, e quatro, doze, e quatro, dezesseis, em quatro cadeiras.

A38 - E(18,m) -- Ali tem quatro com quatro são oito, com oito são dezesseis. Dezesseis em quatro cadeiras. Em oito cadeiras dá trinta e dois.

A39 - Pesq -- Você tem oito cadeiras por enquanto, escreve pra não esquecer.

A40 - S(28,m) -- Oito cadeiras é muito.

A41 - S(28,m) -- São sessenta e quatro.

A42 - Pesq -- Sessenta e quatro em quantas?

A43 - J(25,m) -- Em dezesseis cadeiras.

A44 - Pesq -- Em dezesseis cadeiras, quantas são?

A45 - J(25,m) -- Sessenta e quatro.

⁽⁶⁸⁾ Vide At.6.3.Contar os pés das cadeiras.

⁽⁶⁹⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in *Cardernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

A46 - Pesq -- Dá sessenta e quatro em dezesseis, quantas cadeiras tem na classe?

A47 - J(25,m) -- Dezoito.

A48 - Pesq -- Dezoito, então tão faltando duas pra fazer dezoito.

A49 - S(28,m) -- São setenta e duas pernas

A50 - E(18,m) -- Setenta e duas pernas.

A51 - Pesq -- Setenta e duas pernas. Vocês sabem escrever o que nós falamos? Oito mais oito vocês sabem escrever.

A52 - J(25,m) -- Oito mais oito, dezesseis.

A53 - Pesq -- Então vocês sabem escrever isso.

As questões A26 -- para toda classe -- e A27 -- para A(19,M) e para S(28,m) se referindo ao J(25,m) -- originaram grande burburinho na classe. Mesmo assim, as respostas continuaram sem explicação, os alunos não aceitaram o papel⁽⁷⁰⁾ de elaboradores de monólogos⁽⁷¹⁾ que a pesquisadora desejava que eles assumissem. S(28,m) interpretou A26 como um questionamento do seu resultado e, como seu colega J(25,m) declarasse que daria mais, ele falou em "cem" que era um número que considerava grande.

Aos poucos a insistência da pesquisadora, aliada às questões estruturadoras que ela foi levantando, foi surtindo efeito e alguns alunos começaram a explicitar oralmente seus procedimentos. As explicações eram em sua maior parte aditivas⁽⁷²⁾ e dois ou mais alunos participavam constituindo o que definimos como discussão⁽⁷³⁾, que pode ser percebida nas falas A33 à A52 do Trecho de Discussão 24. Já o Trecho de Discussão 25 transcreve um diálogo entre a pesquisadora e A(19,m) que, em A25 do Trecho de Discussão 24, tentara, sem sucesso, uma abordagem multiplicativa.

TRECHO DE DISCUSSÃO 25

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras - At.6.3

A66 - Pesq -- E você, A(19,m), como é que você acha?

A67 - A(19,m) -- Não sei.

A68 - Pesq -- Quantas cadeiras são?

⁽⁷⁰⁾ OLIVEIRA, Z. M. R. - *Jogo de papéis: uma perspectiva para análise do desenvolvimento humano*. São Paulo, tese dout., Inst. de Psic. USP, 1988.

⁽⁷¹⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Lúria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁷²⁾ CARVALHO, D. L. de - *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

⁽⁷³⁾ Vide Capítulo II.

A69 - A(19,m) -- Setenta e duas.

A70 - Pesq -- E quantos pés são? Como é que você achou setenta e duas, achando? Ou foi porque o S... <S(28,m)> falou? Dezesseis com dezesseis, trinta e dois pés, são quantas cadeiras?

A71 - Pesq -- Quatro e quatro, oito, duas cadeiras, oito e oito, dezesseis. Quantas cadeiras são? São quatro já. Depois dezesseis com dezesseis, são quatro mais quatro.

A72 - A(19,m) -- Dezesseis com dezesseis são trinta e dois.

A73 - Pesq -- São quatro mais quatro, quantas cadeiras são?

A74 - A(19,m) -- Oito.

A75 - Pesq -- Então por enquanto são oito cadeiras, vai escrevendo.

Entre A70 e A71, o aluno permanece em silêncio. Não foi somente A(19,m) quem tentou uma abordagem multiplicativa, J(23,m) também o fez. Como se pode perceber no Trecho de Discussão 26, a pesquisadora tentou investigar se a multiplicação citada por este aluno não se referia à memorização da tabuada sem nenhum outro referencial que lhe possibilitasse uma autocorreção.

TRECHO DE DISCUSSÃO 26

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras -- At.6.3.

B1 - Pesq -- Você lembra que falou isso? Tenta sair desse jeito: eu tenho quatro vezes oito, um jeito pra escrever isso. Do jeito que você estava pensando.

B2 - J(23,m) -- Quatro vezes oito?

B3 - Pesq -- É. Quanto que vai dar?

B4 - J(23,m) -- Não sei.

B5 - Pesq -- Quantas cadeiras eu tenho?

B6 - J(23,m) -- Vinte e quatro.

B7 - Pesq -- Quatro vezes oito é vinte e quatro? Como você sabe?

B8 - J(23,m) -- Porque eu conto.

B9 - Pesq -- Como você conta?

B10 - J(23,m) -- Contando.

B11 - Pesq -- E se eu digo pra você que quatro vezes oito não é vinte e quatro? Como você vai contar? Acha um jeito de contar quatro vezes oito.

B12 - J(23,m) -- Eu confundi.

B13 - Pesq -- Confundi o quê?

B14 - J(23,m) -- Eu pensei que era três vezes oito que a senhora tava falando.

B15 - Pesq -- Três vezes oito? Quantos pés tem cada cadeira?

Entretanto, a investigação da pesquisadora não atingiu seu objetivo. A tentativa de referência ao número de pés da cadeira foi considerado sem sentido para o aluno que abandonou a discussão, não respondendo a questão B15. Ele abandonou também a tentativa multiplicativa e fez um registro aditivo -- fig. 51.

A Atividade At.6.3.Contagem de cadeiras será analisada em mais aspectos no item 7 pois há registros gráficos da mesma.

7. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS OPERAÇÕES

Se, para conseguir que os alunos descrevessem oralmente os seus procedimentos, foi necessário muita argumentação da pesquisadora, para que os representassem graficamente a insistência foi constante em todas as aulas; eles negavam ter conhecimento suficiente para executar tal tarefa, por isso nem sempre os apelos da interlocutora foram bem sucedidos. Mesmo quando aquelas pessoas elaboravam registros gráficos, ocorriam problemas de duas naturezas: os, já mencionados, relativos à perda de informação pelo desejo dos alunos de passar a limpo o que haviam produzido; outros relacionados à cópia de registros colocados na lousa ou grafados por um colega no caderno.

Era difícil para aquelas pessoas compreenderem que, na situação escolar o objetivo não é resolver aquele problema colocado naquele dia, mas adquirir procedimentos gerais que nos sirvam de instrumentos intelectuais⁽⁷⁴⁾ para atuar em qualquer contexto. Os conhecimentos adquiridos nas atividades pragmáticas nem sempre são eficazes e, principalmente no caso das operações matemáticas, transformá-los em mais sofisticados requer a utilização de algum registro gráfico. Estes registros devem ser construídos a partir dos registros que o aluno já é capaz de fazer e não negando estes últimos.

Alguns registros gráficos por si só não indicam procedimentos diversos, por isso muitas análises foram baseadas em depoimentos dos alunos gravados em áudio e em vídeo.

7.1. O uso do zero e as operações

Em alguns casos, as dificuldades que os alunos demonstraram na utilização do zero no sistema de numeração decimal interferiram nas operações que eles estavam realizando. Às

⁽⁷⁴⁾ WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

vezes esta interferência não prejudicou o resultado da operação, seja porque fosse uma simples cópia -- B(42,m) na fig. 50 --, seja porque os alunos interpretavam corretamente o número mal escrito. J(19,m) leu como 100 o resultado de

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20$$

apesar de ter escrito 10 <fig. 52>, ele tinha o referencial da atividade de contagem de grupos de 20 palitos que realizara na At.6.2.Contagem de palitos. A(17,m) interpretou como 103 o resultado de

$$83 + 20 \text{ <fig. 61>}$$

que escrevera 13, tanto que o adicionou a 16 e escreveu como resultado 119; este aluno, como será analisado em 7.2, fazia suas adições completando dezenas exatas e, 20, sob este ponto de vista, já é exato.

Já no caso de M(30,f) <fig. 57>, a utilização errada do zero para escrever o preço da bolacha -- era Cr\$ 22,00 e não Cr\$ 202,00 -- acarretou um resultado incorreto; espontaneamente⁽⁷⁵⁾, ela resolveu adicionar os preços dos produtos que escrevera -- Atividade At.4.Preço de produtos, primeira aula -- e utilizou o algoritmo escolar, corretamente por sinal, para encontrar a soma; como se pode observar pelo número 1 escrito acima do zero do 202. Esta aluna descrevera em sua entrevista como avaliava se uma conta que deveria pagar ou um troco que recebia estavam ou não corretos; conferia as contas, a pagar ou a receber, por estimativa, considerando inicialmente as dezenas exatas e depois verificando as unidades. A partir destas informações, aulas depois, quando a aluna já tinha condições de corrigir a escrita do número, a adição

$$22 + 65 + 45$$

foi refeita tendo como parâmetro a estimativa utilizada fora da escola. Tanto a Professora como a pesquisadora estavam empenhadas em desfazer a concepção de incapacidade que aquela aluna

⁽⁷⁵⁾ Nenhuma das interlocutoras havia proposto que os alunos adiciassem os preços que escrevessem.

alimentava⁽⁷⁶⁾ e possibilitar que ela incorporasse o conhecimento que adquirira na prática ao escolar.

7.2. Procedimentos próprios

Alguns dos procedimentos não eram os usuais escolares, tinham características próprias do aluno que o representara graficamente. Gradativamente os registros foram sendo grafados com a linguagem matemática acessível a alunos deste nível escolar. Sendo assim, nem sempre foi possível identificar as características dos procedimentos analisando somente os registros gráficos, foi necessário tomar como referência também aos depoimentos dos alunos gravados em vídeo ou áudio e as anotações do caderno da pesquisadora, como ocorreu com o procedimento de M(30,f), já descrito em 7.1.

A(50,f) usou a propriedade associativa da adição para somar as colunas das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>". A análise do registro que a aluna produziu <fig. 62> nos permite perceber os subtotais, alguns indicados por arcos. Por exemplo, na segunda adição de cima, os dois arcos que saem da primeira parcela indicam que, àquela parcela, foram adicionadas a segunda e a sétima e o resultado está escrito à direita, ou seja, foi realizado

$$7 + 6 + 7 = 20.$$

Nem todos os cálculos estão indicados com tanta clareza, porém os resultados estão corretos.

S(17,m) também usou a propriedade associativa da adição ao propor que se separassem os nove números correspondentes⁽⁷⁷⁾ ao número de letras de cada linha do texto coletivo -- At.6.1.Contagem das letras de um texto coletivo -- em três adições de três parcelas cada uma e depois fossem somados os três subtotais. Outro fato que corrobora nossa hipótese da

⁽⁷⁶⁾ Vide DAVIS, P. J. & HERSH, R. - **A experiência matemática**, trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985; e MARTINS, M. L. R. - "Os aspectos: conteúdo pedagógico - e o matemático", in Baldino, R.R. - **O aluno real**; Rio de Janeiro, mimeo., 1984.

⁽⁷⁷⁾ Os números eram: 24, 20, 26, 25, 14, 19, 22, 19 e 7; as adições montadas, por S(17,m) foram:

$$\begin{aligned} 24 + 20 + 26 &= 70, \\ 25 + 14 + 19 &= 58 \text{ e} \\ 22 + 19 + 7 &= 48. \end{aligned}$$

utilização desta propriedade nas atividades práticas foi a classe aceitar o recurso como válido sem o apoio prévio de nenhuma das duas interlocutoras, como era usual nas aulas do vespertino⁽⁷⁸⁾.

Considerar, para os cálculos mentais, antes as dezenas que as unidades parece ser um procedimento comum nas operações de adição e subtração utilizadas na vida prática⁽⁷⁹⁾. Entretanto, os procedimentos com esta característica que os alunos utilizaram não eram os mesmos; dois destes procedimentos foram descritos durante a aula de contagem das letras do texto coletivo -- At.6.1.Contagem das letras de um texto coletivo.

Um dos procedimentos, representado como tradicionalmente se faz na escola⁽⁸⁰⁾, foi descrito por F(14,f) no Trecho de Discussão 27.

TRECHO DE DISCUSSÃO 27

16/09 - VESP. - ATIV.: Explicar uma adição -- At.6.1.

A pesquisadora solicitara a F(14,f) que explicasse como havia feito a adição

$$24 + 20 + 26 = 70.$$

A7 - F(14,m) -- Eu comecei contando no dedo.

A8 - Pesq. -- Me conta como é que você fez.

A9 - F(14,m) -- Vinte mais vinte, quarenta. Com mais vinte, sessenta. E quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. São setenta...

Como afirmara, em A7, F(14,f) utilizou os dedos para somar as unidades do 24 às do 26, como foi descrito em A9. Este procedimento requer grande habilidade em cálculo mental porque, como não há registro dos subtotais, a pessoa pode perder-se antes de terminar a operação se as parcelas forem muitas. A(24,f) cometeu este tipo de erro, não aceitara a sugestão de S(17,m) e tentava somar todos os números de uma só vez.

⁽⁷⁸⁾ Nem todos os alunos fizeram três adições com três parcelas, alguns organizaram os números da seguinte forma:

$$24 + 20 + 26,$$

$$25 + 14 \text{ e}$$

$$19 + 22 + 19 + 7.$$

⁽⁷⁹⁾ CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. C. & SCHLIEMANN, A. - *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez Editora, 1988. pp. 23 a 43.

⁽⁸⁰⁾ Ou seja, colocando uma parcela sob a outra, o sinal ao lado das mesmas, passando um traço para indicar que os números acima dele serão operados e sob ele será colocado o resultado da operação.

Já R(22,f) utilizara um procedimento que permite o registro dos subtotais e evita o recurso que os próprios alunos chamavam de "vai um"⁽⁸¹⁾. A pesquisadora propôs o registro descrito a seguir que foi copiado por V(16,f) <segunda operação da fig. 63>. Para somar

$$25 + 14 + 19:$$

- mentalmente, fazemos

$$20 + 10 + 10 = 40$$

e colocamos o resultado abaixo do traço, é o subtotal das dezenas;

- depois fazemos, também mentalmente,

$$5 + 4 + 9 = 18$$

e colocamos o subtotal das unidades abaixo do das dezenas;

- somamos os dois subtotais,

$$40 + 18,$$

temos 58 que é o resultado da adição em questão.

Outro procedimento para fazer adições, que os alunos apresentaram e que também se baseia no sistema de numeração decimal⁽⁸²⁾, diz respeito a completar dezenas. Este procedimento foi explicado por A(17,m) -- Trecho de Discussão 28 -- e utilizado também por S(17,m), segundo sua declaração no Trecho de Discussão 29. Os alunos, por sugestão da Professora, haviam escrito na folha as adições que fizeram para calcular os totais requeridos para o preenchimento das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>".

TRECHO DE DISCUSSÃO 28 (ÁUDIO)

27/11 - VESP. - ATIV.: Explicar adições -- At.7.

A Professora sugerira que eles utilizassem os palitos para fazer as adições, mas A(17,m) não os utilizara, fizera "de cabeça".

A27 - Pesq. -- Eu vou te ensinar... Então, você vai pôr no papel exatamente como você fez. Dez mais dez ... Você não falou dez mais dez mais nove? Mais nove, deu vinte e nove. Então você vai

⁽⁸¹⁾ A expressão "vai um" se origina da orientação que o professor dá aos alunos para executar uma adição, com as parcelas dispostas como descrito em (80), o aluno deve iniciar somando as unidades; se a soma das unidades resultar maior ou igual a uma dezena ele deve escrever o número de dezenas em cima do algarismo que corresponde às dezenas na primeira parcela de cima. Em geral, o professor ensina esta técnica operatória com somente duas parcelas e com números menores que 100, logo só é possível completar uma dezena e o número escrito em cima, ou número que "foi", é sempre 1, donde o nome "vai um".

⁽⁸²⁾ Nem sempre os alunos utilizam só a base dez, às vezes, procuram completar cinco com cálculos intermediários, usando, portanto uma base mista; nenhuma das pessoas que participaram desta pesquisa revelaram ter utilizado tal procedimento.

pôr no papel. Depois, você fez mais quinze, deu quarenta e quatro. Mais treze, deu cinqüenta e sete. Como é que você sabe que deu cinqüenta e sete? Como é que você sabe que deu quarenta e quatro?

A28 - Pesq. – Tá bom! Agora você tem vinte e nove mais quinze, como você sabe? Me conta?

A29 - A(17,m) – Vinte e nove. Ponha um dos quinze em cima do vinte faz trinta. E...

A30 - Pesq. – Um dos quinze em cima do vinte faz trinta. Ahm?

A31 - A(17,m) – Aí, pega os quatorze, quarenta e quatro.

A32 - Pesq. – Quarenta e quatro. Somou os trinta mais ...

A33 - A(17,m) – Mais os quatorze.

A34 - Pesq. – Tá legal! E aqui?

A35 - A(17,m) – Aqui eu ..., quarenta e quatro com três por cima faz cinqüenta e sete, com mais quatorze, setenta... setenta e um.

Entre A27 e A28, num sussurro, A(17,m) explica algo que não se entende, a pesquisadora o ajuda a organizar seu monólogo⁽⁸³⁾. Para explicar a adição

$$29 + 15^{(84)},$$

o aluno consegue organizar seu discurso, apesar de, em A29, para completar as três dezenas, ele ter colocado uma das unidades do 15 "em cima" do 9 e não do 20, como declarou. Já em A35 ele omite alguns cálculos para explicar

$$44 + 13 = 57,$$

ele está colocando, ao mesmo tempo, as três unidades do treze "por cima" das quatro do quarenta e quatro e a dezena do treze "por cima" das dezenas da outra parcela. Este mesmo aluno conseguiu grafar seu procedimento de basear suas adições na decomposição dos números em dezenas e unidades como se pode observar nas figs. 65 e 66. Ao registrar seu procedimento A(17,m) conseguiu reelaborar a adição

$$7 + 6,$$

que fizera errado <primeira adição da fig. 65>, e perceber que esta é uma das utilidades do registro escrito, pode ser relido e corrigido. Seu colega S(17,m) registrou suas adições com o registro usualmente proposto na escola, declarou, porém, que utilizava o mesmo procedimento que A(17,m).

⁽⁸³⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁸⁴⁾ Refere-se às quatro primeiras linhas do vespertino das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>".

27/11 - VESP. - ATIV.: Explicar adições – At.7.

C1 - Pesq. – Olha. Eu quero que você me conte como é que você sabe que vinte e nove mais quinze dá quarenta e quatro.

C2 - S(17,m) – Tira um dos quatro põe em cima dos nove fica o trinta. Depois pega os quatorze põe aqui em baixo dá o resultado quarenta e quatro.

C3 - Pesq. – Tá legal! O mesmo jeito que o A...<A(17,m)>...?

C4 - S(17,m) – Quarenta e quatro mais treze, cinqüenta e sete mais quatorze, setenta e um e ...

C5 - Pesq. – Exatamente, vamos parar um pouquinho. Como é que você sabe que cinqüenta e sete mais quatorze dá setenta e um?

C6 - S(17,m) – Por que quatro e três dá sete, não é? Aqui fica o quê? Fica cinqüenta e sete, aqui põe os dez fica sessenta. Aqui põe os sete em cima do quatro, fica setenta e um.

C7 - Pesq. -- Hummm... Tá legal!

C8 - S(17,m) – Setenta e um mais nove ... dá oitenta.

C9 - Pesq. -- Issssso. Joinha! Os outros você fez assim?

C10 - S(17,m) – É. Fiz assim.

C11 - Pesq. – Foi pensando assim?

Apesar de S(17,m) ter aceito a sugestão da pesquisadora de que seu procedimento era semelhante ao de A(17,m), é possível perceber em C2 e C6 uma pequena diferença; ele decompunha uma das parcelas em dezenas e unidades e depois somava as unidades à outra parcela e finalmente as dezenas da parcela decomposta.

Novamente a pesquisadora insiste para que o aluno explicita oralmente as passagens do seu procedimento. S(17,m), como seu colega, omite algumas passagens:

- em C2, para explicar

$$29 + 15 = 44,$$

fala em tirar 1 dos 4 que provavelmente fora obtido depois de efetuar a subtração

$$5 - 1,$$

mas essa parte ele não explicou;

- para explicar

$$57 + 14 = 71,$$

em C6, ele retoma

$$44 + 13 = 57$$

e explica somente o 7 das unidades que é "colocado em cima" do 4 do 14 e o 11 intermediário, da soma

$$7 + 4,$$

também é omitido.

7.3. Cultura da cópia

Além do desejo de ter suas pastas de Matemática bem organizadas e corretas⁽⁸⁵⁾ que levava os alunos a passarem a limpo os seus registros, eles solicitavam modelos para grafar os procedimentos que haviam utilizado para fazer as atividades. A Professora, na maioria das vezes, e a pesquisadora, sempre, recusavam-se a fornecê-los, o que levou alguns alunos a esperar que os procedimentos usados pelos seus colegas fossem colocados na lousa e copiassem esses registros em seguida.

Já comentamos sobre as cópias da lousa que S(15,f) <fig. 32>, A(50,f) <fig. 33> e B(42,m) <fig. 50> fizeram e que acarretaram erros referentes ao uso da vírgula do cruzeiro ou do zero. Estes não foram os únicos registros incorretos, houve erros também na representação de operações. Na fig. 67, se pode perceber que F(43,f) escreveu duas vezes o 10, resultado da soma de

$$4 + 6,$$

e, na fig. 68, que A(24,f) não escreveu a quarta parcela de sua terceira adição⁽⁸⁶⁾. Observando a fig. 69, percebemos que A(16,f) copiou as adições que S(17,m) havia proposto e os resultados de outra associação de números, além disso, o 2 assinalado acima das duas primeiras operações só teria razão de ser na terceira, se estivesse completa⁽⁸⁷⁾.

Os erros de cópia de F(43,f), A(24,f) e A(16,f) indicam que nenhum dos registros escritos na lousa correspondia ao procedimento que elas tinham utilizado; elas registraram seus

⁽⁸⁵⁾ Nem sempre ao que os alunos se referiam como "erro" correspondia a erro matemático, muitas vezes o termo "correto" tinha como referência um suposto modelo de linguagem escolar que deveria ser seguido.

⁽⁸⁶⁾ Para A(24,f) seria

$$19 + 22 + 19 + 7.$$

⁽⁸⁷⁾ Mesma adição citada em (86).

procedimentos próprios no caderno e não os passaram a limpo na folha arquivada na pasta de Matemática. Se compararmos os dois registros feitos por F(16,f) no mesmo dia <figs. 70 e 71>, podemos confirmar este fato; a pesquisadora anotou em seu caderno que a aluna havia realizado a adição colocando à direita de cada três parcelas um total parcial, porém, ao passar a limpo, escreveu só o resultado -- e errado, era 176 e não 167 <fig 70> --, copiou, da lousa, os subtotais escritos que correspondiam ao procedimento proposto por S(17,m).

Nem sempre os alunos esperavam o referedum de uma das interlocutoras para copiar; se eles próprios considerassem um colega bem sucedido em Matemática, transcreviam seus registros para sua folha. Comparando as figs. 51 e 72, é possível perceber que M(22,f) copiou o registro de J(23,m) que estava sentado ao seu lado. Suas anotações revelam que ela não procurou corresponder os algarismos nas linhas, o fez somente nas colunas, além de adornar o zero, talvez desejosa de torná-lo maior.

O significado exclusivo de tarefa escolar sem incorporar o de instrumento de representação do registro parece presente também quando se analisa a fig. 73; L(65,f) copiou o registro que sua colega do lado, E(61,f), descrevera e a pesquisadora grafara na lousa. Percebe-se que não houve a preocupação de registrar a adição cujo resultado correspondia à resolução do problema, pois a última operação da direita deveria ser

$$68 + 4 = 72.$$

A cópia se torna um problema maior no caso dos alunos que desistem do aprendizado⁽⁸⁸⁾, V(16,f) quando adquiriu um pouco mais de habilidade de cópia passou a fazê-lo, quer da lousa <figs. 63 e 64>, quer dos colegas como veremos mais adiante. O fato da cópia não ter para V(16,f) o significado de registro de procedimento matemático se evidencia quando ela se recusa a explicar cada um deles, respondendo com silêncio a qualquer interpelação das interlocutoras.

⁽⁸⁸⁾ Para maior aprofundamento da relação entre a auto-estima e aprendizagem vide TAYLOR, L. & BROOKS K. - "Building math confidence by overcoming math anxiety", in **Adult Literacy an Basic Education**. Texas University, College Station, Comission on Adult Education, vol. 10, no. 1, 1986.

7.4. A aprendizagem dos procedimentos escolares

Todos os alunos que tinham alguma escolaridade anterior procuravam, e eram incetivados a, utilizar este conhecimento nas aulas referentes à pesquisa. Entretanto, nem sempre eles haviam adquirido este saber num nível tal que conseguissem aplicar em outras situações, mesmo sendo escolares. Quando a pesquisadora pediu a A(20,m) que explicasse seu procedimento para encontrar o ano de nascimento de seus colegas, a partir da idade deles, deu-lhe licença para que utilizasse papel. Ele não conseguiu fazê-lo graficamente, apesar de ter realizado duas tentativas para representar a relação que utilizara⁽⁸⁹⁾:

- se em 90, tenho 20 anos, nasci em 70, pois

$$90 - 70 = 20;$$

- quem tem 16 anos tem 4 anos a menos,

$$20 - 16 = 4;$$

- se tem 4 anos a menos, nasceu 4 anos depois e

$$70 + 4 = 74,$$

então nasceu em 74. As etapas desta sua primeira tentativa podem ser acompanhadas no vídeo, procuraremos transcrevê-las a seguir⁽⁹⁰⁾:

1a.	2a.	3a.	4a.	5a.
74	74	74	74	74
16	16	16	16	16
---	---	---	---	---
	90	20	92	7692

Este registro resultou na fig. 74. A segunda tentativa de A(20,m) em descrever por escrito seu procedimento foi abandonada logo que ele percebeu que efetuando a adição

$$74 + 16$$

ele obteria 90, o 20, o 4 e o 70 não apareceriam; ele rabiscou este registro e desistiu <fig. 75>.

S(17,m) também se aventurou a explicar por escrito como descobrira seu ano de nascimento <fig. 76>, mas só conseguiu escrever uma sequência de números que não o

⁽⁸⁹⁾ "Se tenho mais idade então nasci antes" ou vice-versa, vide Trecho de Discussão 20.
⁽⁹⁰⁾ Os números que estão no lugar dos outros foram sendo escritos por A(20,m) em cima dos primeiros.

encaminhava para 1973; não conseguia grafar o procedimento que utilizara para descobrir tal ano⁽⁹¹⁾.

L(22,f) descreveu para a pesquisadora seu procedimento para fazer adições, era o recurso do "vai um". Entretanto esta aluna não completou os cálculos requeridos para preencher as tabelas da Atividade At.7.Tabelas de distribuição de frequência⁽⁹²⁾.

Para completar os totais parciais e gerais das "Tabelas dos alunos da <nome da escola>" os alunos, além das habilidades já mencionadas⁽⁹³⁾, deveriam ler as tabelas e descobrir os cálculos que devem ser realizados para que todas as linhas e colunas sejam preenchidas. Mais uma vez o conhecimento escolar anterior dos alunos não lhes foi suficiente. A(20,m), apesar da grande habilidade que demonstrava para efetuar adições, cometeu um erro conceitual com relação a esta operação; na fig. 77, é possível observar que este aluno somou os seguintes totais 80<feminino vespertino>, 63<feminino noturno>, 119<geral vespertino>, 163<geral noturno, calculado errado>, 101<masculino noturno> e 39<masculino vespertino>⁽⁹⁴⁾, ou seja, A(20,m) adicionou totais parciais com subtotaís deles mesmo.

As concepções de que o critério de certo/errado é estático, objetivo e é estabelecido pelo professor foram manifestadas por todos os alunos do vespertino. Por exemplo, na aula onde ocorreu a contagem das letras do texto coletivo⁽⁹⁵⁾, no momento em que a pesquisadora começou a discutir os procedimentos da F(14,f) <Trecho de Discussão 27> e da R(22,f) <fig.63>, segundo os quais se iniciam as adições pela esquerda, imediatamente A(20,m) protestou; afirmou que estava errado, que "contas" se começam pela direita. As discussões que se seguiram foram na direção de reelaborar o significado de procedimentos "certos" e "errados" e da utilização de critérios da prática⁽⁹⁶⁾ ou de propriedades matemáticas que o grupo já conheça⁽⁹⁷⁾.

⁽⁹¹⁾ Percebe-se que S(17,m) sabia que nascera em 1973 porque está escrito na mesma folha da qual foi extraída a fig. 76.

⁽⁹²⁾ Vide "Tabelas dos alunos da <nome da escola>".

⁽⁹³⁾ Vide At.7.Tabelas de distribuição de frequência.

⁽⁹⁴⁾ Estes valores constam das "Tabelas dos alunos da<nome da escola>".

⁽⁹⁵⁾ At.6.1.Contagem das letras de um texto coletivo.

⁽⁹⁶⁾ Mesmo aceitando a relação dialética entre as atividades práticas e a aritmética nelas utilizadas, é possível trazer para a escola alguns critérios matemáticos destas atividades; para mais detalhes vide LAVE, J., MURTAUGH, M. & ROCHA, O. la - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping", in ROGOFF, B. & LAVE, J. - **Everyday cognition: its development in social context**. Cambridge, Harvard University Press, 1984.

Analisando os registros elaborados por alguns alunos e seus comentários sobre eles é possível perceber que muitas vezes o conhecimento escolar que eles haviam adquirido antes das aulas referentes à pesquisa conflitava com o resolver as tarefas que estavam sendo propostas. No vídeo F(14,f) tenta fazer a adição da fig. 70 como desejava A(20,m), ou seja, começando pela direita, não consegue. A pesquisadora vai em seu auxílio, porém, em lugar de lhe dar explicações solicita que ela descreva seu procedimento. A aluna desiste da técnica escolar e faz a explanação do Trecho de Discussão 27 e tem sucesso em efetuar a adição.

Uma análise descuidada da fig. 79 pode nos levar a supor que os cálculos de B(42,m) não têm nexos. Se uma das parcelas é 70, como a soma pode ser 66? Porém, solicitando explicações ao aluno, pudemos compreender a lógica do seu registro; ele iniciou a adição pela direita, de acordo com o procedimento escolar usual, somou as unidades: 0 mais 8, dá 8 mais 8, 16. Colocou o 6, o 1 não se escreve, não considerou o fato de tratar-se de uma dezena e continuou a somar as dezenas 7 mais 5, 12 com mais 4, 16. Novamente escreveu o 6 e abandonou o 1. A reformulação dos cálculos de B(42,m) foi feita a partir da reelaboração do seu procedimento que será discutido no item 7.5.

7.5. Reelaboração dos procedimentos

A insuficiência dos procedimentos dos alunos não se restringia somente a lhes impedir de resolver esta ou aquela situação prática ou escolar; muitas vezes, se não fossem reelaborados, impossibilitariam a continuidade dos seus estudos de Matemática. A insuficiência desta segunda natureza era difícil de ser percebida porque pressupõe um conhecimento desta área do saber numa amplitude que os alunos não tinham. Além disso, algumas limitações dos procedimentos que eles utilizavam só se evidenciavam ao serem escritos.

⁽⁹⁷⁾ Por exemplo, é possível somar as dezenas antes das unidades. Para mais detalhes sobre este tipo de auto-avaliação vide FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in *Cardernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

A(20,m) demonstra ter consciência da necessidade da organização gráfica dos números para encontrar a sua soma, pelo menos no que se refere a preço de produtos <Trecho de Discussão 30>.

TRECHO DE DISCUSSÃO 30

12/09 - VESP. - ATIV.: Discussão sobre números - At.1.

A pesquisadora estava fazendo uma síntese sobre as diversas maneiras de utilizar números ressaltando que em alguns casos não havia sentido operar com eles e em outros havia.

A181 - Pesq. -- Por exemplo, ele fazia conta, fazia conta somando o quê?

A182 - A(20,m) -- Olha, eu fazia conta somando dinheiro, preço das coisas, pra comprar coisa tem que ser na base do número, total, preço. Você coloca do jeito pra somar, saber quanto gastou.

Os registros só podem ser reelaborados, no que se refere à linguagem matemática, se forem grafados. No Trecho de Discussão 31 foi transcrito um diálogo de negociação entre a pesquisadora e A(19,m) no sentido do aluno registrar graficamente seu procedimento.

TRECHO DE DISCUSSÃO 31

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras - At.6.3

A(19,m) havia explicado como havia encontrado o número 72.

A76 - J(25,m) -- Tem que pôr o total de pernas?

A77 - Pesq -- Tem que escrever quantas e como você pensou. Por exemplo, ele tá dizendo quatro mais quatro, oito; oito mais oito, dezesseis; dezesseis mais dezesseis, trinta e dois... Tem que escrever. Senão o vento leva o que a gente fala.

A78 - A(19,m) -- Num tá vendo, não?

A79 - Pesq. -- Num tá vendo nada. Tem que escrever aí no papelzinho, senão amanhã a gente já esqueceu. Na escola é assim, a gente não aprende muita coisa nova não. A gente aprende a pôr no papel aquilo que já sabia falar. É isso que é a diferença da escola.

A80 - Pesq -- Escreve o que você me falou, você não sabe escrever oito mais oito? Você lembra que a gente discutiu qual o sinal "de mais"? Não é este o sinal de mais? Então, quatro mais quatro dá quanto? Oito. Se você quiser você pode até pôr aqui. Quantas cadeiras? Uma cadeira. Aqui quantas cadeiras vão ser?

A81 - A(19,m) -- Dois.

A82 - Pesq -- Aí você falou "Oito mais oito". Não é assim que eu escrevo? Quanto dá. Isso aqui você já sabia, não tô falando nenhuma novidade pra você, tô?

A pesquisadora, em A80 e A82, está escrevendo na lousa o que fala. Enquanto solicita o registro, a pesquisadora auxilia A(19,m) a reelaborar seu procedimento, organizando-o para grafá-lo utilizando o conhecimento de linguagem matemática que o aluno já dispõe. Ele realmente consegue registrar o contador que descrevera <fig. 51>. A pesquisadora volta a ressaltar a utilidade da atividade⁽⁹⁸⁾ de registro tentando provocar na classe uma mudança do seu significado, perante a explicitação do questionamento feita por A(19,m).

À medida que os alunos foram conseguindo utilizar o sistema de numeração decimal foi se tornando possível reelaborar adições que eles erravam. Essa reelaboração foi realizado quer os erros fossem relativos ao uso incorreto dos algarismos na representação dos números, quer da utilização errônea da técnica operatória escolar. M(30,f) havia cometido um erro do primeiro tipo dia 12/09, como se pode observar na fig. 57. Quando ela já conseguia corrigir a grafia do 22, lhe foi proposto que avaliasse quanto gastaria comprando bolachas, café e cigarro; ela calculou⁽⁹⁹⁾ que teria um gasto em torno de Cr\$ 150,00 e não o dobro. Retomando sua adição, M(30,f) percebeu o erro.

Alguns alunos desejavam utilizar a técnica operatória do "vai um"; a pesquisadora a relacionou com adicionar dinheiro utilizando somente notas de Cr\$ 1,00, Cr\$ 10,00, Cr\$ 100,00 etc, ou seja, os múltiplos de 10. Na fig. 80 é possível perceber os números indicativos desta relação que a pesquisadora escreveu acima da operação que A(18,m) ia fazer. A utilização desta técnica operatória exige que os alunos escrevam os algarismos numa determinada disposição -- unidades abaixo de unidades, dezenas abaixo de dezenas, centenas abaixo de centenas, etc⁽¹⁰⁰⁾ -- e façam as transformações: 10 notas de Cr\$ 1,00 em 1 nota de Cr\$ 10,00; 10 notas de Cr\$ 10,00 em 1 nota de Cr\$ 100,00; e assim por diante.

B(42,m) passou por um processo semelhante para reelaborar a adição que fizera errado <fig. 81>; avaliou mentalmente a soma tomando como referência dinheiro, percebeu que

⁽⁹⁸⁾ Vide LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

⁽⁹⁹⁾ M(30,f) levou em consideração a inflação do período, em sua estimativa.

⁽¹⁰⁰⁾ A pesquisadora estava se referindo a notas de Cr\$ 1,00, Cr\$ 10,00, Cr\$ 100,00 ...

não poderia ser menor que uma das parcelas. Em seguida a pesquisadora lhe explicou como deveria colocar os algarismos e ele corrigiu <fig. 82>. Entretanto, esta explicação não foi suficiente para que ele avaliasse por si só a outra adição <fig. 83>; houve uma nova intervenção da pesquisadora para que ele fizesse as transformações necessárias à utilização correta da técnica operatória escolar. Ele declarou que utilizava outro procedimento nas atividades práticas, mas desejava aprender o escolar que alguns de seus colegas conheciam. Fato semelhante ocorreu com S(17,m) que na terceira tentativa conseguiu acertar a adição, como se pode observar na fig. 84.

De forma semelhante aos outros itens, no final do semestre, o nível de registro de procedimentos dos alunos não era homogêneo. Alguns alunos já tinham conseguido organizar-se e, com uma pequena orientação da Professora, faziam registros compreensíveis a qualquer leitor que não conhecesse as propostas da atividade. Foi o que ocorreu com S(28,m); é possível observar que as três primeiras adições da fig. 85 estão com a letra da Professora, as outras podem ser percebidas como adições também; analisando as duas últimas linhas, é possível perceber que se trata de distribuições de frequência com indivíduos classificados por sexo. Todas estas informações podem ser percebidas mesmo sem ter como referência as propostas da At.7.Tabelas de distribuição de frequência⁽¹⁰¹⁾.

Já J(19,m) não necessitou do auxílio da Professora para produzir um registro mais completo que seu colega S(28,m), como se pode observar na fig. 86. Os outros alunos que não conseguiram uma organização tão boa não concluíram a At.7.Tabelas de distribuição de frequência ou cometeram erros, como foi o caso de A(20,m) comentado anteriormente. À medida que os registros escolares foram adquirindo algum significado para cada um dos grupos, vespertino e noturno, foram sendo valorizados pelos alunos individualmente.

⁽¹⁰¹⁾ As "Tabelas dos alunos da <nome da escola>" fazem parte desta atividade.

7.6. A multiplicação e a variedade de procedimentos

A At.6.3.Contagem dos pés das cadeiras⁽¹⁰²⁾ suscitou que os alunos utilizassem procedimentos variados e fizessem diversos registros. Não era intenção das interlocutoras sistematizar o conceito ou nenhum dos aspectos da multiplicação nesta atividade, entretanto, analisando os registros gráficos e as descrições orais de procedimentos que os alunos fizeram, podemos perceber abordagens pré-multiplicativas.

O balisamento da análise dos procedimentos não foi a utilização do sinal $\times$ ⁽¹⁰³⁾ e sim a descrição dele que o aluno fez na qual revela seu nível de distanciamento dos procedimentos aditivos⁽¹⁰⁴⁾. As verbalizações de alguns alunos indicam se eles haviam percebido que se tratava de uma operação especial mesmo que não tivessem o vocabulário necessário para explicitar um relação multiplicativa. Para análise dos registros gráficos foram tomados como referência o quanto sua configuração se afastava da organização física dos objetos e o tipo de instrumento matemático de representação utilizado.

Os alunos do noturno utilizaram instrumentos de representação diferenciados com relação aos do vespertino para registrar seus procedimentos de resolução da At.6.3.Contagem de cadeiras. Os registros que ocorreram na classe da tarde envolveram sempre números e não incluíram desenhos ou diagramas. Em ambas as classes a Professora propôs que eles utilizassem os palitos como auxílio na contagem dos pés das cadeiras. No período vespertino, como era usual, sua proposta não foi questionada, ao contrário do noturno onde houve negociação para substituí-los por traços no papel.

Não questionar a proposta da Professora não significou que todos os alunos da tarde lançaram mão dos palitos como auxílio da contagem dos pés das cadeiras. A sugestão foi

⁽¹⁰²⁾ Apesar do nome "contagem", esta atividade foi resolvida, pelos alunos, calculando quantos pés têm 18 cadeiras, se cada uma tem 4 pés, ou seja, estavam se referindo, pelo menos, à adição de parcelas iguais.

⁽¹⁰³⁾ O sinal $\times$, referido à operação multiplicação, apareceu em apenas 3 registros e em 1 dentre eles a utilização não está correta.

⁽¹⁰⁴⁾ CARVALHO, D. L. de - **Multiplicação e divisão; aprendizagem de transformações multiplicativas da pré-escola à 6a.série do 1o.Grau**. São Paulo, CLR Balieiro, 1986.

acatada por A(24,f), L(22,f) e R(22,f); os outros simplesmente guardaram seus palitos e escreveram "4" em suas folhas para representar os quatro pés de cada cadeira. A utilização dos palitos por parte de R(22,f) lhe trouxe alguns problemas operacionais; o formato das carteiras escolares⁽¹⁰⁵⁾ não favorecia o trabalho com 72 palitos roliços que escorregavam; a aluna perdeu-se várias vezes na contagem.

Como se pode observar na fig. 87, R(22,f) representou sua contagem indicando a relação "3<montes> para 12<palitos>", que é uma relação multiplicativa; entretanto, durante toda a discussão com a Professora, a aluna foi induzida a um pensamento aditivo <Trecho de Discussão 32>.

TRECHO DE DISCUSSÃO 32

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras - At.6.3

R(22,f) estava se atrapalhando com a contagem dos palitos e a Professora fora em seu auxílio.

B7 - Profa. -- Vamos lá, quatro aqui e quatro aqui, são quantos?

B8 - R(22,f) -- Oito.

B9 - Profa. -- Mais quatro?

B10 - R(22,f) -- Doze.

B11 - Profa. -- Mais quatro?

B12 - R(22,f) -- Dezesesseis.

B13 - Profa. -- Mais quatro? Vinte. Você quer parar pra anotar e não se perder? Vamos guardar esses vinte? Esses vinte, quantos montinhos foram?

B14 - R(22,f) -- Cinco.

B15 - Profa. -- Ao todo já foram dez montinhos. Agora vamos separar oito montinhos, porque são dezoito.

Dentre os alunos que preferiram utilizar outros instrumentos de representação dos objetos a serem contados estava F(14,f); analisando somente a fig. 88 é impossível compreender o significado do seu registro. Assistindo o vídeo porém, se percebe que a aluna organizou os "4" de acordo com a disposição das cadeiras na sala de aula. Não houve a preocupação da aluna de

⁽¹⁰⁵⁾ Era aquele tipo de carteiras escolares que tem um dos braços em forma de prancheta.

representar todas as cadeiras⁽¹⁰⁶⁾ nem de explicitar a origem de um dos "24" na sua figura, fora da adição

$$24 + 24 + 24 = 72$$

que foi escrita na lousa, aparecem somente dois "24" e um "12" que não aparece como operação. F(14,f) não havia resolvido o problema, representou as cadeiras no seu caderno de maneira incompleta e, ao passar a limpo, copiou, além do seu registro de rascunho, a operação colocada na lousa.

Comparando as figs. 89 e 90 que correspondem, respectivamente, aos registros grafados no rascunho e aos passados a limpo por F(43,f), podemos perceber que ela não resolvera o problema utilizando a adição com três parcelas de 24, usara

$$16 + 16 + 16 + 16 + 8 = 72.$$

Tanto este procedimento como o incompleto de F(14,f) fazem uso da propriedade associativa da adição⁽¹⁰⁷⁾.

Nesta atividade, mais uma vez V(16,f) evita a interlocução da Professora ou da pesquisadora tendo seu registro correto na sua folha da pasta de Matemática, copia os registros do rascunho de F(43,f); compare-se as figs. 89 e 91 para observar o fato.

Logo em seguida à Professora ter sugerido à classe do noturno que utilizasse os palitos como auxiliar da contagem dos pés das cadeiras, os alunos passaram a negociar o abandono dos mesmos como se pode perceber no Trecho de Discussão 33.

TRECHO DE DISCUSSÃO 33

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras -- At.6.3.

Mal a Professora propusera que os alunos contassem as cadeiras, eles começaram a fazê-lo em coro; ela solicitou que a contagem fosse individual e completou a proposta.

A7 - Profa. -- Espera. Depois nós vamos perceber o seguinte: cada cadeira tem quantas pernas? Quatro pernas. Então nós vamos fazer as contas, separando palitos. Quantas pernas tem todas as cadeiras?

A8 - J(25,m) -- Dezoito.

⁽¹⁰⁶⁾ Faltam 5 cadeiras.

⁽¹⁰⁷⁾ A adição foi decomposta em outras com menos parcelas e somados os subtotais.

A9 - Profa. -- Só que é difícil contar de um em um, e vocês vão separando de quatro em quatro. Eu tenho uma cadeira, quantos pés são? Quatro. Então eu separo quatro palitos, aqui vai dar uma cadeira, até chegar no total de cadeiras.

A10 - Profa. -- Uma cadeira, até chegar em toda classe.

A11 - M(22,f) -- Tem que separar os montinhos?

A12 - Profa. -- Tem que separar os montinhos e juntar de quatro em quatro.

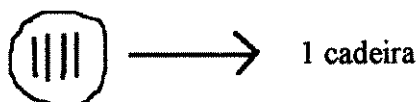
A13 - Profa. -- Primeiro conto quantas cadeiras tem. Depois separo um montinho representando uma cadeira, outro montinho, outra cadeira...

A14 - Profa. -- A minha cadeira também vale.

A15 - M(22,f) -- Não é melhor fazer risquinho na folha?

A16 - Pesq. -- Se alguém quiser fazer, faz.

Em A8, é possível perceber que J(25,m) não para sua contagem para ouvir a Professora, somente lhe dá atenção quando ela vai à lousa, e propõe a outra representação <A9>:



Enquanto a negociação se desenvolve, eles não começam o registro da contagem. Alguns alunos, como E(18,m), desmancham seus agrupamentos de 20 palitos construídos em uma das aulas anteriores. Somente depois da permissão da pesquisadora para que eles utilizassem o desenho no lugar dos palitos <em A16> é que eles começam a trabalhar no problema proposto. Ninguém utilizou os palitos e vários alunos fizeram desenhos para auxiliar sua contagem. L(65,f) fez pequenos traços agrupados de quatro em quatro, seu registro revela mais do seu procedimento do que as adições sucessivas que a aluna copiou da lousa <fig. 73>.

Na classe do noturno, houve necessidade de maior argumentação também para que os alunos que haviam calculado mentalmente o número de pés das cadeiras representassem graficamente seus procedimentos⁽¹⁰⁸⁾. Esta negociação não foi totalmente eficaz, S(28,m) escreveu somente o resultado, mesmo depois de grande insistência da pesquisadora.

⁽¹⁰⁸⁾ Vide Trecho de Discussão 31.

Além de se diferenciarem dos produzidos pelos alunos do vespertino, os registros do noturno apresentaram heterogeneidade dentro do próprio grupo. Ocorreram registros como o de A(19,m), que não resolveu o problema e apenas copiou um trecho do registro de J(25,m) <figs. 92 e 93>, e o do próprio J(25,m), que utilizou a propriedade: "10 cadeira<s com 4 pés cada uma> dá 40" <fig. 93> que se aproxima da técnica operatória tradicionalmente utilizada na escola. Este aluno sugeriu em voz alta que se multiplicasse por 10; a pesquisadora atuou no sentido de incentivá-lo a utilizar a essa propriedade matemática, mas julgou prematuro levar a discussão a toda a classe.

Outro procedimento que ocorreu no noturno, também baseado na propriedade associativa, foi a montagem de um contador utilizado por J(23,m) <fig. 51>. Este aluno verbalizou a multiplicação: "-- Quatro vezes oito?"⁽¹⁰⁹⁾ Porém não conseguiu grafá-la nesta forma, como não havia conseguido explicar como chegara ao resultado, incorreto, 24. Ele conseguia somar, via contador, 4 parcelas de 4, pois, em seu registro, 16 correspondia ao número de pés de 4 cadeiras e a adição

$$16 + 16 = 32$$

representava o cálculo do número de pés de 8 cadeiras. Este conhecimento fica evidenciado nas parcelas da adição

$$32 + 32 + 8 = 72,$$

na mesma fig. 51⁽¹¹⁰⁾. Entretanto não o relacionou à multiplicação enunciada.

Para desenvolver a At.6.3.Contagem de cadeiras, foram utilizados outros tipos de procedimentos, tanto pelos alunos do vespertino como do noturno, julgamos, entretanto, interessante comparar as formas como alguns alunos abordaram os dois problemas envolvidos na atividade: contagem dos pés das cadeiras e dos membros das pessoas presentes à aula. Com este objetivo, foi elaborado o item 7.7.

⁽¹⁰⁹⁾ Vide B2 do Trecho de Discussão 26.

⁽¹¹⁰⁾ J(23,m) somou o número de pés de oito cadeiras, indicado pela primeira e segunda parcelas, e o de duas carteiras, terceira parcela.

7.7. O dobro e a mudança de procedimentos

Aos alunos que já haviam feito o registro do procedimento utilizado para saber o número de pés das cadeiras foi sugerido que calculassem o número de pernas das pessoas presentes. Sendo assim, somente dois alunos do vespertino chegaram a abordar este problema e o fizeram utilizando o mesmo procedimento que haviam usado para contar os pés das cadeiras.

L(22,f) utilizou, para contar os pés das cadeiras, um procedimento baseado na propriedade associativa. Como fizeram vários outros colegas, dividiu as 18 parcelas em três adições de seis parcelas cada uma, porém, ao registrar estas operações <fig. 95>, distribuiu os "4" de forma a comprometer a compreensão do procedimento. Lendo seu registro considerando apenas as normas convencionais da representação escolar, L(22,f) teria escrito três adições como:

$$44 + 44 + 44 = 24$$

cujas somas estariam erradas; entretanto, ouvindo sua explicação <Trecho de Discussão 34>, compreende-se que ela desejava representar

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24,$$

ou seja, sob o seu ponto de vista "seis vezes o quatro" está correto⁽¹¹¹⁾. A pesquisadora conversou com L(22,f) explicando o comprometimento da compreensão do seu registro devido as regras de escrita de números no sistema de numeração decimal que se utiliza atualmente.

TRECHO DE DISCUSSÃO 34

06/11 - VESP. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras -- At.6.3.

A pesquisadora solicita que cada aluno que terminou a tarefa apresente seu registro à câmera e explique seu procedimento.

A1 - Pesq. -- Então a Luzia organizou o trabalho dela dessa forma e vai contar como fez.

A2 - L(22,f) -- Fui separando de quatro em quatro.

A3 - Pesq. -- Como é que você achou esse vinte e quatro aqui?

A4 - L(22,f) -- Fui somando os quatro.

A5 - Pesq. -- Como é que você foi somando?

A6 - L(22,f) -- Pegando quatro mais quatro, pegando os palitos.

A7 - Pesq. -- Você foi somando os palitos. Quatro mais quatro dá quanto?

A8 - L(22,f) -- Oito.

⁽¹¹¹⁾ Este tipo de registro que ocorreu somente uma vez nas aulas do âmbito da pesquisa foi freqüente entre os alunos da pesquisadora que estavam no 2o. e 3o. termos nos anos de 1991 e 1992.

A9 - Pesq. – E depois, quatro mais quatro, oito.

A10 - L(22,f) – Aí fui somando mais quatro, deu vinte e quatro... a Profa. <nome da Professora> pediu pra somar os vinte e quatro e deu setenta e dois.

A11 - Pesq. – Cada vinte e quatro era o quê? Quantas cadeiras têm em cada vinte e quatro?

A12 - L(22,f) – Em cada vinte e quatro têm seis cadeiras.

A13 - Pesq. – Seis cadeiras. Então pra saber o total você tinha que somar os três "vinte e quatro"? Tá legal. Obrigado.

A relação "24 corresponde a 6 cadeiras com 4 pés em cada uma" estava implícita no discurso de L(22,f) <A12>. Entretanto, este mesmo procedimento não foi eficaz para resolver o problema da contagem do número de braços das pessoas; estavam presentes nove pessoas na aula da tarde, 9 não é divisível por 6 e o procedimento de L(22,f) estava vinculado a este último número <fig. 95, abaixo, à esquerda>.

O outro aluno do vespertino que utilizou o mesmo procedimento para os dois problemas envolvidos na At.6.3. Contagem de cadeiras foi B(42,f); seu procedimento era aditivo e foi registrado nas figs. 96 e 97. No caso dos pés das cadeiras, devido ao grande número de parcelas, ele usou a propriedade associativa da adição, como se pode perceber pelos subtotaís anotados à direita dos "4" <fig. 96>, num outro canto da página o aluno adicionou os três "24". Já no caso da contagem dos braços das pessoas, B(42,m) não julgou necessário tal agrupamento <fig. 97>.

Os alunos do noturno privilegiaram a relação "dobro", ou seja, multiplicar por dois e não utilizaram o mesmo procedimento que haviam usado para a contagem dos pés das cadeiras para descobrir o número de braços, e/ou de pernas, das pessoas presentes.

Como se pode observar na fig. 73, L(65,f) havia resolvido o problema com traços agrupados de quatro em quatro representando os pés de cada cadeira⁽¹¹²⁾. Para contar os braços e as pernas, agrupou as 15 pessoas presentes em duplas perfazendo sete grupos de quatro pernas e um de duas <fig. 98>; reagrupou as duplas em três quadras <8 pernas indicadas nas três primeiras parcelas da adição acima, à direita> e um trio <6 pernas indicadas na quarta parcela da mesma

⁽¹¹²⁾ Estas adições foram cópia da lousa, provavelmente sem sentido para L(65,f).

operação>. O primeiro procedimento, registrado na fig. 73, pode ter sido até de contagem; o segundo, mesmo sendo aditivo, encaminha para a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição⁽¹¹³⁾.

Observando a fig. 99, podemos perceber que A(50,f) utilizou pequenos traços no papel para mediar a resolução dos dois problemas; a organização destes traços, entretanto, é diferente quando ela usou a relação dobro. Para calcular o número de pés das cadeiras, a aluna utilizou um procedimento semelhante ao de sua colega L(65,f), agrupou os traços de quatro em quatro e anotou os subtotais que foi encontrando à esquerda do desenho; depois parece ter feito

$$16 + 16 = 32,$$

indicou em seguida

$$32 + 32 = 64 \text{ e}$$

$$64 + 8 = 72.$$

Já os traços referentes a braços ou pernas indicam as pessoas, ou seja, correspondem a dois braços, ou duas pernas; os subtotais que A(50,f) foi encontrando estão registrados abaixo dos traços. Provavelmente ela fez mentalmente

$$8 + 8 + 8 + 6 = 30.$$

Seus procedimentos são aditivos e baseados na propriedade associativa da adição. Entretanto, no caso do dobro, a aluna utilizou um registro mais sofisticado matematicamente falando, cada traço representa dois objetos, ou seja, está implícita a relação "dois <braços ou pernas> para um <(a) pessoa>".

M(30,f) tentara resolver o problema da contagem dos pés das cadeiras utilizando o contador como seu colega, J(23,f) <fig. 51>; não conseguiu <fig. 100>. Para saber o número de pernas das pessoas presentes, usou outro procedimento, fez pequenos traços no seu caderno, que não passou a limpo na folha da pasta de Matemática; a aluna registrou somente duas adições <fig. 101>

$$8 + 8 = 16 \text{ e}$$

⁽¹¹³⁾ Foi utilizada a propriedade associativa da adição várias vezes.

$$16 + 14 = 30.$$

As duas operações correspondem a subtotais obtidos na contagem dos traços desenhados no caderno. A pesquisadora explicou para a aluna que este segundo procedimento, apesar de ser mais simples, matematicamente falando, lhe era mais útil, pois ela o dominava, tinha os instrumentos necessários para utilizá-lo eficazmente.

E(61,f) havia produzido um registro no qual cada pequeno traço significava um pé de cadeira <fig. 102>; quando foi calcular o número de pernas e de braços das pessoas utilizou um representação que não faz referência à configuração física dos objetos que estavam sendo contados, o dobro de 15 <abaixo e à direita da fig. 102>. Ainda que ambos os procedimentos sejam aditivos⁽¹¹⁴⁾, apresentam diferença em relação ao fato dos instrumentos de registro se afastarem das características físicas das situações em estudo.

S(28,m) que relutou em representar seu procedimento para calcular os pés das cadeiras, e não o fez, colocou só o resultado "72 pés"; utilizou a multiplicação para saber o número de pernas e braços das pessoas presentes <fig. 103>. Para descobrir o produto tentou inicialmente contar as pernas de duas em duas pessoas, sua adição

$$2 + 2 = 8$$

significava "<as 4 pernas de> 2 <pessoas> adicionadas <às 4 pernas de outras> 2 <pessoas> perfazem um total de 8 <pernas>; entretanto, 15 não é divisível por dois e este procedimento não seria eficiente. Sendo assim, observando a fig. 103, podemos perceber que S(28,m) somou 15 duas vezes, utilizando o sinal X para representar a adição que ia fazer; anotou o dez, provavelmente como referência da adição das unidades. Este aluno utilizou a adição de parcelas iguais para resolver a multiplicação. No caso do cálculo do número de braços, ele não julgou necessário repetir todos os passos, fez somente outra adição igual à utilizada antes.

Fazer duas adições de duas parcelas iguais a 15 foi o procedimento utilizado também por J(23,m); ele -- Trecho de Discussão 26 -- tentara fazer uma multiplicação para

⁽¹¹⁴⁾ A adição que está diretamente relacionada à situação física do cálculo do número de braços e pernas de 15 pessoas é a de 15 parcelas iguais a 2 e não de duas parcelas iguais a 15.

encontrar o número de pés das cadeiras, não tendo sucesso, utilizou o contador <fig. 51>. Este aluno, como sua colega E(61,f), grafou as duas operações iguais

$$<15 + 15 = 30>$$

utilizando as normas escolares. J(23,m) fez a única referência explícita à prática desta atividade <C70 do Trecho de Discussão 35>.

TRECHO DE DISCUSSÃO 35

06/11 - NOT. - ATIV.: Contagem dos pés das cadeiras – At.6.3.

C68 - J(23,m) – Quinze vezes braços dá trinta, quinze vezes pernas, dá mais trinta.

C69 - Pesq. – E como é que você sabe que quinze vezes dois dá trinta?

C70 - J(23,m) – Quinze parelha dá trinta.

C71 - Pesq. – Como é que você sabe? Explica.

C72 - J(23,m) – Já tá explicado.

C73 - Pesq. – Não tá explicado. E se eu disser que não sei?

C74 - J(23,m) – Dois e dois dá quatro, vai subindo, subindo...

C75 - Pesq. – Subindo como?

C76 - J(23,m) – É uma conta, vou fazer.

C77 - Pesq. – Mas faz no papel.

J(23,m) não compreende como a pesquisadora não se satisfaz com a explicação referida à "parelha", comum na agricultura. Percebe-se, também, que ele, apesar de falar em adições sucessivas de 2, grafou

$$15 + 15 = 30,$$

utilizou a propriedade comutativa da multiplicação numa notação aditiva⁽¹¹⁵⁾.

Já J(25,m), que verbalizou a utilidade da multiplicação por 10 no cálculo do número de cadeiras, conseguiu usar esta propriedade e registrar seu procedimento sem utilizar as normas escolares <fig. 93>⁽¹¹⁶⁾; entretanto, para encontrar o número de braços e pernas, ele as utilizou <fig. 94> e indicou também <observe-se esta mesma figura> o caráter multiplicativo de seu procedimento "15 pessoas a 2 braços daria 30"⁽¹¹⁷⁾.

A(19,m), que verbalizara a necessidade de usar a multiplicação

⁽¹¹⁵⁾ A adição de 15 parcelas iguais a 2 tem o mesmo resultado que a adição de 2 parcelas iguais a 15.

⁽¹¹⁶⁾ De acordo com as normas escolares, J(25,m) deveria "montar a conta" e a propriedade ficaria implícita.

⁽¹¹⁷⁾ 15 na relação 2 para 1 se transformará em 30.

$$18 \times 4$$

para calcular o número de pés das cadeiras, montou um contador utilizando a relação "dobro" sucessivamente <fig. 104>. Na fig. 105, podemos observar que este aluno, para contar o número de pernas das pessoas presentes, utilizou a mesma relação, abandonando, neste caso, o contador; A(19,m) dobrou sucessivamente até 20 -- 10 pessoas --, calculou mentalmente o número de pernas das 5 pessoas que faltavam e as adicionou às 20. Este aluno não julgou necessário calcular o número de braços, simplesmente escreveu que eram 30.

O registro de E(18,m) <fig. 106> está pouco claro, percebe-se uma intenção do aluno de escrever que 8 cadeiras perfazem 32 pés que adicionados a mais 32 completariam os pés de 16 cadeiras; restariam 8 pés, correspondentes a 2 cadeiras, a serem adicionados. Ele dispunha de poucos recursos no que se refere à linguagem matemática escolar para representar o procedimento que utilizara para resolver este problema; entretanto, na contagem das pernas e braços das pessoas <fig. 107>, E(18,m) conseguiu descrever seus cálculos e grafar as multiplicações correspondentes infringindo somente duas regras da notação convencional⁽¹¹⁸⁾.

O procedimento utilizado por J(19,m), descrito por ele mesmo na fig. 108, foi o único que não considerou o fato de serem 18 cadeiras com 4 pés cada uma. Ele utilizou a propriedade associativa da multiplicação em questão, ou seja,

$$\begin{aligned} 4 \times 18 &= \\ ((1 \times 18) \times 2) + ((1 \times 18) \times 2) &= \\ 36 + 36 &= 72. \end{aligned}$$

Se as propriedades utilizadas ficaram claras no seu discurso da fig. 107, o mesmo não aconteceu com relação ao problema da contagem das pernas das pessoas. Em primeiro lugar, J(19,m) usou o sinal + ⁽¹¹⁹⁾ para indicar multiplicação. Além disso, deixou apenas implícito no seu registro que 15 é 3 vezes o 5.

⁽¹¹⁸⁾ Estas regras são: o resultado de operações notadas na horizontal vem após o sinal = e não de um traço e em cada operação deve estar notado seu resultado.

⁽¹¹⁹⁾ Era o único que J(19,m) conhecia pois não tinha passagem anterior pela escola.

Parecia possível iniciar um trabalho sobre a multiplicação com as duas classes, entretanto as interlocutoras, Professora e pesquisadora, preferiram privilegiar a adição com parcelas cuja ordem de grandeza fosse pequena, como já destacado no Capítulo III.

A(50, f) - 27/11

10	7	7.9
91	10 20	75-30
70 20	5	75.7
75	9 7	77-5.6
75 30	6	79-
73	6 12	90-30
74 20	7	78
918	99	779
80		
	2	

4 77	77. 77	97
70-	-70	90-477
4-	-75.30	79.
8	70	78 36
9-	75	94
8-16	-72-24	90-44
9	-10-30	79-
11 30	-72	73-99
63	707	764

fig. 62

V(16, f) - 16/10

			24
2.11	75	77	20x
70	74	79	26x
60+	79x	7x	70
10	70	30	
70	78x	78x	
	58	78	

fig. 63

V(16, f) - 16/10

2 11
2 0
2 6
2 5
2 4
1 9
2 2
7 9
1
1 6 7

fig. 64

A(17,m) - 04/12

$$\begin{array}{r|l}
 7 & 17 \\
 6 & 10 \\
 \hline
 71 & 27 \\
 \hline
 40 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 7 & 17 \\
 6 & 10 \\
 \hline
 13 & 27 \\
 \hline
 & 40
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 137 = 20 \\
 20 \neq 20 = \\
 40
 \end{array}$$

fig. 65

F(43,f) - 16/10

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 25 \\
 20 & 14 \\
 26^+ & 19+ \\
 60 & 40 \\
 10 & 12+ \\
 10 & 52 \\
 70 &
 \end{array}$$

fig. 67

A(17,m) - 04/12

Quanto mulheres são nos 11?

$$\begin{array}{r|l}
 10+10 & = 2 \\
 10+9 & = 19 \\
 4+10 & = 14 \\
 \hline
 19 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 19 & 14 \\
 19+14 & = 23 \\
 10 & 33
 \end{array}$$

fig. 66

A(24,f) - 16/10

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 2 \\
 24 & 25 \\
 20 & 14 \\
 26 & 39 \\
 40 & 64
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 19 & 22 \\
 19 & 64 \\
 64 & 176
 \end{array}$$

fig. 68

A(16,f) - 16/10

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 25 \\
 20 & 14 \\
 26 & 19 \\
 40 & 39
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 22 & 19 \\
 19 & 7 \\
 64 & 17
 \end{array}$$

fig. 69

F(14,0) - 16/10

24✓
20
26
25
14
19
22
19
7
167

fig. 70

F(14,0) - 16/10

70+ 70+70
58 X 58+58
48+ 48+48

fig. 71

M(22,0) - 06/11

7 20 7 6 7 6
3 2 7 6+ 7 6+
3 8 7 2 7 2
0 3 2 3 2
4 2

fig. 72

L(65,0) - 06/11

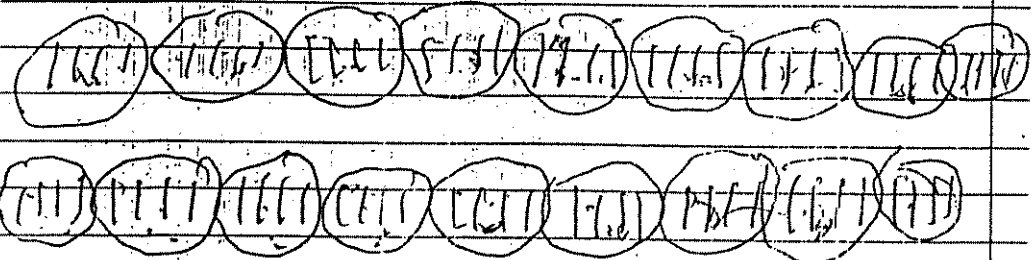
7 cadaver 72
pls plvmoz

72 pls plvmoz
4 8 72 76 20 24 --- 8
4 4 4 4 4 4
8 72 76 78 78 78 72

fig. 73

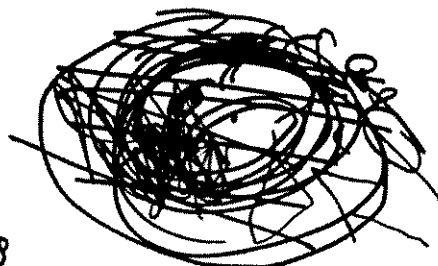
A(20,m) - 12/09

10

$$\begin{array}{r} 74 \\ 16 \\ \hline 76 \end{array}$$

fig. 74

A(20,m) - 12/09



8

fig. 75

S(17,m) - 12/09

1970

1963

1968

fig. 76

A(20,m) - 27/11

$$\begin{array}{r} 7 \\ 80 \\ 163 \\ 101 \\ 39 \\ \hline 565 \end{array}$$

fig. 77

L(22,f) - 27/11

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 10 \\ + 10 \\ \hline 37 \\ + 115 \\ \hline 52 \\ \hline 64 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

fig. 78

B(42,m) - 17/10

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 58 \\ 48 \\ \hline 66 \end{array}$$

fig. 79

A(18,m) - 16/10

$$\begin{array}{r} 2 \\ 150 \\ 80 \\ 130 \\ 90 \\ \hline 450 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10^2 10^1 \\ 1 \\ 40 \\ 134 \\ 142 \\ 349 \end{array}$$

fig. 80

B(42,m) - 26/10

$$\begin{array}{r}
 290 \\
 + 61 \\
 \hline
 351 \\
 \hline
 351
 \end{array}$$

fig. 81

B(42,m) - 26/10

$$\begin{array}{r}
 50 \\
 + 250 \\
 \hline
 300 \\
 \hline
 300
 \end{array}$$

fig. 83

B(42,m) - 26/10

$$\begin{array}{r}
 290 \\
 + 61 \\
 \hline
 351 \\
 \hline
 351
 \end{array}$$

fig. 82

S(17,m) - 26/10

$ \begin{array}{r} 5.250 \\ 250 \\ \hline 5.500 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 5.250 \\ 250 \\ \hline 5.500 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 5.250 \\ 250 \\ \hline 5.500 \end{array} $
--	--	--

fig. 84

S(28,m) - 27/11

7	5	6	19	14	15	19	55
+6	+2	+6	7	15	32	20	32
13	7	12	13	32		55	119
		19	39				
		19					
+10	+15	+14	+23				
9	13	9	20				
10	28	23	29				
29			90				
+21	+18	+20	+68				
20	24	19	42				
19	42	23	60				
60		62	164				
+14	+10	+10	+22				
10	15	12	37				
15	12	22	42				
42	34		104				
+10	+9	+9	+20				
10	9	9	14				
10	19	11	14				
19		20	63				
eliminados	masculino	total (hombres)					
143	140	283					

fig. 85

A(24,f) - 06/11

4 pernas - cada		
18 ca deiras	- cadeira	1
3 montes	- 12 palitos	24
3 montes	- 12 palitos	24
3 montes	- 12 palitos	24
3 montes	- 12 palitos	<u>24</u>
3 montes	- 12 palitos	42
3 montes	- 12 palitos	
3 montes	- 12 palitos	

fig. 87

F(14,f) - 06/11

4	4	4	4	1	4
4					4
4		24			4
24					4
24					24
24					
42				4	4
				4	
					12

fig. 88

F(43,f) - 06/11

3	
16	
16	24
16	24
16	<u>24</u>
2	72
<u>72</u>	
3	
16	44442
16	
16	161616162
16	
2	

fig. 89

F(43,f) - 06/11

24	16
24	16
24	16
<u>72</u>	

fig. 90

V(16,f) - 06/11

3	2 4
16	2 4
16	<u>2 4</u>
16	0
16	7 7
<u>8</u>	
72	

fig. 91

A(18,m) - 06/11

8 calção 32
42

15 Perucas -

2 Perucas

2 Perucas

fig. 92

J(25,m) - 06/11

10. Cadeira de 40.
8 cadeira de 32.
42

fig. 93

J(25,m) - 06/11

15 Perucas 75
42
30

15 Perucas a 2 Perucas de 30

15 Perucas a 2 Perucas de 30

60

fig. 94

L(22,f) - 06/11

18 la diras

4 4 + 4 4
4 4 4 4 +
4 4 4 4
2 4 2 4

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ 24 + \\ 24 \\ \hline 72 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 44+ \\ 44 \\ 44 \\ \hline 24 \end{array}$$

9 persons

17

Quantos boxes $\frac{24}{2} = 12$

quantas Permas 2

22

22

22

1	2
---	---

12

12

10

fig. 95

B(42,m) - 06/11

2:18
2
2
2,
2
2
2
2
2

fig. 97

B(42,m) - 06/11

u
 u
 u.
 u
 u
 u. 2u
 u
 u
 u.
 u
 u
 u. 2u
 u
 u
 u.
 u
 u
 u. 2u
 fig. 96

M(30,f) - 06/11

72 p/s

$$\begin{array}{r} 28 \\ 28 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 28 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 32 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \\ \hline 7.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 32 \\ \hline 4 \\ 60 \end{array}$$

fig. 100

M(30, f) - 06/11

30 plenas

8 + 8 = 16

7 plenas 14 plenas

1
16
+ 14
30

fig. 101

E(61,f) - 06/11

[illegible]

~~72~~ 72 Res

$$\begin{array}{r} 4 + 8 + 12 + 20 + 24 + 68 + \\ \underline{4} \quad \underline{4} \quad \underline{4} \quad \underline{4} \quad \underline{4} \quad \underline{4} \\ 8 \quad 12 \quad 20 \quad 24 \quad 28 \quad 72 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ 15 \\ \hline 30 \end{array} + \begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ 15 \\ \hline 30 \end{array} + \begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ 15 \\ \hline 30 \end{array}$$

2	Perms	30
2	blacos	30
7		

fig. 102

S(28,m) - 06/11

$$\begin{array}{l}
 15 \times 2 = 30 \\
 \cancel{8+8+8} \quad 8 + 8 \quad 16 \\
 2 + 2 = 8 \\
 2 - \text{plucks} - 30 \\
 2 \text{ larks} - 30 \\
 \text{deg } 30 \quad 10 = 30 \\
 \begin{array}{r}
 \times 15 \\
 15 \\
 \hline
 30
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \times 15 \\
 15 \\
 \hline
 30
 \end{array}
 \end{array}$$

fig. 103

A(19,m) - 06/11

$$\begin{array}{r}
 14 \times \quad 28 \times \quad 16 \times \quad 32 \times \quad 8 \times \\
 \hline
 74 \times \quad 28 \quad 16 \quad 32 \quad 72 \\
 \hline
 28 \quad 416 \quad 32 \quad 64 \times \\
 \hline
 \quad \quad \quad 8 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 72
 \end{array}$$

fig. 104

A(19,m) - 06/11

$$\begin{array}{r}
 1 \times \quad 2 \times \quad 4 \times \quad 8 \\
 \hline
 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \\
 \hline
 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \times 4 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 20 \times 10 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 30
 \end{array}$$

fig. 105

E(18,m) - 06/11

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 18
cadeiras

4 + 4 = 32 = 4 + 4 = 32 neste total
tem 16 cadeiras 64 pés
2 cadeiras de 8 8
72

fig. 106

E(18,m) - 06/11

15 pessoas tem 30 pernas 15 x 2
15 pessoas tem 30 braços 15 x 2
30
15 x 2
neste total tem 60 15 x 2
30

fig. 107

J(19,m) - 06/11

em Perui A S uma ves de zoito
é 78. duas ves 2 x 78 é 36 tomatis
reterta pernas 72
72

fig. 108

J(19,m) - 06/11

en pereci AS Tanto pessoas tem dez
 pernas $3 + 10$ é 30 numero estante
 en pereci do bracos 5 pessoas tem
 dez $3 + 10$ é 30

fig. 109

V - CONSIDERAÇÕES FINAIS

1. INTERPRETAÇÕES DA ANÁLISE

Considerando as categorias definidas e os parâmetros indicados no decorrer da análise alguns fatores mediadores imbricados na ocorrência dos fatos puderam ser percebidos. Alguns destes fatores relacionam-se aos percursos dos dois grupos de alunos, vespertino e noturno, que como esperado foram diferentes; a percepção daqueles resulta não só da observação criteriosa dos vídeos das aulas e dos registros dos alunos como também da análise das tabelas e dos quadros⁽¹⁾. Apesar de 20 dos 34 alunos participantes da pesquisa⁽²⁾ já haverem freqüentado a escola alguma vez, demonstravam estranheza perante a lógica das tarefas escolares, fato que discutiremos no item 1.2. As contradições⁽³⁾ entre o saber adquirido na prática e o conhecimento escolar também foram focos de nossa atenção. Parece que a operação multiplicação, mesmo quando emerge de uma situação que pode ser resolvida pela adição de parcelas iguais, desperta nos alunos a necessidade de instrumentos matemáticos mais afastados do contexto temático em questão⁽⁴⁾. A corrente teórica liderada, se é que podemos usar este termo para indicar seu principal representante, por Vygotski⁽⁵⁾ pareceu-nos também útil numa abordagem inicial dos fatores mediadores de percursos individuais; sendo assim, detivemo-nos sobre três delas.

⁽¹⁾ Estamos nos referindo às tabelas do Capítulo III e aos quadros do Anexo 1.

⁽²⁾ Perfazendo 58,8%, vide Tabelas III. e III.10.

⁽³⁾ Considerando a lógica da ciência européia, para mais detalhes vide TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.

⁽⁴⁾ Para mais detalhes sobre a relação entre contexto e intrumentos do pensamento social vide WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽⁵⁾ Para citar somente dois textos, em português, vide VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979; e, do mesmo autor, **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

1.1. Percursos dos dois grupos

Excluindo os casos de alunos que têm como traço pessoal a timidez, pudemos levantar características das duas classes, vespertina e noturna, que provavelmente estão relacionadas às diferentes dinâmicas descritas no Capítulo IV. Uma delas se refere à auto-imagem dos alunos com relação à Matemática, poderiam não se julgar competentes para contribuir com a aula. Os alunos do vespertino que intervinham nas aulas relativas à pesquisa haviam declarado, na entrevista individual ou em aulas anteriores, se considerarem bem sucedidos em Matemática; como foi o caso de A(20,m) que declarou em sua entrevista individual ter aprendido uma única coisa, em sua rápida passagem pela escola: fazer contas; outra aluna, F(14,f), trabalhava num bar e julgava-se conhecedora dos cálculos do balcão.

Intimamente relacionada à concepção de "bom aluno" em Matemática está o arriscar-se na realização das tarefas e na participação das aulas; sendo assim, a ocorrência dos diálogos longos em todas as aulas do vespertino aparece como decorrência da dinâmica estabelecida. Tais diálogos demonstram a dificuldade dos alunos do vespertino em considerar um colega como interlocutor mais experiente. Os alunos não discutiam as questões entre si, todas as dúvidas e dificuldades eram levadas às duas docentes, provavelmente julgavam que as únicas mediadoras competentes eram a Professora e a pesquisadora. Durante os 40 minutos de discussão da primeira aula⁽⁶⁾, mesmo com a Professora e a pesquisadora incentivando os alunos para que uns auxiliassem os outros a elaborar melhor seus discursos, esta colaboração ocorreu somente uma vez.

Parece que o discurso interno dos alunos do vespertino, na acepção que Vygotski⁽⁷⁾ o desenvolveu, ainda não lhes possibilitava uma auto-regulação da ação, necessitando da mediação de um interlocutor -- no caso a Professora ou a pesquisadora -- cuja fala

⁽⁶⁾ Vide At.1.Discussão sobre números.

⁽⁷⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979; e, do mesmo autor, **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

comunicativa⁽⁸⁾ já estivesse bem elaborada para ir organizando seu pensamento e tornando seus instrumentos matemáticos mais disponíveis.

No Trecho de Discussão 1, por exemplo, é possível perceber o confronto entre os saberes de um professor que procura atuar como mediador externo na construção dos instrumentos matemáticos dos alunos, de um aluno cujos recursos construídos anteriormente não dão conta de extrair de sua experiência prévia seu conhecimento e de um segundo aluno que possui instrumentos mais eficazes para resolver a situação. Apesar da proposta de atividades que visavam promover interações⁽⁹⁾ onde houvesse confronto e cooperação entre dois colegas de níveis diferentes de conhecimento⁽¹⁰⁾, no final do semestre, na classe do vespertino, ainda eram raras as interações espontâneas aluno/aluno em função da construção dos mediadores matemáticos.

Já os alunos do noturno se arriscavam em participar das aulas, inclusive no que se referiu à sistematização dos temas em discussão. Eles contribuíram para sistematizar os diferentes significados do número de acordo com a situação do prático ao qual estavam se referindo⁽¹¹⁾ e demonstravam competência em verbalizar a generalização da representação que se estava discutindo. Ou seja, foram demonstrando tomar consciência do papel mediador do número, papel diferenciado em cada grupo de situações mencionadas, como esclarecem Saxe e Posner⁽¹²⁾. Eles se arriscavam a verbalizar suas conclusões, construindo um campo semântico comum àquele grupo⁽¹³⁾. Parece que este arriscar-se, citado pelos sujeitos da investigação anterior da pesquisadora⁽¹⁴⁾, é uma característica importante do aluno bem sucedido em Matemática; e este traço a classe do noturno tinha.

⁽⁸⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁹⁾ GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgs.) - **Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale**. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.

⁽¹⁰⁾ Por exemplo, a tabulação inicial da At.7. Tabelas de distribuição de frequência foi desenvolvida em duplas onde um aluno era bom leitor e o outro não.

⁽¹¹⁾ At.1. Discussão sobre número.

⁽¹²⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in Ginsburg, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽¹³⁾ LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽¹⁴⁾ CARVALHO, D. L. - **A concepção de Matemática do professor também se transforma**. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

O fato dos alunos do noturno demonstrarem consciência de que a utilização de números amplia a capacidade humana de resolver problemas⁽¹⁵⁾ não implicava em valorização dos cálculos e registros escolares, como foi discutido nos itens 6 e 7 do Capítulo IV; a capacidade de negociação com as interlocutoras que, provavelmente, provocou os tipos de registros que ocorreram no noturno na At.6.3.Contagem das cadeiras, como o uso do sinal de X .

Dentre as características das classes identificadas pela análise dos quadros e tabelas que podem estar relacionadas à dinâmica das aulas destacou-se o tipo de inserção no mercado produtivo. A ocorrência de maior porcentagem de homens na classe da noite⁽¹⁶⁾, traz para a sala de aula um maior número de pessoas responsáveis pela administração do próprio orçamento; além disto, 2 mulheres, alunas do noturno, eram proprietárias dos locais onde trabalhavam⁽¹⁷⁾. Parece que a maneira pela qual o aluno está inserido no mercado de trabalho gera comportamentos sociais diferenciados também nas aulas de Matemática⁽¹⁸⁾.

1.2. A lógica das tarefas escolares

Os alunos demonstravam conceber a execução de tarefas escolares como apresentar um número que correspondia ao resultado da situação proposta; explicações de procedimentos matemáticos, quer orais quer gráficas, lhes pareciam sem significado. A metodologia que a Professora e a pesquisadora utilizaram nas aulas de Matemática relativas à pesquisa centra o motivo das atividades escolares⁽¹⁹⁾ na reelaboração dos procedimentos prévios dos alunos; para que o processo de aquisição de conhecimento se desencadeie, aqueles procedimentos devem ser explicitados de alguma forma. As falas dos alunos no Trecho de

⁽¹⁵⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in Ginsburg, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽¹⁶⁾ Vide Tabela III.5, 41,2% no vespertino e 54,5% no noturno.

⁽¹⁷⁾ Vide tabela III.8.

⁽¹⁸⁾ SOUZA, A. C. C. - **Sensos matemáticos: uma abordagem externalista da Matemática**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1992.

⁽¹⁹⁾ LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.

Discussão 24 indicam que, em novembro, os alunos ainda relutavam em aceitar a necessidade da explicitação, oral ou escrita, de seus procedimentos matemáticos.

As negociações entre as duas interlocutoras e os alunos que visavam conseguir explicações orais e/ou registros escritos demonstravam que eles não consideravam tais explicitações como fonte de validação dos resultados que haviam obtido ou retomada da lógica da proposta da atividade. Por exemplo, na AT.6.3.Contagem das cadeiras <Trecho de Discussão 18>, S(28,m) havia adicionado mentalmente o número de pés com o de cadeiras e tentou argumentar com a pesquisadora que era esta a solicitação da Professora e seus colegas o auxiliavam nesta argumentação. Parece que, para eles, o resultado obtido se sobrepõe a qualquer validade da tarefa mesmo que não tenha significado nem prático nem teórico. Poderia parecer que se tratasse de um problema lógico de inclusão de classes⁽²⁰⁾ e os alunos estivessem incluindo cadeiras e pés num mesmo conjunto cujo interesse seria apenas escolar. Porém, o tratamento dispensado, neste mesmo dia, ao problema dos braços e pernas das pessoas presentes na sala parece nos levar em outra direção. Eles não haviam estudado os membros do corpo humano, ou seja, não foi uma razão científica que os levou a incluir as pessoas neste mesmo conjunto. Será que eles haviam interiorizado, neste segundo momento, a lógica do motivo daquela atividade?

Os alunos demonstravam não considerar as matematizações que eles haviam feito até aquela data como um conhecimento prévio possível de ser incorporado e utilizado nas aulas. Entretanto, a desvalorização deste cálculo mental enquanto conhecimento escolar não significava que não valorizassem a capacidade que alguns colegas demonstravam desta utilização, consideravam até como um fator de diferenciação de inteligência. No Trecho de Discussão 19 podemos perceber que F(43,f) se recusa a aceitar o procedimento de A(20,m) como adquirido e, de alguma forma, transmissível. Ela parece refletir uma concepção de toda a classe do vespertino pois, na aula seguinte, ele foi levado a assumir o papel de "calculador" da classe, resolvendo por seus colegas em lugar de ensinar-lhes procedimentos matemáticos de resolução dos problemas. A

⁽²⁰⁾ CARVALHO, D. L. - *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

relação inteligência/sucesso em Matemática⁽²¹⁾, que se evidenciou no grupo do vespertino, emergia mais sutilmente entre os alunos do noturno; era notada pela escolha do colega-interlocutor ou do qual copiariam os registros.

Nem sempre as respostas às questões estruturadoras dos mediadores externos eram falas; por exemplo, no Trecho de Discussão 21, A(16,f) responde a B10, B12, B16 e B18 com gestos de cabeça que indicam participação. Parece que só parte das relações envolvidas na discussão fazem parte do seu discurso interior⁽²²⁾. Está no início do processo de aquisição de instrumentos matemáticos que lhe possibilitem realizar o que Saxe e Posner⁽²³⁾ chamam de utilizar objetos intermediários de representação de modo a substituí-los pelos suportes de significação da prática⁽²⁴⁾.

Entretanto, nem sempre o abandono por parte do aluno do próprio procedimento significou sua substituição por outro interiorizado, no sentido em que Vygotski conceitua o termo⁽²⁵⁾. Por exemplo, dia 06/11, F(43,f) copiou a adição que havia sido colocada na lousa e que não era o registro do procedimento que utilizara <figs. 89 e 90>; considerou este último como tendo o aval do interlocutor escolar.

Muitos resultado ficaram sem explicação, os alunos relutavam em aceitar o papel⁽²⁶⁾ de elaboradores de monólogos, no sentido utilizado por Luria⁽²⁷⁾, que a pesquisadora desejava que eles assumissem. Parece que era difícil elaborar seu discurso interior de forma a explicitar oralmente seus raciocínios; tanto que, no Trecho de Discussão 24, A(28,m) interpretou o questionamento da pesquisadora como sendo somente da exatidão do resultado e não como um

⁽²¹⁾ CARVALHO, D. L. - *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.

⁽²²⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽²³⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽²⁴⁾ LAVE, J. - *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp.

⁽²⁵⁾ VYGOTSKY, L. S. - *A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

⁽²⁶⁾ OLIVEIRA, Z. M. R. - *Jogo de papéis: uma perspectiva para análise do desenvolvimento humano*. São Paulo, tese dout., Inst. de Psic. USP, 1988.

⁽²⁷⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

pedido de explicação, percebe-se que ele reformulou sua resposta falando um número que considerava grande⁽²⁸⁾, sem remeter-se a cálculos.

Enquanto os alunos do noturno tentavam validar seus resultados sem recorrer a explicações dos seus procedimentos, para seus colegas do vespertino, o critério de certo/errado era do professor; elaborar critérios de autocorreção lhes parecia algo estranho, quer fossem com base em atividades práticas⁽²⁹⁾ quer em propriedades matemáticas⁽³⁰⁾.

Os alunos julgavam que o domínio da técnica operatória escolar da adição⁽³¹⁾ lhes fornecia um instrumento matemático tão eficaz que não era necessário analisar a natureza das parcelas a serem somadas. Foi o que ocorreu com A(20,m) quando estava calculando os totais solicitados na AT.7.Tabelas de distribuição de frequência; ele, que realizava adições adequadas quando se tratava de temática referente a dinheiro, não teve êxito com relação a tabelas estatísticas.

Parece que a cultura da cópia impregna o trabalho de Educação em qualquer nível⁽³²⁾. No que se refere à Educação de Adultos tal cultura tem um agravante, os alunos exercem atividades profissionais onde, em geral se aprende fazer imitando o mais próximo possível um colega mais experiente ou o instrutor, como é o caso das tarefas de faxina ou das desempenhadas pelos ajudantes de pedreiro. Sendo assim, além do desejo de ter a pasta de Matemática com boa apresentação que levava os alunos a passarem a limpo seus registros, parece que alguns alunos tinham a seguinte concepção: se é necessário registrar as operações utilizadas para resolver a tarefa, esperemos que um colega mais competente o faça e, então, é só copiar; haverá o modelo esperado e, copiando muitos modelos corretos, aprenderei muita Matemática. Alguns alunos esperavam o aval de uma das interlocutoras, a Professora ou a pesquisadora, outros avaliavam

⁽²⁸⁾ Seu colega, J(25,m), manifestou-se sugerindo um número maior.

⁽²⁹⁾ Para mais detalhes deste tipo de referência vide HIEBERT, J. - "The struggle to link written symbols with understandings: an update", in *Arithmetic Teacher*. Março de 1989.

⁽³⁰⁾ FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in *Cadernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

⁽³¹⁾ Estavam se referindo à técnica operatória da adição que envolve o recurso denominado "vai um".

⁽³²⁾ Algumas referências à cultura da cópia são feitas por CARVALHO, N. L. C. - *Etnomatemática: o conhecimento matemático que se constrói na resistência cultural*. Campinas, diss. mest., FEUNICAMP, 1991; e por FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in *Cadernos do CEM*. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.

por si mesmo a competência do colega pelo seu desempenho em aulas anteriores. Alguns exemplos demonstram estes fatos, os registros reproduzidos nas figs. 32, 33 e 50 foram copiados da lousa mecanicamente, sem a preocupação com o seu significado. Outro exemplo diz respeito ao abandono por parte de F(43,f) do registro de seu próprio procedimento em função do que foi escrito na lousa pelo professor; para ela, este último tem o aval do principal interlocutor escolar.

Outra função da cópia, para aqueles alunos, era encobrir o erro; as respostas certas devem ser registradas, arquivadas, guardadas como recordação⁽³³⁾, as erradas serão disfarçadas, encobertas, o professor nunca deve saber que elas existiram. Dia 12/09, S(15,f) utilizou um pequeno pedaço de papel para fazer seus registros antes de copiá-los na folha da pasta de Matemática; a cada cópia, amassava o papel e o escondia na bolsa; não queria que a Professora ou a pesquisadora percebesse as falhas de suas primeiras tentativas de registro, nem que ela necessitava do papel auxiliar.

Esta cópia para "encobrir o erro" traz consequências de diversas ordens. Uma delas se refere a fazer somente registros aprovados pelo professor, seja elaborado por um colega ou escrito na lousa. Isto leva muitos alunos adultos a copiarem tudo que estiver escrito na lousa, tenha ou não relação com seu procedimento ou a tarefa à qual se propôs fazer. Utilizar um procedimento e registrar outro, mesmo cometendo erros parece não ser o único problema da cultura da cópia. O significado que os registros dos procedimentos matemáticos tinha para os alunos parece ser o de simples tarefa escolar, neste sentido a interação professor/aluno, como Davis, Silva e Espósito⁽³⁴⁾ o conceituam, fica comprometido. Parece que, como houvesse grande insistência das interlocutoras no registro dos procedimentos, não era necessário resolver o problema proposto, bastava ter a solução registrada.

Para aqueles alunos, os cálculos executados mentalmente constituíam-se num conhecimento que qualquer pessoa adquire, portanto sem importância; sua verbalização parecia

⁽³³⁾ L(65,f) verbalizou o desejo de guardar como recordação sua produção escolar.

⁽³⁴⁾ DAVIS, C., SILVA, M. A. S. S. & ESPÓSITO, Y. - "Papel e valor das interações sociais em sala de aula", in *Cadernos de Pesquisa*. S.Paulo (71):49-54, novembro 1989.

aos alunos sem valor escolar e, na vida prática, essa verbalização era desnecessária. As descrições que os alunos fizeram dos cálculos mentais parecem revelar as características do discurso interior descritas por Vygotski, ou seja, omite algumas passagens que parecem ter sido executadas inconscientemente⁽³⁵⁾. A tomada de consciência destas passagens omitidas significa a percepção das propriedades matemáticas que utiliza, ou seja, o aluno aprende Matemática. Este processo se assemelha ao que o pesquisador russo se refere quando descreve a relação entre os conceitos espontâneos e os científicos⁽³⁶⁾.

Parece que, na prática, a única operação da qual se utiliza o registro gráfico é a adição de preços de produtos, e assim mesmo quando são muitas parcelas. Os alunos resistiam em registrar seus procedimentos em outras situações, não viam necessidade prática e não compreendiam os motivos acadêmicos. Depois de dois meses de aula, os alunos demonstravam ter transformado, pelo menos em parte, sua concepção de atividade de registro; o termo "em parte" se refere ao fato de que eles nem sempre representavam todos os procedimentos. S(28,m), por exemplo, registrou somente o resultado de sua contagem dos pés das cadeiras que ocorreu dia 06/11.

A utilização de tabelas exige muitas habilidades cognitivas⁽³⁷⁾; na cidade de São Paulo, muitas informações, como listas de preços, horários, escalas, etc., são veiculadas através deste meio. Os alunos que demonstraram dificuldades na At.7.Tabelas de distribuição de frequência, provavelmente, não conseguiam utilizar tais instrumentos.

Parece que as normas do registro escolar haviam sido incorporadas sem seu sentido social e/ou científico; deviam ser seguidas por razões que eles, alunos, não compreendiam e supunham não ter condições de compreender⁽³⁸⁾, como tantas outras regras e leis, escolares ou não. O professor, autoridade na situação escolar, deveria portanto saber o sentido das normas que

⁽³⁵⁾ VYGOTSKY, L. S. - **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

⁽³⁶⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽³⁷⁾ Vide At.7.Tabelas de distribuição de frequência.

⁽³⁸⁾ FREIRE, P. & SHOR, I. - **Medo e ousadia - O cotidiano do professor**, trad. Adriana Lopes. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1990, 3a.ed.

lhes transmitira. O registro das operações não era, para aqueles alunos um instrumento matemático, no sentido preconizado por Vygotski⁽³⁹⁾ e por Saxe e Posner⁽⁴⁰⁾, de representação do qual eles dispusessem para resolver problemas, nem mesmo os escolares. Assim, A(20,m) e S(17,m) desejavam registrar numa única operação os cálculos que fizeram para saber o ano de nascimento de uma pessoa sabendo a sua idade. L(22,f), que revelara conhecer a técnica operatória com o recurso do "vai um", não conseguiu organizar as adições relativas às tabelas estatísticas <fig. 78>. Foi esta aluna que, provavelmente, julgando ser desperdício de papel colocar a adição

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$$

na vertical, grafou o registro reproduzido na fig. 95.

Os registros dos procedimentos matemáticos significava, para aqueles alunos, apenas mais uma tarefa escolar cuja lógica das propostas muitas vezes lhes parecia estranha. As situações ocorridas que evidenciam este fato envolvem os alunos que aceitavam sem questionar as tarefas referentes a registros; através da análise destes é possível perceber que o significado do registro das atividades não era comum entre os alunos e suas duas interlocutoras⁽⁴¹⁾. Os símbolos utilizados por F(43,f) <fig. 2> não pareciam ter significados estáveis, ela estava fazendo simplesmente o que a Professora solicitara e não elaborando uma linguagem. Outro exemplo ocorreu com M(30,f), dia 12/09⁽⁴²⁾; para ela registrar era uma necessidade escolar e não tinha relação com a utilização de instrumentos gráficos para aumentar o poder da sua resolução de problemas matemáticos -- Propriedade 1⁽⁴³⁾. A utilização dos elementos do ambiente que as alunas estavam tinha, para elas, pouca relação com adquirir conhecimento matemático.

⁽³⁹⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979.

⁽⁴⁰⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

⁽⁴¹⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antidoto, 1979; e LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁴²⁾ Na At.2.Medida de tempo, M(30,f) havia consultado um documento em lugar de calcular o ano em que nascera a partir de sua idade.

⁽⁴³⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in Ginsburg, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.

Os alunos adultos têm uma ordem de dificuldades em relação aos registros escritos que não se observa nas crianças em início de escolarização. A criança, mesmo que não esteja no seu primeiro ano escolar e que tenha uma história de fracasso escolar, aceita desenhar para registrar uma tarefa de Matemática; lhes parece possível comunicar-se através do desenho⁽⁴⁴⁾. O adulto sabe que existem normas convencionais para a representação gráfica das atividades escolares, mesmo que não saiba quais são. Supõe, também, que esboços, diagramas não possam ser utilizados como formas intermediárias de representação de procedimentos de resolução de problemas na escola; para ele, quando qualquer interlocutor escolar lhe solicita que represente um procedimento graficamente sem lhe dar um modelo, está lhe exigindo um conhecimento da linguagem matemática que ainda não adquiriu e não a utilização de recursos dos quais ele já dispõe. Os alunos esperavam um modelo de representação gráfica a ser seguido e não representar, com os instrumentos que já possuíam, os próprios procedimentos.

As negociações, implícitas ou explícitas, entre as duas interlocutoras e os alunos foram surtindo algum resultado; os significados dos registros escolares foi se transformando para cada um dos dois grupos como um todo e, para os alunos, individualmente. Parece, entretanto, que a preocupação com as características referentes à comunicação não estava presente em todas as novas concepções ou, mesmo que se preocupassem com isto, nem todos os alunos conseguiam produzir registros adequados.

1.3. Conhecimento escolar e saber da prática: contradições

Os registros de informações numéricas exige dos alunos a utilização de alguns sinais que eles desconheciam e que não fazem parte da linguagem matemática. Por exemplo, a representação de datas na escola e em muitos formulários é feita utilizando o sinal " / " para separar os números que indicam, respectivamente, dia, mês e ano; ainda referente à contagem de tempo, para separar os números que representam horas, minutos e segundos, se utiliza " : ".

⁽⁴⁴⁾ CARVALHO, D. L. - *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez Editora, 1990.

Provavelmente I(17,m) tomou como referência os quadros de horários de trens, onde aparece este sinal, para escrever as datas com três pontos sobrepostos entre os números de algumas datas <fig. 20>, e outras utilizando somente dois.

Outro referencial da prática que interfere nas atividades escolares é o utilizado para identificação das notas e valoração do dinheiro. Poucos alunos demonstraram identificar as notas pelos números escritos, com algarismos ou por extenso⁽⁴⁵⁾, em suas atividades não-escolares eles as distinguem pela cor e/ou pelo desenho. No que se refere à valoração do dinheiro devemos separar dois aspectos, um que diz respeito ao valor em si e outro, à sua representação. Quanto ao primeiro aspecto, num país de economia inflacionária, em suas atividades práticas, as pessoas não precisam prestar atenção aos centavos pois logo se desvalorizam; por exemplo, B(42,m) demonstrou, demorando a intervir em voz alta na discussão <Trecho de Discussão 11>, que considerava o fato de saber o significado dos dois números à direita da vírgula em números que representavam cruzeiros como um conhecimento próprio de pessoas mais velhas do qual os jovens não necessitavam. Nesse ponto os sujeitos agiram de modo semelhante aos sujeitos entrevistados por Ferreira⁽⁴⁶⁾. Além disso, no começo do ano no qual se desenvolveu a pesquisa, houve a troca de moeda de cruzado novo para cruzeiro⁽⁴⁷⁾, fato que interferiu também para afastar a utilização dos números escritos nas notas e moedas como referencial de valor; os alunos ainda estavam acostumados com a ordem de grandeza dos preços mil vezes maior⁽⁴⁸⁾.

Os alunos que participaram desta pesquisa descreveram oralmente procedimentos próprios de contagem e de soma que fazem uso das mesmas propriedades que os algoritmos escolares, porém em outra sequência de operações⁽⁴⁹⁾. Entretanto as atividades de registros

⁽⁴⁵⁾ Vide At.3.A moeda nacional.

⁽⁴⁶⁾ FERREIRO, E. & URE, M. C. D. - "O cálculo escolar e o cálculo com dinheiro em situação inflacionária", in *Alfabetização em processo*, trad. Maria Antonia C.C. Magalhães, Marisa N. Paro e Sara C. Lima. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1986, pp. 106 a 141.

⁽⁴⁷⁾ Um cruzeiro passou a valer mil cruzados novos.

⁽⁴⁸⁾ LAVE, J. - *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp. ou LAVE, J., MURTAUGH, M. & ROCHA, O. la - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping", in ROGOFF, B. & LAVE, J. - *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Harvard University Press, 1984.

⁽⁴⁹⁾ Estes procedimentos foram descritos no Capítulo IV.

gráficos de números parecem trazer à tona contradições entre as normas da prática e as escolares.

Devemos então retomar o segundo aspecto da valoração do dinheiro, sua representação gráfica.

Na classe do período noturno muitos alunos utilizaram, ou tentaram fazê-lo <figs. 26 a 30>, o símbolo Cr\$ para indicar preços. Parece que aqueles alunos não atribuíam tão fortemente o significado de cruzeiro a este símbolo quanto o relacionavam aos dois zeros à direita da vírgula, pois, a partir da decisão das duas interlocutoras de não aprofundarem o tema⁽⁵⁰⁾, eles não voltaram a levantá-lo nem a utilizar Cr\$ em seus registros.

Já os dois zeros à direita da vírgula, provavelmente por sua presença mais freqüente no comércio, continuou a ocorrer nos registros dos alunos, apesar das tentativas das interlocutoras de evitar sua utilização, seu significado devia ser muito forte para os alunos⁽⁵¹⁾. Mesmo os alunos que aceitaram a proposta de não registrar os dois zeros, continuaram a utilizar a vírgula à direita dos números que se referiam a preços <figs. 26 e 36 a 39>; V(29,m), inadvertidamente, colocou dois zeros à direita do 98 <fig. 39> que indicava número de palitos⁽⁵²⁾ e não preço, imediatamente se deu conta e reelaborou seu registro.

A grafia utilizada no comércio para representar os preços se evidenciou como um referencial forte de escrita de números para aqueles alunos e, sob este ponto de vista, a concepção de zero que era possível perceber em alguns registros interferiu muito; para muitos deles, não tinha sentido escrever do mesmo tamanho um símbolo que representava “nada” e os outros que representavam quantidade de dinheiro. Então, mesmo que lhes parecesse possível substituir a palavra “cruzeiro” por uma vírgula e dois zeros, a utilização de três zeros para indicar o milhar era considerada estranha por aqueles alunos. Nem sempre a representação errada dos preços levava os alunos a resultados errados; foi o que ocorreu com J(19,m), dia 25/10 <fig. 37>, ele estimou a ordem de grandeza da soma dos preços que escrevera pelo referencial da prática. Nestes casos era

⁽⁵⁰⁾ Nem a Professora nem a pesquisadora julgaram conveniente elaborar melhor a utilização deste símbolo a este nível escolar, pois está associado ao uso da vírgula e dos dois dígitos indicadores dos centavos.

⁽⁵¹⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Lúria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁵²⁾ Vide Atividade At.6.2.Contagem de palitos.

mais difícil propor aos alunos que reelaborassem seus registros, não percebiam a necessidade de reformular algo que, sob a ótica da prática, cumprira seu objetivo⁽⁵³⁾.

Em muitas situações que os alunos haviam vivenciado antes, quando os três zeros apareciam, estavam separados dos algarismos que indicam o número de milhares por um ponto; este ponto parecia ser outra importante referência de valor para eles, sendo o traço da representação não-escolar dos números que gerou maior área de confronto; os alunos relutavam em aceitar um sistema de representação onde um ponto não garantia o que três zeros podem fazer. Por exemplo, A(16,f) <fig. 15> e A(18,m) <fig. 35> atribuíam ao ponto um nível de poder tal que garantiria o valor do número independente de onde estivesse ou do número de dígitos à sua esquerda.

A utilização da palavra mil ou do ponto de forma inadequada indicava pouca elaboração do sistema de numeração decimal enquanto código de representação⁽⁵⁴⁾; os tipos de erros cometidos nesta utilização, entretanto, eram variados, demonstrando diferentes concepções do código numérico. Em novembro a utilização exclusiva do ponto com este significado havia desaparecido dos registros, talvez por uma maior compreensão por parte dos alunos do sistema de numeração decimal, talvez pela insistência da pesquisadora na ausência de significado matemático daquela convenção tão utilizada fora da escola.

Os confrontos originados pelas contradições entre a representação de preços utilizada no comércio e as regras do sistema de numeração decimal não foram trazidos à sala de aula, oral ou graficamente, pelos alunos que se consideravam, ou eram considerados pelos colegas, como mal-sucedidos em Matemática. Além dos exemplos citados no Capítulo IV, temos a ocorrência do uso do símbolo Cr\$ somente pelos alunos do noturno, e grafado, pela primeira vez, pela aluna E(61,f) que era dona da banca de jornal, e provavelmente lembrara dos preços impressos nos jornais e revistas.

⁽⁵³⁾ Vide WERTSCH, J. V. - *Vygotsky y la formation social de la mente*, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

⁽⁵⁴⁾ SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in Ginsburg, H. P. (org.) - *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press, 1983.

Além disso, alguns fatos nos levam a crer que as "contradições" no uso do zero no sistema de numeração decimal já estivessem presentes nas primeiras aulas. Nenhuma das duas interlocutoras levantou a discussão sobre tal utilização naquelas aulas; foram os próprios alunos que iniciavam comentários entre eles e, às vezes a partir daí, reelaboravam seus registros. Podemos observar exemplos desta situação nas várias tentativas de A(50,f) para escrever 200 <fig. 4> e na forma que registra o ano no qual nasceu uma pessoa que tem 10 anos de idade <fig. 58>; no preço da camisa que A(16,f) <fig. 15> queria escrever -- era Cr\$ 1 000, 00 -- e no do tênis de A(18,m) <fig. 35>, que era Cr\$ 5 000,00; nas dúvidas de A(20,f) <fig. 59> para escrever 80, onde vai o zero? Outro fato que nos leva a crer ser esta uma questão polêmica é que o único diálogo longo <Trecho de Discussão 16> ocorrido na classe do noturno foi abordando esta temática.

1.4. Operação multiplicação e escolaridade

A At.6.3.Contagem das cadeiras era, inicialmente, destinada a propiciar aos alunos uma situação na qual os objetos a serem contados não fossem dinheiro. A facilidade com que os alunos se desincumbiram da tarefa que dá nome à atividade levou a pesquisadora na classe da tarde e a Professora, à noite, a solicitarem que eles contassem, em seguida, os pés das cadeiras. Eles não interpretaram esta segunda proposta como atividade de contagem, entenderam-na como referente à operação multiplicação, seja como tal -- dezoito vezes quatro -- ou como uma adição com dezoito parcelas iguais a quatro. Com exceção de V(16,f) que, nesta época do semestre, 06/11, se recusava a resolver as situações, e copiava os registros produzidos pelos colegas, todos os alunos demonstraram compreender a idéia multiplicativa, mesmo que a interpretassem como adição de parcelas iguais.

Durante o desenvolvimento desta atividade, interpretada pelos alunos como multiplicativa, ocorreram somente duas referências à prática. Uma delas não foi explícita, se pode deduzir do fato de vários alunos terem demonstrado em seus registros que seus procedimentos se

baseavam na divisão de 18 em três grupos de seis cadeiras <figs. 89, 90, 95 e 96>; a palavra dúzia não foi dita este dia, entretanto é possível supor que os alunos que produziram estes registros tenham relacionado 18 com uma dúzia e meia, ou seja, três meias dúzias.

Outra referência à prática foi feita por J(23,m) quando explicou como calculara as 30 pernas e os 30 braços das 15 pessoas presentes; referiu-se a "15 pares" de braços e outras tantas de pernas <Trecho de Discussão 35>. Parece que a relação "dobro" está tão presente para os alunos que mesmo os que haviam representado fisicamente os pés das cadeiras, como E(61,f) na fig. 102, julgaram adequado abandonar o significado físico do número de pernas e de braços das pessoas e fazer o dobro de 15 <fig. 102>. J(19,m) também utilizou a relação dobro mas, lendo a descrição que produziu do seu procedimento <fig. 108>, é possível perceber que abandonou a situação física de 18 cadeiras com quatro pés cada uma, pensando em quatro vezes 18 subdividindo em duas multiplicações sucessivas por dois⁽⁵⁵⁾. Parece que o aluno dispunha de um instrumento matemático semelhante às tabelas elaboradas pelos egípcios em torno de 1 300 a.C.⁽⁵⁶⁾.

Nas falas de dois alunos do noturno que eram irmãos e tinham praticamente a mesma escolaridade anterior, é possível perceber que eles relacionaram seus conhecimentos prévios com a multiplicação que resolve a situação de contagem dos pés das cadeiras. J(25,m) mencionou oralmente a multiplicação de quatro por 10 e registrou esta operação <fig. 93>; entretanto, apesar de utilizar a propriedade que embasa a técnica operatória escolar⁽⁵⁷⁾, não fez referência a ela nem grafou o sinal X. Seu irmão J(23,m) fez referência oral a "dezoito vezes quatro", porém demonstrou não possuir instrumentos matemáticos para resolver esta multiplicação e abandonou-a; utilizou um procedimento baseado na propriedade associativa da adição com auxílio de contador <fig. 51>. Nenhum aluno, em nenhum dos períodos, mencionou a famosa "tabuada".

⁽⁵⁵⁾ Apesar de sua recente alfabetização, é possível compreender que ele escreveu "... eu pensei assim: uma vez dezoito é dezoito; duas vezes dezoito é trinta e seis; com mais trinta e seis, setenta e dois".

⁽⁵⁶⁾ Muitos historiadores da Matemática fazem referência a estas tabelas, uma delas pode ser encontrada em Ifrah, pp. 168 a 171.

⁽⁵⁷⁾ $18 \times 4 = 10 \times 4 + 8 \times 4$.

Os alunos utilizaram espontaneamente a propriedade associativa da adição para desenvolver a At.6.3. Contagem das cadeiras, parece que já haviam adquirido este instrumento matemático nos cálculos requeridos pelas atividades práticas. A utilização desta propriedade por quase todos os alunos⁽⁵⁸⁾ não acarreta, por si só, a ocorrência de procedimentos homogêneos. Pelo contrário, os registros indicam diferentes níveis de afastamento das características físicas da situação, como analisamos em 7.6 e 7.7 do Capítulo IV; houve diferenças entre os dois grupos, fruto das negociações de naturezas diversas entre os alunos e as interlocutoras, e entre os procedimentos das pessoas do mesmo grupo, estas últimas diferenças não parecem relacionadas à escolaridade anterior.

Somente dois alunos, J(25,m) <fig. 94> e J(19,m) <fig. 109>, demonstraram com seus registros ter o que chamaremos "permanência do resultado das operações", ou seja, operando da mesma forma com os mesmo números se obterá o mesmo resultado; seus colegas registraram tantas vezes as operações quantas necessitaram para resolver o problema <figs. 51, 87, 95, 98, 99, 100, 102, 103, 106 e 107>.

1.5. Três percursos individuais

Nas análises realizadas no Capítulo IV percebe-se o caráter dinâmico da área de desenvolvimento proximal, no sentido que Vygotski a define⁽⁵⁹⁾; alguns alunos a ampliaram, não só no decorrer do curso, como em cada aula. Os fatores mediadores relacionados à aprendizagem de Matemática dos alunos que participaram da pesquisa estavam relacionados e imbricados com sua história de vida. Sendo assim, ainda que estudar os percursos individuais das pessoas não fosse objeto desta investigação, três histórias de alunos puderam ser analisadas. Uma delas é a de M(30,f) que declarou em sua entrevista não ter conseguido se escolarizar quando criança porque não era suficientemente inteligente. Essa aluna era uma das pessoas que nascera em capital de

⁽⁵⁸⁾ V(16,f) e J(25,m) não utilizaram a propriedade associativa da adição para desenvolver a At.6.3; a aluna porque não resolveu o problema, copiou o registro de F(43,f) e o aluno porque usou a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

⁽⁵⁹⁾ VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979.

estado, morando em Recife até os 14 anos quando veio para São Paulo, conhecer a cidade, ou seja, não tinha experiência de trabalho agrícola. Sempre trabalhou como doméstica, mesmo depois de casada; na época em que a pesquisa se desenvolveu, além de ser faxineira, ia ao Paraguai, em companhia de uma sobrinha, comprar produtos para revender. Iniciara sua escolaridade com sete anos e, de acordo com seu depoimento, a professora era muito atenciosa com ela mas não conseguira se alfabetizar; tentara o Mobral também sem sucesso; julgava que estava aprendendo um pouco naquela ocasião porque diminuira a quantidade de "miolo" de galinha na sua alimentação⁽⁶⁰⁾. Entretanto, observando os vídeos e analisando os registros produzidos por M(30,f), é possível perceber que ela, gradativamente, foi interiorizando a idéia que o motivo das tarefas das aulas de Matemática era o seu aprendizado; interiorizar tal concepção pressupõe abandonar a de que seriam atividades a serem exibidas às interlocutoras que dariam, ou não, seu aval de correção. No final do semestre, ela estava iniciando o processo de tomada de consciência da sua aprendizagem e dos conhecimentos que já adquirira tanto em relação à Matemática quanto à Língua Portuguesa.

Considerando a inserção de V(16,f) no mercado de trabalho poderíamos dizer que ela não estava colocada na condição de trabalho parcial, desenvolvido por Marx⁽⁶¹⁾, nem sequer era assalariada. Quando seu pai enviuvou a aluna tinha menos de sete anos; foi morar na casa de uma pessoa que não era sua parente, no interior de Minas Gerais. Trabalhou nessa casa até vir para São Paulo, em 1985; ajudava em serviços domésticos a troco de casa, comida e roupa. Continuou trabalhando em casa de família, naquelas mesmas condições de remuneração, até quatro meses antes da entrevista integrante da pesquisa, quando passou a receber salário. Tornar-se assalariada, entretanto, não significou administrar seu dinheiro; quem o fazia, sem consultá-la, era a cunhada com a qual passava os fins de semana. Mesmo para tomar condução não manipulava dinheiro, utilizava os vales-transporte que a patroa comprava para ela. Provavelmente, os problemas com os quais ela se deparava na prática não lhe exigiam a

⁽⁶⁰⁾ M(30,f) estava seguindo a orientação do marido segundo a qual uma dieta rica em "miolo" de galinha torna as pessoas pouco inteligentes.

⁽⁶¹⁾ MARX, K. - *Formações econômicas pré-capitalistas*. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1985.

construção de instrumentos matemáticos muito elaborados; V(16,f) foi a aluna que demonstrou menor elaboração do conhecimento prévio. Por exemplo, não conhecia o nome do sucessor de 59, o que provavelmente está relacionado ao preço de uma das conduções que ela tomava ser Cr\$ 50,00. Outro exemplo pode ser observado no Trecho de Discussão 10, em A198, quando ela se retira da conversa. Percebe-se sua dificuldade em formular a alocação verbal⁽⁶²⁾, há necessidade de que a relação em questão já esteja interiorizada para que o sujeito deseje e/ou consiga enunciá-la. Sendo assim, pelo fato da sequência dos meses ser ainda desconhecida de V(16,f), ela não formulou oralmente a relação complexa que lhe foi solicitada, mesmo com o desdobramento que a pesquisadora fez. Desde o dia 12/10, as interlocutoras passaram a instigar constantemente a participação dessa aluna, tanto para que realizasse a tarefa como para que expressasse oralmente seus procedimentos matemáticos. A partir de uma época, antes do dia 06/11⁽⁶³⁾, parece que V(16,f) desiste de aprender. Percebera que se tivesse pelo menos um registro correto da atividade, ficaria muito difícil às interlocutoras conseguir que ela sáísse da posição de mudez na qual se colocava; desta forma, esperava que sua colega do lado, freqüentemente F(43,f), registrasse seu procedimento e copiava o registro. Permaneceu assim até o início de dezembro quando parou de freqüentar as aulas⁽⁶⁴⁾.

J(19,m) foi um dos alunos que demonstrou ter realizado grande elaboração dos seus instrumentos matemáticos, durante todo o curso; podemos encontrar relação deste fato com sua história de vida, com sua inserção no mercado de trabalho. Nasceu no interior da Bahia onde não havia escola. Era ele quem cuidava da comercialização da produção do sítio dos pais e do orçamento da família; viera para São Paulo há seis meses, pois acreditava ter, nesta cidade, mais possibilidade de estudo; estava trabalhando como servente de pedreiro. No início do curso participava muito pouco das discussões; sempre elaborava seus registros gráficos no caderno antes de passá-los a limpo. J(19,m) foi um dos alunos que demonstrou ter percebido que o

⁽⁶²⁾ LURIA, A. R. - *Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria*, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.

⁽⁶³⁾ Não nos foi possível identificar a que momento do curso.

⁽⁶⁴⁾ De acordo com informações de seus colegas, V(16,f) mudara da casa do irmão para ir morar com o namorado num local ignorado.

procedimento que utilizara para descobrir o ano em que nascera a partir de sua idade⁽⁶⁵⁾ não era eficaz se a idade em questão fosse muito maior que a sua e usou, neste caso, outro procedimento⁽⁶⁶⁾; foi o único participante da pesquisa que, na At.6.3.Contagem das cadeiras trabalhou com a relação "quatro vezes dezoito" que é descontextualizada da situação concreta "dezoito cadeiras com quatro pés cada uma"; além disto demonstrou em seu registro, também do dia 06/11 <fig. 108>, que tinha consciência da permanência dos resultados das operações quando escreve que ao resolver o problema das pernas está resolvendo também o dos braços.

⁽⁶⁵⁾ J(19,m) utilizou um Procedimento do Tipo 1, ou seja, baseado na relação "se tem n anos a mais, então nasceu n anos antes".

⁽⁶⁶⁾ Do tipo 2, baseado em contar as décadas regressivamente a partir do ano em curso, adicionando dezenas até chegar à dezena imediatamente anterior à idade em questão, daí indo somando as unidades da idade conhecida.

2. NOVAS TEMÁTICAS DE PESQUISA

Ao terminar esta tese temos a sensação de que explicamos apenas uma pequena parte da complexa relação cultura/conhecimento escolar, referente às pessoas de escolaridade irregular devido a fatores socioeconômicos. Esta sensação de tudo por fazer se agrava se nos ativermos às inúmeras questões que nos foram suscitadas por esta pesquisa; de cada item analisado, de cada inferência emergiram temas de investigação; elencaremos alguns de maneira ampla.

Para estudar alguns dos temas emergentes seria necessário desenvolver outro trabalho de campo; outras pesquisas poderiam ser elaboradas a partir da análise, sob outros aspectos, dos mesmos vídeos, das fitas áudio e/ou dos registros dos alunos. Estudos desta segunda natureza poderiam ser realizados buscando investigar a relação entre as concepções do professor e as negociações que ele promove em sua interação com os alunos; pesquisas nesta direção são importantes não só para avaliar as atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática, como também para a reformulação dos princípios metodológicos que as embasaram tanto no que se refere a alunos jovens e adultos como a crianças. Outro ângulo pelo qual o material resultante do trabalho de campo poderia ser abordado seria o da Antropologia Cultural, o imigrante aprendendo Matemática na escola paulistana.

Numa área onde poucos estudos foram desenvolvidos⁽⁶⁷⁾, como é a de Educação Matemática de jovens e adultos, teremos, como diriam os matemáticos, "infinitas" possibilidades se nos dispusermos a ir a campo; vamos nos restringir a três temas que apareceram diversas vezes enquanto redigíamos este texto. Um ponto que mereceria maior atenção dos pesquisadores é a tomada de consciência dos instrumentos de metacognição necessária à escolarização em relação à

⁽⁶⁷⁾ Como mencionamos no Capítulo II, até 1990, havia apenas quatro estudos de pós-graduação voltados para a Educação Matemática de jovens e adultos como podemos verificar em FIORENTINI, D. - **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: O caso de produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1994. Um estudo mais recente é MONTEIRO, A. - **O ensino de Matemática para adultos através do**

Matemática. Um segundo assunto se refere à relação entre Educação Matemática de jovens e adultos e a heterogeneidade dos alunos paulistanos. Um terceiro mencionado por Neeleman⁽⁶⁸⁾, e do qual fizemos uma abordagem inicial é a relação entre a lógica dos procedimentos matemáticos utilizados na prática e a das tarefas das aulas de Matemática numa escola nos moldes europeus.

⁽⁶⁸⁾ NEELEMAN, W. - Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "tradicional". Rio

BIBLIOGRAFIA

LIVROS

- BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Coordenação de Informações para o Planejamento - **Sinopse Estatística do Ensino Supletivo**. Brasília, MEC/SAG/CPS, 1991, Censo Educacional de 1988.
- BRUNER, J. S. - **Uma nova teoria de aprendizagem**, trad. Norah L. Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973, 2a. ed.
- CARAÇA, B. J. - **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1984.
- CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. C. & SCHLIEMANN, A. - **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo, Cortez Editora, 1988. pp. 23 a 43.
- CARVALHO, D. L. de - **Multiplicação e divisão; aprendizagem de transformações multiplicativas da pré-escola à 6a.série do 1o.Grau**. São Paulo, CLR Balieiro, 1986.
- _____. - **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo, Cortez Editora, 1990.
- COSTA, N. S. - **Introdução aos fundamentos da Matemática**. São Paulo, Hucitec, 1977.
- CRESAS - **On n'apprend pas tout seul. Interactions sociales et construction des savoirs**. Paris, Les Editions ESF, 1987.
- DAVIS, P. J. & HERSH, R. - **A experiência matemática**, trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.
- ELLEN, R. F. (ed.) - **Ethgraphic research. A guide to general conduct**. Londres, Academic Press, 1984, vol. 1.
- FETTERMAN, D. M. - **Ethgraphy: step by step**. Londres, Sage Publications, 1991, 1a. reimp..
- FLAVELL, J. H. - **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget**, trad. Maria Helena S. Patto. São Paulo, Pioneira, 1975.
- FREIRE, P. - **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1992, 20a. ed.

- _____. & SHOR, I. - **Medo e ousadia - O cotidiano do professor**, trad. Adriana Lopes. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1990, 3a.ed.
- FREITAG, B.- **Sociedade e consciência. Um estudo piagetiano na favela e na escola**. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1984.
- _____. - **Piaget. Encontros e desencontros**. Rio de Janeiro, Tempo Brasileiro, 1985.
- GARNIER, C. & BEDNARZ, N. & ULANOVSKAYA, I. (orgas.) - **Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale**. Bruxelas, De Boek-Wesmael, 1991.
- GAY, J. & COLE, M. - **The new Mathematics and the old culture: a study of learning among the kpelle of Liberia**. Nova Iorque, Holt, Rinehart and Winston, 1967.
- GOLDMANN, L. - **Dialética e cultura**, trad. Luiz Fernando Cardoso, Carlos Nelson Coutinho e Giseh V. Konder. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979.
- GRAMSCI, A. - **Concepção dialética da História**, trad. Carlos Nelson Coutinho. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1986, 6a.ed.
- GRIAULE, M. - **Méthode de l'ethnographie**. Paris, Presses Universitaires de France, 1957.
- HISCHBERG, A. I. & PRUKS, L. R. - **Analfabetismo - o grande não: estatísticas do analfabetismo no mundo, no Brasil, no Estado de São Paulo**. São Paulo, FDE - Diretoria Técnica, 1990.
- HUNTLEY, H.E. - **A divina proporção. Um ensaio sobre a beleza da Matemática**, trad. Luis Carlos A. Nunes. Brasília, Ed. Universidade de Brasília, 1985.
- IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (ed.) - **Anuário Estatístico do Brasil-1990**. Rio de Janeiro, 1991.
- IFRAH, G. - **Números: história de uma grande invenção**, trad. Stella M. F. Senra. Rio de Janeiro, Ed. Globo, 1989.
- KEITEL, C., DAMEROW, P., BISHOP, A. & GERDES, P. (eds.) - **Mathematics, education, and society**. UNESCO: Science and Technology Education, doc séries no. 35, 1989.
- KLINE, F. - **O fracasso da Matemática Moderna**, trad. Leonidas G. de Carvalho. São Paulo, IBRASA, 1976.
- LA TAILLE, Y. de, OLIVEIRA, M. K. de & DANTAS, H. - **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo, Summus, 1992.

- LAVE, J. - **Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life.** Cambridge, Cambridge University Press, 1989, 2a. imp.
- LÖWY, M. - **As aventuras de Karl Marx contra o Barão de Münchhausen**, trad. Juarez Guimarães e Suzanne F. Lévy. S.Paulo, Busca Vida, 1987.
- LÜDKE, M & ANDRÉ, M. E. D. - **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo, EPU, 1986.
- LURIA, LEONTIEV, VIGOTSKY e outros - **Psicologia e Pedagogia II. Investigações experimentais sobre problemas específicos**, trad. M.Flor Marques Simões. Lisboa, Editorial Estampa, 1977.
- LURIA, A. R. - **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**, trad. Diana Myriam Lichtenstein e Mario Corso. Porto Alegre, Artes Médicas, 1988.
- _____. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.
- MARX, K. - **Formações econômicas pré-capitalistas.** Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1985.
- _____. - **O Capital.** São Paulo, Abril Cultural, vol 1, Os Economistas, 1985.
- MEAD, G. H. - **Espiritu, persona y sociedad.** Buenos Aires, Paidós, 1922.
- MELLO, G. N. - **Magistério de 1o. grau: da competência técnica ao compromisso político.** São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1984, 4a. ed.
- MONO, M. L. F. - **Aprendizagem operatória. A interação social da criança.** São Paulo/Curitiba, Cortez/Scietia et Labor, 1987.
- OLIVEIRA, B. A. & DUARTE, N. - **Socialização do saber.** S.Paulo, Cortez/Aut.Ass., 1990.
- OLIVEIRA, M. K. - **Raciocínio e solução de problemas na vida cotidiana de moradores de uma favela.** S.Paulo, FE-USP, série Encontros de Psicologia, 1986.
- PERRET-CLERMONT, A. - **La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale.** Berne, Peter Lang, 1979, 2a.ed.
- PIAGET, J. - **The language and thought of the child.** Nova York, Harcourt, Brace, 1926.
- _____. - **O desenvolvimento do pensamento. Equilíbrio das estruturas cognitivas**, trad. Álvaro de Figueiredo. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1977.
- RAYMOND, Pierre - **A História e as Ciências**, trad. Olga Magalhães. Porto, Rés Editora, 1979.

- ROGGERO, R. - **Ensino Supletivo: um ensaio crítico**. Mogi das Cruzes, Gráfica da DRE Leste, 1989.
- RUSSEL, B. - **Introdução à Filosofia da Matemática**, trad. Ciasone Rebuá, Rio de Janeiro, Zahar, 1966.
- STRUICK, D. J. - **História concisa das Matemáticas**, trad. João Cosme S. Guerreiro. Lisboa, Gradiva, 1989.
- TFOUNI, L. V. - **Adultos não alfabetizados: o avesso do avesso**. Campinas, Pontes, 1988.
- TULVISTE, P. - **The cultural-historical development of verbal thinking (A psychological study)**, trad. Marie Jaroszevska Hall. Tartu State Univesity, Tallinn Valgus, 1988.
- VYGOTSKY, L. S. - **Pensamento e linguagem**, trad. M. Resende. Lisboa, Edições Antídoto, 1979.
- _____. **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.
- _____. & LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. - **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**, trad. M. da Penha Villalobos. São Paulo, Icone/Ed.USP, 1988.
- WEREBE, M.J.G. & NADEL-BRULFERT, N.S. (orgs.) - **Henri Wallon**, trad. Elvira S. Lima. São Paulo, Ática, 1986.
- WERTSCH, J. V. - **Vygotsky y la formation social de la mente**, trad. Javier Zanón e Montserrat Cortés. Barcelona, Ediciones Paidós, 1988.

CAPÍTULOS DE LIVROS

- CAMPBELL, D. R. - "Desenvolvimento da alfabetização em Matemática em uma sala de aula bilingüe", in COOK-GUMPERZ, J. - **A construção social da alfabetização**, trad. Dayse B. Porto Alegre, Artes Médicas, 1991.
- COLE, M. & SCRIBNER, S. - Introdução de VYGOTSKY, L. S. - **A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**, trad. José Cipolla Neto, Luis S. Menna Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo, Martins Fontes, 1984.
- _____. Prólogo de LURIA, A. R. - **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**, trad. Fernando L. Gurgueira. São Paulo, Ícone, 1990.

- DAVIS, R. B. - "Descobrimento no ensino das Matemáticas", trad. desc. in LEE, S. S. & EVAN R. K. - **Aprendizaje por descubrimiento**. México, Trillas, 1974 cap. 8. Original datilografado da tradução, s/d.
- DIAS, R. M., NEAL, C. J. & AMAYA-WILLIAMS, M. - "The social origins of self-regulation", in MOLL, L. C. (org.) - **Vygotsky and Education: instructional implications and applications of socio-historical psychology**. New York, Cambridge University Press, 1990.
- FERREIRO, E. & URE, M. C. D. - "O cálculo escolar e o cálculo com dinheiro em situação inflacionária", in **Alfabetização em processo**, trad. Maria Antonia C.C. Magalhães, Marisa N. Paro e Sara C. Lima. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1986, pp. 106 a 141.
- FREITAG, B. - "A Educação brasileira no contexto mundial: Ótica externa & olhar interno" posfácio de MEDINA, C. (orga.) - **A escola no outono**. São Paulo, CJE/ECA/USP, 1991.
- HSU, F. L. K. - "Alguns princípios orientadores", in **O estudo das sociedades letradas**, trad. de Sonia M. B. Luyten. São Paulo, EPU/Ed. da USP, 1974, pp. 57 a 84.
- GARCIA, R. - "Conceptos básicos para el estudio de sistemas complejos", in LEFF, E. - **Los problemas del conocimiento y la perspectiva ambiental**. México, Siglo XXI, 1986.
- LAVE, J., MURTAUGH, M. & ROCHA, O. la - "The dialectic of Arithmetic in grocery shopping", in ROGOFF, B. & LAVE, J. - **Everyday cognition: its development in social context**. Cambridge, Harvard University Press, 1984.
- MELLO, G. N. - **Magistério de 1o.Grau: da competência técnica ao compromisso político**. São Paulo, Cortez/Autores Associados, 1984, 4a.ed.
- MIRAS, M. - "Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: los conocimientos previos", in **El construtivismo en el aula**. Barcelona, Editorial Graó, 1993.
- LEONTIEV, A. - "Aparecimento da consciência humana", in **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa, Horizonte, 1978, pp. 69 a 88.
- PIAGET, J. - "Comentarios sobre las observaciones críticas de Vygotsky", in **Pensamiento y lenguaje, teoria del desarrollo cultural de las funciones psíquicas**. Buenos Aires, Pleyade, 1981.
- ROYAL ANTROPOLOGICAL INSTITUTE da Grã-Bretanha e Irlanda - "Introdução" e "Métodos", in **Pesquisa etnográfica**, trad. Octavio M. Cajado. São Paulo, Cultrix, 1971, pp. 45 a 88.

- SAXE, G. B. & POSNER, J. - "The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives", in GINSBURG, H. P. (org.) - **The development of mathematical thinking**. Orlando, Academic Press, 1983.
- SCHLIEMANN, A. D. & SANTOS, C. M. dos & COSTA, C. da - "Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos", in ALENCAR, E. (org.) - **Novas contribuições da Psicologia aos processos de ensino e aprendizagem**. S.Paulo, Cortez, no prelo.
- VALSINER, J. & VAN DER VEER, R. - "On the social nature of human cognition: an analysis of the shared intellectual roots of G.H.Mead e L.Vygotski", in **Theory Social Behavior**", 18: 117-136, 1988.

TESES

- FIorentini, D. - **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: O caso de produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1994.
- GERDES, P. - **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Maputo, tese dout., Un. Eduardo Mondlane, 1987.
- MIGUEL, A. - **Três estudos sobre História e Educação Matemática**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1993.
- OLIVEIRA, Z. M. R. - **Jogo de papéis: uma perspectiva para análise do desenvolvimento humano**. São Paulo, tese dout., Inst. de Psic. USP, 1988.
- SOUZA, A. C. C. - **Sensos matemáticos: uma abordagem externalista da Matemática**. Campinas, tese dout., FEUNICAMP, 1992.

DISSERTAÇÕES DE MESTRADO

- ABREU, G. M. C. P. de - **O uso de Matemática na agricultura: o caso dos produtores de cana-de-açúcar**. Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1988.
- ACIOLY, N. M. - **A lógica do jogo do bicho: compreensão ou utilização de regras?** Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1985.

- BORBA, M. C. - Um estudo de Etnomatemática: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o "Núcleo Escola da Favela da Vila Nogueira/São Quirino".** Rio Claro, diss. maestr., IGCE-UNESP, 1987.
- CARVALHO, D. L. - A concepção de Matemática do professor também se transforma.** Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.
- CARVALHO, N. L. C. - Etnomatemática: o conhecimento matemático que se constrói na resistência cultural.** Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1991.
- DUARTE, N. - A relação entre o lógico e o histórico no ensino da Matemática elementar.** São Carlos, UFSC, diss. maestr., 1987.
- GRANDO, N. I. - A Matemática na agricultura e na escola.** Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1988.
- HADDAD, S. - Uma proposta de Educação popular no Ensino Supletivo.** São Paulo, FE - USP, diss. maestr., 1982.
- MAGALHÃES, V. P. de - A resolução de problemas de proporções e sua transferência em diferentes conteúdos.** Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1990.
- MONTEIRO, A. - O ensino de Matemática para adultos através do método da modelagem matemática.** Rio Claro, diss. de maestr., IGCE-UNESP, 1991.
- NEELEMANN, W. - Ensino de Matemática em Moçambique 1975-1987 e sua relação com a cultura "tradicional".** Rio Claro, diss. de maestr., IGCE-UNESP, 1993.
- PAVANELLO, R. M. - O abandono da Geometria: uma visão histórica.** Campinas, diss. maestr., FEUNICAMP, 1989.
- SANTOS, A. M. - Compreensão e uso de números relativos na agricultura.** Recife, diss. maestr., Psic. Cognitiva - UFPE, 1990.
- SOUZA, A. M. C. - A Educação Matemática na alfabetização de adultos e adolescentes segundo a proposta pedagógica de Paulo Freire.** Vitória, diss. maestr., UFES, 1988.

ARTIGOS DE REVISTAS

- ACIOLY, N. M. & SCHLIEMANN, A. D. - "Escolarização e conhecimento de Matemática desenvolvido no contexto do jogo do bicho", in Cadernos de Pesquisa. S. Paulo (61):42-57, maio 1987.**

- ARTIGUE, M. - "Epistemologie et didactique", in **Cahier de DIDIREM**. Paris, Université - Paris VII, Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathematiques - IREM, jun/1989, no. 3.
- BORBA, M. C. - "Ethnomathematics and Education", in **For Learning of Mathematics**. Montreal, FLM Publishing Association, vol. 10, fev/1990, pp. 39 a 43.
- CARVALHO, D. L. & ONAGA, D. S. - "A que serve a Educação Matemática", in Revista **ANDE**. S.Paulo, Cortez, 1985, ano 5, no. 9.
- _____. & VOVIO, C. L. - "A superação da prática sem negar as matematizações anteriores", in **Espaços da Escola**. Ijuí, Editora Unijuí, ano 3, no. 7, jan/mar, pp. 5-12.
- CLARK M. C. & WILSON, A. L. - "Context and rationality in Meziow's theory of transformational learning", in **Adult Education Quaterly**. Airlington, Association for Adult and Continuing Education, vol. 41, no. 2, 1991, pp. 75 a 91.
- CONNELLY, R. J. & LIGHT, K. M. - "An interdisciplinary code of ethics for Adult Education", in **Adult Education Quaterly**. Airlington, Association for Adult and Continuing Education, vol. 41, no. 1991, pp. 233 a 240.
- CONTEMPORARY BOOKS - "Using pictures and diagrams to solve word problems in **Adult Literacy an Basic Education**. Comission on Adult Education, vol. 8, no. 1, 1984.
- DAVIS, C., SILVA, M. A. S. S. & ESPÓSITO, Y. - "Papel e valor das interações sociais em sala de aula", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (71):49-54, novembro 1989.
- DE LA MATA, M. L. & SANCHES, J. A. - "Educación formal y acciones de agrupación y memoria en adultos: un estudio microgenético", in **Infancia y Aprendizaje**, 1991, 53, 75-97.
- DIAS, M. G. B. B. - "Da lógica do analfabeto à lógica do universitário: há progresso?", in **A.B.P.**. Rio de Janeiro, jan./mar. 1987, 39(1), pp. 29 a 40.
- DI PIERRO, M. C. - "A modernidade na contramão da história", in **Tempo e Presença - Ética**. São Paulo, Centro Ecumênico de Documentação e Informação - CEDI, mai/jun, 1992, no. 263, ano 14.
- DORWALDT, Jr, L. E. - "Uglification: Understanding multiplications concepts", in **Adult Literacy an Basic Education**. Montana State University, Bozeman, Comission on Adult Education, vol. 13, no. 2, 1989, pp. 61 a 70.
- FERRARI, A. R. - "Analfabetismo no Brasil: tendência secular e avanços recentes", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (52):35-49, fev. 1985.

- FRANCHI, A. & CARVALHO, D. L. - "Considerações metodológicas sobre Educação Matemática", in **Cadernos do CEM**. São Paulo, Centro de Educação Matemática-CEM, finan. CAPES/PADCT/SPEC, no. 4, 1992, pp. 3 a 19.
- GERDES, P. - "A Matemática a serviço do povo", in **Ciência e Tecno-logia**. No. 7, 1984.
- GROTELUESCHEN, A. D. - "Introductory material structure and prior knowledge effects on adult learning", in **Adult Education**. Washington, American Association for Adult Continuing Education, vol. 29, no.2, 1979, pp. 75 a 82.
- HADDAD, S. - "Conscientização e Alfabetização de Adultos", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (52):97-100, fev. 1985.
- HIEBERT, J. - "The struggle to link written symbols with understandings: an update", in **Arithmetic Teacher**. Março de 1989.
- HORTON, R. - "African tradicional thought and Werstern Science", in **Africa**. XXXVII (1 & 2) (1967) 50-71, 155-187.
- LANDSMANN, L. - "Lo práctico, lo científico y lo literario: tres componentes en la noción de 'alfabetismo'", in **Comunicación, Lenguaje e Educación - C. L. & E.** Barcelona, 1990.
- LONG, H. B. & McCRARY, K. & ACKERMAN, S. - "Adult cognition: piagetian research findings", in **Adult Education**. Washington, American Association of Adult and Continuing Education, vol. 30, no. 1, 1979, pp. 3 a 18.
- MATTIMORE-KNUDSON, R. - "The concept of need: its hedonistic and logical nature", in **Adult Education**. Washington, American Association for Adult Continuing Education, vol. 33, no.2, 1983, pp. 117 a 124.
- MEZIROW, J. - "A critical theory of adult learning and education", in **Adult Education**. Washington, American Association for Adult Continuing Education, vol. 32, no.1, 1981, pp. 3 a 24.
- _____. - "Transformation Theory and cultural context: a reply to Clark and Wilson", in **Adult Education Quaterly**. Airlington, Association for Adult and Continuing Education, vol. 41, no. 3, 1991, pp. 188 a 192.
- MIGUEL, A., FIORENTINI, D. & MIORIN, M. A. - "Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?", in **Proposições**. São Paulo, Cortez Editora, vol. 3, no. 1(7), pp. 39-54.
- MUYLAERT, R. (ed.) - "Os operários vão as aulas", in **SESI Industria**. São Paulo, RCM Comunicação, ano II, no.17, 1991, pp 12, 13 e 14.

- PERRET-CLERMONT, A. et alli - "Processus psychologiques, niveau operatoire, et appropriation de connaissances" (Version préliminaire d'une étude en cours) in **Interactions Didactiques**. Neuchâtel, Universidade de Neuchâtel, no. 2, abr/1982.
- OLIVEIRA, B. A. - "Alguns impasses na socialização do saber na Educação de Adultos", in **Educação & Sociedade**. S.Paulo, Cortez Ed., ano IX, no.26, abr. 1987.
- OLIVEIRA, M. K. - "Inteligência e vida cotidiana: competências cognitivas de adultos de baixa renda", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (44):45-54, fev. 1983.
- _____. - "Analfabetos na sociedade letrada: diferenças culturais e modos de pensamento", in **Travessia**. São Paulo, jan./abr. 1992.
- OLIVEIRA, Z. M. R. - "A natureza do ensino segundo uma perspectiva sócio-interacionista", in **Revista ANDE**. S.Paulo, Cortez, 1992, ano 11, no. 18.
- _____. & ROSSETTI-FERREIRA, M. C. - "O valor da interação criança-criança em creches no desenvolvimento infantil", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo, n.87, p.62-70, nov. 1993.
- RAMÍREZ, J. D., CUBERO, M. & SANTAMARIA, A. - "Cambio sociocognitivo y organización de las acciones: una aproximación sociocultural a la educación de adultos", in **Infancia y Aprendizaje**, 1990, 51/52, 169-190.
- ROGERS, A. - "Achievements and outcomes: Evaluations, Adult Education and Development", in **Adults Learning**. England and Wales, National Institute of Adult Continuing Education, vol. 4, no. 3, nov/1992.
- SILVA, T. R. N. da - "Influências teóricas no ensino e no currículo no Brasil", in **Cadernos de Pesquisa**. S.Paulo (70):5-19, agosto 1989.
- SNAPER, E. - "As três crises da Matemática: o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo", trad. João Pitombeira de Carvalho in **Humanidades**. Brasília, Escopo, vol.II, no. 8, jul/set., 1984.
- TAYLOR, L. & BROOKS K. - "Building math confidence by overcoming math anxiety", in **Adult Literacy an Basic Education**. Texas University, College Station, Comission on Adult Education, vol. 10, no. 1, 1986.
- UNESCO - United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization - "Um bilhão de analfabetos, o desafio", in **Correio da UNESCO**. Rio de Janeiro, Fun. Getúlio Vargas, set/1990, ano 18, no.9

- VERGNAUD, G. - "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques", in **Recherche Didactique des Mathématiques**. Paris, 1981, vol. 2, no.2, pp. 215 à 231.
- WILSON, L. C. & R. C. WILSON - "Mathematics anxiety and Adult Education", in **Adult Literacy an Basic Education**. Comission on Adult Education, vol. 8, no. 1, 1984.
- ZACHARAKIS-JUTZ, J. - "Post-freirean Adult Education: a question of empowerment and power", in **Adult Education Quaterly**. Airlington, Association for Adult and Continuing Education, vol. 39, no. 1, 1988, pp. 41 a 47.
- ZIEGAHN, L. - "Learning, literacy and participation: sorting out priorities", in **Adult Education Quaterly**. Airlington, Association for Adult and Continuing Education, vol. 43, no. 1992, pp. 30 a 50.

ANAIS DE ENCONTROS E CONGRESSOS

- BURTON, L. - "Mathematics as a cultural experience: whose experience?", in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - **ICME VI**. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.
- CARRAHER, T. N. - "Material embodiments of mathematical models in everyday life", in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - **ICME VI**. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.
- CARVALHO, D. L. - "Mathematical Education of illiterate adults", in proceedings of the Working Group (WG 19) on Mathematics for premature school-leavers - **ICME VII**. Quebec, Cirade - UQAM, 1992.
- JURDAK, M. - "Religion an language as cultural carriers and barriers in Mathematics Education in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - **ICME VI**. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.
- ZASLAVSKY, C. - Integrating in reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education and Society" - **ICME VI**. Paris, UNESCO, Science Technical and Environmental Education, doc. series no. 35, 1989.

- CARRAHER, T. N. - "Adult mathematical skills: contribution of schooling. New Orleans, or. dat., conferência para a American Educational Research Association, abr/1988.
- CARVALHO, D. L., HARA, R. & MEIRELLES, H. H. - "Censo escolar: professor pesquisador, vá lá, mas aluno pesquisador...". S.Paulo, or. dat, Supletivo do Colégio Santa Cruz, 1991.
- _____. - "Educação Matemática do adulto analfabeto: Interação do conhecimento matemático construído fora da escola com a matematização escolar". Or. dat., divulgado no Curso Formação de Capacitadores em Educação de Adultos da FDE, 1992.
- CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS. O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.
- CEM - Centro de Educação Matemática - Relatório do desenvolvimento do Projeto "Formação de Multiplicadores em Educação Matemática". Coord., finan. SPEC/PADCT-CAPES, 19.
- GERDES, P. - "Sobre o despertar do pensamento geométrico". s/d (min.).
- LIMA, J. M. F. - "Aritmética mental versus Aritmética escrita na escola e na comunidade". Recife, rel.conv. no. 30/84 INEP - UFPE, 1986.
- MARTINS, M. L. R. - "Os aspectos: conteúdo pedagógico - e o matemático", in Baldino, R.R. - **O aluno real**, Rio de Janeiro, mimeo., 1984.
- OLIVEIRA, M. K. - "Letramento e transformações cognitivas". São Paulo, or. dat., 1992.
- _____. & HARA, R. & MEIRELES, H. - "A organização do conhecimento: procedimentos de classificação entre adultos pouco escolarizados". S.Paulo, or. dat., 1989.
- SEBASTIANI FERREIRA, E. - A importância do conhecimento etnomatemático indígena na escola dos não-índios. Campinas, or. dat., 1994.
- SOUZA, A. M. C. de - "Reflexões sobre a alfabetização matemática: por que mudar?". Vitória, conferência no I Seminário Estadual de Educação de Adultos, or. dat., nov/1988.
- URT, S. C. - "A Psicologia e a educação do jovem trabalhador". Campinas, or. dat., 1988.
- VERGNAUD, G. - "Why is an epistemological perspective a necessity for research in Mathematics Education". Texto da conferência "Psychology of Mathematics Education", Math American Branch, Montreal, or. dat., 1983.

WASELFISZ, J. - "Reflexões sobre a pesquisa e a educação popular", trad. GEEMPA, s/d (mim.).

QUADROS

Quadro 1: Evasão escolar.

1 - A escola da região onde moravam era ruim.

A(17,m): Não havia professora durante grande parte do ano; quando havia, a pessoa não se mostrava muito preocupada com o seu trabalho.

A(16,f): A professora faltava muito, às vezes, semanas inteiras.

J(22,m): Não lembrava nada do que estudou na escola, justificou o esquecimento pelo fato de ser muito pequeno, tinha sete anos.

A(20,m): Não se interessou pela escola porque, como raras vezes havia professor na escola, ficou muitas vezes reprovado; aprendeu só a fazer “contas”.

S(25,f) saiu da escola porque não estava aprendendo nada, julgava que nesses três meses de aula em São Paulo já havia aprendido mais que lá na Bahia.

2 - Não gostava da escola.

V(16,f): Não gostava de ir à escola em sua cidade natal; não explicou por quê.

3 - Os próprio sujeitos precisavam trabalhar.

S(17,m): A escola na região onde morava funcionava no período da manhã que era seu período de trabalho.

J(23,m) e J(25,m): O pai destes dois alunos permitiu que eles fossem à escola somente durante certo tempo, o que não foi suficiente para que se alfabetizassem.

4 - Os pais precisavam trabalhar.

M(22,f): A mãe saía para trabalhar, ficava cuidando dos irmãos e da casa, nunca conseguiu ficar mais de um mês na escola.

S(17,m): A mãe tinha filho todo ano e era ele quem cuidava.

5 - A família mudava de local de moradia.

A(19,m): Sua família mudava constantemente de local de moradia procurando um meio de vida melhor, assim lhe era impossível uma escolaridade regular.

6 - Acham que não têm capacidade para aprender.

L(22,f): Frequentou a escola durante cinco anos, à tarde, à noite, escola particular; acha que não vai aprender mesmo.

M(30,f): Foi à escola desde os sete anos, gostava da escola, a professora lhe dava bastante atenção, mas não houve jeito; acha que não tem muito juízo porque come muito "miolo" de galinha; o marido lhe confirmou esta impressão, vai passar a comer menos.

7 - Foram para escola só para brincar.

A(50,f) Em Pernambuco a escola era de uma tia; em São Paulo lhe negaram vaga.

M(20,f): Frequentou uma escola em Minas Gerais, só para brincar.

Quadro 2: Não-escolarização na idade regular.

1 - Os pais não valorizavam a escolarização.

B(42,m): Seus pais eram analfabetos e não julgavam necessário saber ler e escrever.

F(43,f): A escola era longe da sua casa e sua mãe não permitiu que ela frequentasse as aulas.

A(18,m): Seus pais não o deixavam ir a escola para que trabalhasse na roça.

L(65,f): Seu pai achava que mulher não precisa aprender a ler e a escrever; além disso, sua mãe era doente, tinha seis filhos e ela ajudava a cuidar, sendo assim foi a única dos filhos que não se alfabetizou.

2 - Os pais tinham que trabalhar.

F(14,f): Sua mãe não teve tempo -- foi o termo que a aluna usou -- de colocá-la na escola porque tinha que trabalhar.

V(29,m): Não foi à escola pois não podia ficar em casa sozinho enquanto seus pais iam trabalhar, devia acompanhá-los à lavoura.

3 - A morte dos pais os impediu de ir à escola.

E(61,f): Sua mãe morreu quando ela era pequena e foi criada por conhecidos que a obrigaram a casar antes dos 13 anos.

S(28,m): Seu pai morreu quando ele tinha sete anos, somente seus irmãos tiveram oportunidade de estudar.

4 - Não havia escola onde os alunos moravam.

A(24,f) e J(19,m): Em Ilha do Estreito, onde esses dois irmãos moravam, não havia escola.

Quadro 3: Voltar a estudar.

1 - Para aprender.

A(16,f), V(29,m), A(18,m) e S(25,f): Declararam que é preciso estudar para aprender mais um pouco, sem especificar o que.

L(65,f): -- "... ler um jornal, ler um livro; fazer contas, ler, escrever o nome de uma pessoa, dos filhos..."

S(17,m): --"Na outra escola onde estudei não se ensinava direito"; então, quer estudar para saber mais.

M(22,f): Pensa que talvez adulta aprenda o que não aprendeu em criança, talvez nem tudo que aprenderia naquela época.

2 - Razões profissionais.

A(17,m), B(42,m), S(17,m), A(18,m), J(22,m), J(19,m) e S(25,f): Somente citaram o desejo de um emprego melhor, não o especificaram.

V(29,m), A(18,m), M(30,f) e A(19,m): É necessário preencher fichas para ser admitido em firmas.

J(23,m), M(22,f) e A(20,m): Pensam em obter melhores salários.

A(18,m): Além de saber preencher fichas, desejava conseguir trabalho mais leve.

A(19,m): --"Voltei a estudar pensando num futuro melhor, sem estudo, hoje em dia, não se é nada; com 30, 40 anos não dá para continuar a trabalhar como servente, se soubesse ler e escrever arrumaria emprego de vigia, de segurança, mas se a pessoa não sabe preencher uma ficha não é aceito."

S(28,m): Quer abrir outro salão de cabeleireiro além do que já possui; para tanto deseja fazer os cursos de especialização mais difíceis e as palavras técnicas que conhece não são suficientes.

F(43,f): Julga que se alfabetizando conseguirá, entre outros benefícios, aprender corte e costura.

3 - Para suprir necessidades imediatas.

M(22,f), J(22,m), A(18,m), F(43,f) e V(16,f): Referiram-se à necessidade de saber ler e escrever cartas para comunicar-se com os parentes que moram fora de São Paulo.

J(19,m), J(23,m), B(42,m) e A(18,m): Declararam sentir-se mal ao solicitar à outras pessoas que escrevam e leiam suas cartas, sentem-se incomodando-as; em seus locais de origem, era mais fácil, havia mais disponibilidade por parte das pessoas alfabetizadas.

M(20,f): – "Além de ter que esperar que as outras pessoas tenham paciência e tempo, ainda não dá para escrever as 'suas' coisas."

A(16,f): Declarou que agora já consegue ler as cartas do pai, mas não escreve ainda, não gosta de pedir para a patroa escrever-lhe cartas porque acha que não tem assunto.

A(50,f) e J(22,m): Citaram a necessidade de fazer bilhetes para deixar recados para as pessoas com as quais se convive, em casa ou no local de trabalho.

A(16,f), M(22,f), A(50,f), A(18,m), E(61,f), J(22,m) e S(25,f): Desejam aprender a ler para tomar ônibus com maior autonomia.

M(30,f), S(17,m) e J(19,m): Julgam que ser alfabetizado é muito útil para saber qual o ônibus que se deve tomar quando a pessoa deseja conhecer lugares, bairros de São Paulo ou cidades diferentes.

L(65,f): – "Sempre tive um sonho de poder estudar, porque não saber ler é o mesmo que não enxergar, porque se a pessoa quer ir a algum lugar não sabe"...

L(65,f), M(30,f) e A(18,m): Lembraram, em suas entrevistas, que para orientar-se e ir a lugares desconhecidos, numa cidade grande como São Paulo, não é suficiente saber ler os letreiros dos ônibus; é necessário saber ler os nomes das ruas e anotar endereços.

M(20,f): Assumindo a "cegueira" do analfabetismo, falou também da necessidade de ler bulas de remédios e receitas médicas.

M(30,f): Declarou ter uma história de vida pontuada de aborrecimentos que, no seu entender, são decorrentes do seu analfabetismo; certa vez, assinou um documento sem saber o que estava assinando e seu nome foi "parar" Serviço de Proteção ao Crédito - SPC, salvou-se de complicações maiores pois uma de suas patroas "limpou" sua ficha; noutra ocasião, vendia produtos anunciados em revistas, pagou, não lhe foi dado recibo e ameaçaram mandar seu nome novamente ao SPC.

S(25,f): Acha que é ruim entrar em uma loja e não saber ler os nomes dos produtos à venda.

4 - Falta de instrução gera mal-estar.

F(43,f), A(24,f) e M(20,f): Declararam sentirem-se rejeitadas por não terem instrução.

A(20,m): – "Gosto de estudar, sonho em saber ler, mesmo que eu demore dez anos para aprender".

5 - Para morar na cidade grande.

V(29,m): —"Resolvi voltar a estudar porque, em São Paulo, sem saber ler não se resolve nada; ...; para não 'se bater' por aí".

6 - Por motivos religiosos.

A(50,f) e L(65,f): Querem ler os folhetos distribuídos na igreja quando vão à missa.

L(72,f): Quer ler a Bíblia sem gaguejar.

7 - Por desejo de outros.

V(16,m): Porque a patroa lhe arrumou uma vaga na escola e ficaria desagradável recusar, ainda que deseje escrever cartas.

S(25,f): Declarou que o irmão a aconselhou para que voltasse à escola para aprender alguma coisa.

8 - Motivações específicas e particulares.

L(72,f): Desejava ficar só um ano na escola, depois não iria mais; gostaria, então, de arrumar uma professora particular para não ter que vir à escola onde deve dividir a professora com muita gente.

E(61,f): Além de aprender a ler, deseja também sair da barulheira de moleque que há em sua casa, onde também moram a filha e os netos; gostaria de aprender a ler mais que o nome das revistas da banca de jornal da qual é dona: --..."aprender a ler, escrever, estas coisas"...

9 - Causas vagas e/ou não explicitadas.

A(17,m): Falou que ficar sem estudar é ruim.

B(42,m): Declarou que há situações em que é necessário ser alfabetizado mas que ele não sabe quais são ... "é Deus que sabe".

A(18,m): Acreditava que sabendo ler as coisas ficariam mais fáceis, somente após outras questões, esclareceu quais coisas.

A(19,m): — "... sem estudo, hoje em dia, não se é nada".

Quadro 4: Desistência ou afastamento do curso.

1 - Problemas profissionais.

A(20,m): Não conseguia chegar no horário.

2 - Doença do aluno ou de familiares.

L(72,f): O marido ficou doente e morreu; em seguida ela mesma adoeceu, ficou quase um mês afastada.

C(44,f): Teve problemas de saúde mental, achava que a perseguiam quando vinha para a escola, esteve dois meses internada e depois retornou.

3 - Problemas com os familiares.

M(54,f): O marido não queria que ela estudasse à noite e, à tarde, tinha que trabalhar.

N(20,f): O marido tinha ciúmes pois na sua classe estudavam muitos rapazes.

S(25,f): Foi ajudar a irmã com o filho recém-nascido num local longe da escola.

4 - Motivos sentimentais.

V(16,f): Seus dois namorados brigaram, um atirou no outro e ela fugiu com um deles.

M(20,f): Foi morar com o namorado, saiu do emprego onde residia e que era perto da escola.

Quadro 5: A Professora enquanto aluna do 1o. e 2o. Graus.

1 - O ensino mecânico, monótono e sem sentido.

..."você tinha que fazer, decorar aquele negócio e ficava a aula inteira fazendo aquilo, pra mim não tinha sentido"...

"Até que os problemas eu tentava resolver melhor, mas quando chegava aquela hora de fazer exercícios, era terrível!"

"Então ela <a amiga boa aluna> sentava comigo no pátio e explicava: --É assim... Você tem que fazer o seguinte... Uma coisa 'puxa' a outra. Você lembra dessa 'base' aqui? O outro exercício é consequência dele, então você não pode esquecer disso, uma coisa leva à outra..."

"É, você tem que aprender que a regra é tal. A partir da regra tal, você já faz os outros exercícios. Mas não tinha relação, nem ela <a amiga que a ajudava no recreio> sabia. Acho que é <aquele conhecimento matemático da colega> uma coisa de decoreba, você acaba decorando e passando aquilo, é instantâneo, vai fazendo por tabela."

..."a Matemática não era interessante nem para mim nem para eles <os maus alunos>,"...

..."pra eu poder passar de ano."

2 - Não gostar de Matemática.

"Eu detestava Matemática, meu Deus do céu!"

"Eu detestava porque para mim não tinha nexó, era coisa que não tinha nada com a minha vida,"...

3 - 'Fugir' da Matemática.

<Procurar> "O Magistério me incentivou porque não tinha Física, nem Matemática. Foi uma das coisas que me incentivou muito"...

4 - Ser boa aluna nas outras disciplinas.

"Porque no colegial eu sofri muito... As outras matérias <História, Geografia> 'corriam' tudo bem"...

Quadro 6: Colegas da Professora bem-sucedidos no estudo de Matemática.

1 - Características intelectuais.

"Tinham uma facilidade incrível com Matemática"...

"Tinham um QI excepcional."

"Eram intelectuais."

2 - Função entre os colegas.

"Eu costumava fazer o seguinte: eu fazia amizade com os bons alunos pra eles me ajudarem,"...

"Eu tinha uma amiga que era muito 'boa' em Matemática. Então eu sentava com ela <e pedia>: me explica, passa pra mim. Principalmente no ginásio, que eu estudava à noite, era complicado. Chegava muito cansada; então muitas vezes eu dormia na sala de aula, eu ia pra a sala e dormia; não estava aguentando."

3 - Característica física.

"Usavam óculos."

Quadro 7: Colegas da Professora malsucedidos no estudo de Matemática.

1 - Envolvimento com o estudo.

"Ah! Eles não estavam a fim de nada, não entravam na aula pra estudar, ficavam namorando na porta da escola."

2 - Comportamento em sala de aula.

"Quer dizer... Fora que também bagunçavam a aula inteirinha."

..."a Matemática não era interessante nem para mim nem para eles; a diferença é que, na minha opinião, eu fazia o possível e o impossível para fazer daquilo uma coisa... construtiva;"...

Quadro 8: Alunos da Professora bem-sucedidos no estudo de Matemática.

1 - Procedimentos mentais.

..."a Matemática deles era uma matemática 'de cabeça'."

"Você passava a conta e num instantinho eles passavam o resultado, 'de cabeça', só não conseguiam passar pro papel," ...

2 - Dificuldade do professor.

..."então a minha dificuldade era fazer com que eles passassem pro papel aquele pensamento deles."

3 - Conhecimento anterior.

..."eram aqueles que já tinham uma experiência," ...

..."que eram bons de Matemática," ...

4 - Função entre os colegas.

..."geralmente, os que sabiam 'pegavam' os que não sabiam; eles <sempre> tiveram um entrosamento muito bom."

"Eles faziam <o que a amiga fazia no recreio> na classe porque não tinha recreio."

Quadro 9: Alunos da Professora malsucedidos no estudo de Matemática.

1 - Não gostar de Matemática.

..."eles eram como eu, eu me via muito neles, eles não gostavam de Matemática,"...

"<achavam> um 'bicho de sete cabeças'."

2 - Atuação do professor.

..."eles nunca tiveram uma pessoa que explicasse a coisa de uma forma mais simples,"...

"Então eu tentava ajudar os que não sabiam;"...

"E com o tempo, eu até me senti mais apta a estar passando algumas coisas para eles"...

Quadro 10: A concepção de Matemática da Profª. C se transforma.

1 - Depende da metodologia de ensino.

"Hoje eu vejo assim: se eu tivesse uma boa base matemática na 1ª série, me incentivassem"...

"Aí eu fui perceber: poxa, se o professor do primário pudesse fazer isso de uma forma gostosa, não passar como regra, que tá aí e é isso!"

"Só que pra você ter esta relação <da Matemática com a vida>, você precisa desde o começo ter embasamento. Se você não tem esse embasamento, você não consegue ver,"...

2 - É possível aprender.

..."Uma visão que a Matemática não é um 'bicho de sete cabeças'"

"A Matemática pra mim é uma coisa que vem com a aprendizagem da pessoa, daí você ir evoluindo."

3 - Pode ter sentido.

"Mas por quê? Ninguém sabe por quê. É isso, colocaram aí, não tem que saber por quê. E eu sempre questionava: mas por quê? Eu não entendo. Eu sempre questionei isso."

"Bom, para mim essa Matemática agora é uma consequência, no fundo ela tem toda uma relação com a vida que é difícil você enxergar."

4 - É possível gostar.

..."<me ensinassem> a gostar da Matemática como nós passamos para eles, que a Matemática é uma coisa gostosa de se fazer, de aprender, eu não seria essa pessoa que ficou tantos anos achando horrível a Matemática."

..."e é engraçado, só fui ter essa visão de que a Matemática é uma coisa gostosa mesmo, quando comecei a trabalhar com eles."

"Pra quem não gosta, enxergar a Matemática com esta relação <com a vida> é muito complicado."

5 - A transformação.

..."se você passou o tempo todo, no primário, no ginásio, achando que a Matemática era uma coisa inútil, é difícil você conseguir <perceber a relação que a Matemática tem com a vida>."

"Agora eu vejo que a Matemática... tudo tem relação com a vida, com o processo da vida em si."

Quadro 11: A Professora e o "construtivismo".

1 - Preocupações pessoais e de uma parte da equipe.

"Nos últimos seis meses, uma coisa preocupou o L, o T, a L e eu <como é que vamos fazer? Nós resolvemos optar pelo nosso trabalho, independente do que outro profissional iria fazer.>."

"Eu falei <as prováveis diferenças entre o <nome da escola> e uma outra escola> porque você fica assim, né? Eu não sei como vai ser, eu não sei para onde eles <os alunos> vão."

"Então, meu medo foi só assim, só da correção que o professor iria fazer em cima daquilo."

2 - As vantagens do trabalho "construtivista".

"Eu sentia assim: o educando, na verdade, foi com uma bagagem maior pra uma 2a. série, muito mais enriquecida que os outros <alunos de outras escolas>."

..."<Com> todo o processo de <discussão> que nós <provocamos>, eles ficaram muito questionadores, eles questionaram muito. Eles aprenderam a questionar, a se colocar como indivíduo. Acho que com outro professor ele iria questionar isso."

"Mas ele teria uma bagagem pra estar passando ao professor tudo o que ele aprendeu, que ele trouxe, a bagagem que ele desenvolveu."

3 - A conscientização dos alunos.

"Então, o que eu tentei passar para eles era assim: que eu não dava importância aos erros de Português que eles tinham; que eu não passava caneta vermelha; que eu deixava o negócio 'rolar'; que com o tempo eles iam aprender aquilo, era uma 1a. série; que eu não iria cobrar uma coisa e às vezes outro professor iria cobrar."

4 - A coerência do trabalho.

"Na verdade, é uma coisa assim: depois de todo o trabalho, eu não poderia chegar e jogar algumas coisas pra eles."

..."eu fui até o final como estava fazendo."

5 - Crenças relativas ao processo de aprendizagem.

"Eu acredito que o indivíduo se adapta ao meio, ele vai se adaptando ao meio."

ANEXO 1

HISTÓRIA DA ESCOLA

A escola onde o trabalho de campo da pesquisa se desenvolveu era um Curso Supletivo municipal que funcionava na sede social de uma igreja católica, na Zona Oeste da cidade de São Paulo. Oferecia as quatro primeiras séries de suplência do 1o. Grau, estas séries estavam distribuídas em cinco semestres: 1o. termo que era subdividido em dois (1o.t I e 1o.t II), 2o., 3o. e 4o. termos (2o.t, 3o.t e 4o.t). Em dezembro de 1990, foi dissolvida, enquanto entidade, pela Secretaria Municipal de Educação - SE; as classes que sobreviveram ao fechamento foram distribuídas por outras escolas da região.

1. Antes da pesquisa ser iniciada.

A organização autogerenciada do grupo de professores da escola surpreendeu a pesquisadora. Eles se reuniam sempre que necessário, no mínimo uma vez cada duas semanas, para planejar o trabalho pedagógico. No final de 1988 estavam implantando o projeto que haviam elaborado coletivamente e cujo título era "O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos". Neste projeto o trabalho dos professores dos 1os. termos havia sido totalmente reformulado no que se refere à alfabetização. Talvez a história da instituição pudesse explicar esta situação atípica em relação às outras instituições desta natureza que a pesquisadora conhecia. A estrutura educacional externa à instituição não favoreceria tal constituição de grupo, de certa forma até reforçava o trabalho isolado do professor.

A escola começou a funcionar em 1971, entretanto não existia oficialmente enquanto instituição até 1975, eram vários cursos de Educação de Adultos isolados. Não podia ser considerada uma escola enquanto tal, eram classes isoladas que funcionavam num mesmo prédio.

Alguns dos professores destas classes estavam vinculados aos Supletivos Estaduais cuja estrutura era bem semelhante à dos cursos regulares -- 45 alunos por classe, termos com a duração de dois semestres -- a diferença era a faixa etária dos alunos: acima de 14 anos. Os outros professores trabalhavam a expensas do Serviço Social da Indústria - SESI ou do Movimento Brasileiro de Alfabetização de Adultos - Mobral, de acordo com sua origem de contratação. Esta estrutura de remuneração não se pode dizer que favoreça o trabalho coletivo.

Outro aspecto da estrutura educacional que reforçava o trabalho isolado era o tipo de acompanhamento pedagógico que os professores vinculados ao Mobral recebiam da Secretaria Municipal do Bem-Estar Social - SEBES. Este aspecto se destaca particularmente, pois foi este o vínculo oficial que prevaleceu durante uma época importante da história da instituição. O acompanhamento se concretizava através de dois tipos de atividades:

- Reuniões que congregavam todos os professores do município para a distribuição da programação pedagógica. A programação constava de um material escrito que fora elaborado por uma equipe da própria SEBES e previa aula por aula do curso supletivo.

- Visitas periódicas dos supervisores a cada classe. Tais visitas tinham, entre outras, a função de controlar o trabalho do professor e verificar se eles estavam cumprindo a programação que lhes fora entregue na reunião.

Esta estrutura administrativa dificultava a elaboração de um projeto de escola, pois as reuniões eram gerais para toda a cidade; não congregavam os professores por instituição e nem mesmo por região. Além disto, por ocasião das visitas do supervisor à escola, as discussões sobre o trabalho de cada classe eram individuais com o professor e não coletivas.

Outros fatos na história da escola, entretanto nos fornecem pistas sobre a constituição da estrutura de autonomia do grupo de professores da escola. A narrativa esclarece, pelo menos em parte, o significado que o trabalho na Escola teve para a maior parte dos professores que participaram do processo de construção e fechamento da escola. Tem interesse especial a importância que a Professora que regia as duas classes que participaram diretamente da pesquisa,

atribuía à sua atuação docente. A pré-história da pesquisa também contribui para a caracterização do ambiente de trabalho da instituição quando a pesquisa foi iniciada, no final de 1988.

No início da escola era difícil lidar com os alunos, pois, como relata a Profa. N, eram, em grande parte, marginais:

-- "Foi muito difícil manter a ordem, muito difícil manter o nível. ... Inclusive, naquela época, um aluno matou o outro."

-- "Dentro da escola?" -- pergunta a pesquisadora.

-- "Não! Começaram a brigar na sala da Profa. ..., uma amiga nossa, e terminaram brigando num posto de gasolina, por causa de namorada, e um aluno enfiou o lápis na garganta do outro e acabou matando. ... Inclusive, quem providenciou o enterro, o envolvimento com a Prefeitura, assistência à família daquele aluno, fui eu e a Nós que andamos de viatura, na favela, 'tudo', nós que demos assistência pra mãe do criminoso, também. Tudo foi a gente... Enfrentamos todas estas 'barras' da Escola."

As características dos alunos naquele início da Escola podem constituir-se num dos fatores de congregação dos professores; eles estavam sendo obrigados a enfrentar, no cotidiano, o problema coletivamente, a construir em conjunto uma sistemática de trabalho com aquela população.

Na época o Mobral só remunerava a alfabetização. De acordo com o Prof. L, em 1973, surgiram as primeiras reivindicações pela continuidade do supletivo municipal, o que só foi conseguido no ano seguinte.

Apesar desta diversidade de estruturas administrativas e das várias fontes pagadoras, o grupo de professores e de alunos da escola se manteve bastante constante. A constância do grupo de alunos talvez possa ser explicada pelo fato da divulgação dos cursos ser feita "boca à boca". A constância do grupo de professores provavelmente se explica pela orientação pedagógica, pautada pelo compromisso com o trabalho, que alguns elementos do grupo inicial -- Prof. L, Profa. N, Prof. T, foram os citados -- faziam aos profissionais que iam chegando para trabalhar na

escola. Já se pode perceber o germe do projeto da escola sendo construído por esta equipe; esse germe de projeto, provavelmente, foi fazendo uma espécie de seleção ideológica dos professores.

Em 1975, no governo do Prefeito Olavo Setubal, iniciou-se a descentralização da Suplência Municipal. Os professores foram chamados a reuniões regionais onde foram subdivididos por níveis de docência: 1o., 2o., 3o. e 4o. termos. As reuniões não eram ainda por unidades de trabalho, mesmo assim permitiram aos professores de cada região se conhecerem e, conforme observou o Prof. L, se articularem em torno de reivindicações políticas tais como a profissionalização do professor da Educação de Adultos e melhores condições de trabalho.

A estrutura administrativa, entretanto, continuava a não favorecer os projetos de escola, não só porque as reuniões não eram por unidades de trabalho, como também porque os supervisores mantiveram seus contatos individuais com os professores. Cada supervisor era responsável por um termo, visitava os professores que estavam trabalhando nesse nível escolar ignorando os demais. Nessa época, a escola já era grande para os padrões dos Cursos Supletivos; havia cinco classes noturnas e duas vespertinas, em torno de 150 alunos.

No início de 1976, conforme declarou a Profa. N, os últimos professores da escola que ainda estavam vinculados ao Curso Supletivo estadual resolveram optar pela melhor remuneração que o Mobral oferecia. Quatro destes professores, que participaram de todo este processo de criação da instituição Escola, permaneceram lá até sua dissolução. Os professores recebiam, via Prefeitura, a verba que lhes era destinada pelo Mobral e a dividiam entre si.

--"Mesmo assim, a Prefeitura ainda pagava melhor que o Estado" -- comenta a Profa. N.

Em 1978 houve uma grande articulação dos professores do Mobral da qual os professores da escola participaram ativamente. Os professores da região elaboraram a proposta de uma nova estrutura: alfabetização em 10 meses. Segundo o Prof. L, começando naquele ano a trabalhar na escola, a proposta era revolucionária pois a 'pedra de toque' do Mobral sempre fora alfabetizar em cinco meses.

As condições de tamanho, número de professores e de alunos da escola, permitiram que a proposta de alfabetização em 10 meses fosse implantada e avaliada em 1980. Não dera certo, a evasão dos alunos era muito grande. Os professores, entretanto, estavam convencidos de que, devido às carências dos alunos, era necessário mais tempo para a alfabetização. Em meados do ano seguinte foi implantada a estrutura que permaneceu até o fechamento da instituição: 1o. t I e II.

Neste mesmo ano, 1981, o então prefeito de São Paulo, Eng. Reinaldo de Barros -- segundo opinião do Prof. L em função de sua candidatura a governador -- decretou a contratação dos professores do Mobral pela SEBES. Foi uma vitória do movimento articulado pelos professores e caracterizava, segundo aquele professor, o esvaziamento do Mobral. Até esta época, era exigido destes professores apenas o 1o. Grau completo. Houve um concurso público para ingresso destes professores a serem contrados; esse concurso constava de uma prova e uma entrevista com o coordenador da regional. Foi dessa forma que a Professora foi contratada, no primeiro semestre de 1982. Porém, além deste concurso não haver sido obedecido rigorosamente -- as vagas não foram preenchidas e foram contratados também "afilhados" políticos -- foi o último. Daí em diante as pessoas eram contratadas somente mediante a entrevista.

De uma certa data em diante, a Profa. N não se lembrava exatamente o ano, até esta entrevista foi abolida, as pessoas eram contratadas porque conheciam alguém que trabalhava na escola. Apesar do caráter clientelista desta medida, para a escola que tinha um corpo de professores articulado, este foi mais um ponto de coesão, era a equipe que contratava o novo professor, exigindo dele uma adesão à proposta pedagógica em elaboração. Nessa mesma época o nível mínimo de escolaridade exigida do professor era o 2o. Grau completo. Estudantes cursando várias faculdades -- Psicologia, Jornalismo, Estudos Sociais -- procuraram, neste tempo, a escola para trabalhar.

O Prof. L informou que, em 1984, o Mobral federal, alegando desvio pedagógico em São Paulo, decretou intervenção no Mobral municipal. Há muito folclore envolvendo a escola neste

rompimento, a verdade é que ele esteve em “pé de guerra”. Em junho deste ano, na gestão do Prefeito Mário Covas, a SEBES decretou o rompimento com o Mobral, criando o Projeto de Educação de Adultos - PEA, com autonomia financeira, pedagógica e administrativa. Este projeto foi desarticulado em 1986, no início da gestão do Prefeito Jânio Quadros.

Em 1985, a SEBES firmara um convênio com o Centro Ecumênico de Documentação e Informação - CEDI para um curso de formação de seus professores em Educação de Adultos. Aproveitando as circunstâncias favoráveis, os professores da escola iniciaram um processo de reestruturação do curso. Fizeram diversas experiências pedagógicas (semipolivalência nos primeiros termos, trabalhos por área de conhecimento) a partir das quais chegaram a estrutura que vigorou até o final: os professores do 1o.t I e II eram polivalentes; no 2o.t os alunos tinham dois professores, um de Língua Portuguesa e outro de Matemática; nos outros dois termos além desses dois professores os alunos tinham os de Estudos Sociais e Ciências. Experimentaram também a gestão colegiada com a participação de representantes dos alunos; não só os estudantes eram avaliados, havia assembléias de final de semestre onde todo o trabalho, inclusive o do professor, era avaliado.

Porém, em 1987, a insatisfação do grupo de professores ainda era grande, as medidas pedagógicas e/ou educacionais adotadas não estavam resolvendo os problemas de aprendizagem dos alunos. O estilo político do então Prefeito Jânio Quadros era de abrir pouco espaço à participação da população no governo da cidade de São Paulo. Apesar deste clima autoritário, ou talvez por causa dele, os professores da escola elaboraram e implantaram um projeto pedagógico contendo grandes transformações metodológicas. Fundamentaram seus trabalhos em estudos sobre alfabetização da Profa. Emília Ferreira. O Prof. L citou também contatos com a Profa. Zilma de Moraes Ramos de Oliveira, que vem fazendo estudos e pesquisas numa linha sócio-interacionista-construtivista.

Para elaborar este projeto foi necessário aumentar o número de reuniões, trabalhar aos sábados e até montar um grupo de estudos que se reuniu durante todo o ano, às sextas-feiras pela manhã. Deste grupo participaram o Prof. L, o Prof. T. e a Professora, que relatou:

--"Nós tínhamos reunião de sábado, eu trabalhava <muito>... Com um mês -- eu tinha <ainda> três meses da minha licença-gestante --, eu trabalhei esses três meses sem receber um tostão, por conta desse projeto. Sabe o que é largar casa?..."

-- "Nenezico novo" -- completou a pesquisadora.

-- "Não, ela ia pra reunião, eu amamentava na reunião. Sabe esse comprometimento que você tem?"

Esses eventos fora do horário de aula se prolongaram pelo ano de 1988. Além deles os professores se preocuparam em anotar o que faziam em sala de aula durante esses dois anos de início de aplicação do projeto. Era basicamente um projeto de alfabetização, embora os professores aproveitassem sua apresentação à aprovação da SEBES para incluir outras alterações que desejavam oficializar com relação à estrutura de funcionamento do curso.

No final de 1988 a pesquisadora entrou em contato com a escola... E aí começa a história propriamente dita.

2. SEBES ou SE?

Se o primeiro ano de trabalho se caracterizou pelo aparo das arestas da comunicação pesquisadora/grupo de professores, 1990 foi um ano de grandes mudanças na escola. Até 1989 os cursos supletivos de 1o. Grau pertenciam à Secretaria do Bem Estar Social - SEBES, confirmando a visão filantrópica que vem caracterizando o trabalho de Educação de Adultos no Brasil. A administração municipal paulistana do Secretário Paulo Freire resgatou esses cursos para a SE. Apesar da adequação pedagógica, esse resgate trouxe consigo alguns conflitos que atingiram de maneira definitiva a existência da escola.

As negociações com relação à solução administrativa de incorporar os Cursos Supletivos à SE iniciaram logo no começo da administração da Prefeita Luiza Erundina. A pesquisadora vivenciou as repercussões desse processo na escola pois todas as reuniões começavam com informes trazidos pelo Prof. L que estava colaborando na criação do EDA na DOT da SE. De início, o grupo de professores da escola concordava com a medida adotada pelo Secretário Paulo Freire. Eles, que vinham lutando pela profissionalização do educador de adultos, avaliaram a atitude do Secretário como um avanço nesta direção; o que não esperavam eram as repercussões operacionais que incidiram diretamente sobre a escola na qual trabalhavam a ponto de fechá-la.

A proposta inicial da SE era anexar a escola a uma das Escolas Municipais de 1o. Grau da região. Os diretores destas não aceitavam essa anexação, tanto por razões específicas relacionadas à escola como por motivos de natureza geral, ou seja, referentes a qualquer Curso Supletivo. Os informes iniciais das reuniões com os professores, trazidos pelo Prof. L, possibilitaram à pesquisadora levantar as causas de natureza específica, as causas de ordem geral foram coletadas a partir desta fonte como também em conversa com uma diretora de escola municipal que estava colaborando na organização do DOT na administração da Prefeita mencionada.

Dentre os motivos de natureza geral alegados pelos diretores para não aceitarem a incorporação da escola à instituição que dirigiam, relacionamos alguns mencionados por eles:

- o aumento de infra-estrutura administrativa previsto em lei não era suficiente para a assimilação do Curso Supletivo, pois a lei só previa a criação de cargos técnicos no caso de aumento de um período de funcionamento da escola e não de um curso;
- os Cursos Supletivos funcionavam em horário especial, não era o mesmo dos cursos regulares;
- a clientela dos Cursos Supletivos era diferenciada: mais velha, com outros interesses.

A outras causas de natureza geral a pesquisadora teve acesso por contatos pessoais com diretores não envolvidos com aquela escola em especial:

- qualquer trabalho com adultos desescolarizados não é considerado de boa qualidade;

- dúvidas por parte dos diretores quanto à assiduidade, à responsabilidade com o trabalho e à capacidade profissional dos professores.

Outras causas referiam-se especificamente àquela escola cuja estrutura de autonomia pedagógica era conhecida entre os educadores de adultos:

- qualquer escola da região teria duplicado tanto o número de alunos como o de professores ao assimilar o corpo discente e docente da escola;

- os professores colocavam como ponto fundamental para anexação a uma outra escola a continuidade da implantação do Projeto "O Sapo Voador";

- os diretores manifestavam pouca disponibilidade para lidar com a autonomia do grupo de professores da escola, preferiam assimilar somente algumas classes.

Analisando tais causas podemos perceber que os diretores avaliavam que o aumento de trabalho seria muito maior do que eles estavam dispostos a aceitar. Além disso, os preconceitos dos diretores era confirmado pelo fato da SEBES não exigir habilitação ao magistério dos professores de Suplência I (1o. a 4o. termos).

A dificuldade da SE em dar uma solução administrativa para a escola gerava nos professores sentimentos contraditórios. Concordavam pedagogicamente com a assimilação da Educação de Adultos pela SE, por outro lado temiam perder a autonomia tanto pedagógica como administrativa. Vinham desenvolvendo o projeto com liberdade para implantar as modificações que julgassem necessárias, para contratar os professores que avaliassem com condições e para orientá-los pedagogicamente; por outro lado, eles desejavam usufruir dos benefícios que a SE ofereceria: assessoria pedagógica e administrativa, pessoal e material para limpeza do prédio, merenda, etc. Propuzeram, então, que a escola se constituísse numa escola independente, ligada administrativamente ao NAE-4 cuja equipe, por sua vez, ficou de estudar essa possibilidade.

A primeira repercussão administrativa da passagem para a SE foi a substituição de professores. Quando o Prof. L assumiu um cargo no EDA, veio para substituí-lo a pessoa da escala do NAE-4 que escolhera a vaga na escola; era uma desconhecida que não lera o "Sapo

Voador" antes de aceitar o trabalho. Se ela discordasse de algum ponto, ou de toda a linha metodológica, e assim mesmo resolvesse continuar na escola, os professores que o elaboraram nada poderiam fazer.

Além disso, apesar da luta pela profissionalização do grupo enquanto um todo, o atuante Prof. T não tinha o título de professor pois nem cursara Habilitação ao Magistério, em nível de 2o. Grau, e nem completara sua graduação em Ciências Sociais, em nível universitário. Em 1989, a SE passou a exigir que os professores dos termos iniciais dos cursos supletivos tivessem a habilitação ao magistério, e a própria SE promoveu um curso para habilitá-los. Ter que concluir este curso impediu o Prof. T de ser um dos docentes que participaram diretamente da pesquisa; ele não tinha tempo para as reuniões extras.

O próprio Prof. T ficou encarregado de substituir o Prof. L nas reuniões com a equipe do EDA no NAE-4, visando dar continuidade às negociações das definições das relações escola/SE. Entretanto, no final do ano, foi exigido que uma pessoa graduada em Pedagogia assumisse essa tarefa. O grupo de professores, chamado a indicar esta pessoa, avaliou -- numa reunião em que a pesquisadora estava presente -- que seria adequado indicar a Profa. N, recém graduada, para o cargo. A reunião foi tumultuada porque não se estava criando o cargo de Coordenadora Pedagógica, mas nomeando uma professora para afastar-se da sala de aula, com a mesma remuneração, com um mês somente de férias e devendo exercer aquele cargo.

Em meados do primeiro semestre de 1990, o NAE-4 destacou a Profa. N para ser a coordenadora pedagógica e nomeou uma pessoa para fazer a administração da escola -- até então, os professores se encarregavam de toda a escrituração da escola, como livro de matrícula, fichas dos alunos, etc. Pela primeira vez na história da escola havia livro de ponto a ser assinado.

Nesta época, ainda não fora definida a relação escola/NAE-4, se seria direta ou vinculada a alguma escola da região. No começo das negociações havia sido ponto de honra para o grupo dos professores manter-se junto e dar continuidade ao Projeto, entretanto um novo complicador interferiu: o vigário da paróquia, alegando razões de ordem econômica, não queria mais que a

escola funcionasse na sede social da igreja. Estava cada vez mais difícil manter a existência da escola, quer como escola independente, quer como parte de outra escola.

O clima emocional da escola, nesse período, era permanentemente tenso. Os professores foram sendo afastados do processo decisório: nem a Profa. N, nem nenhum outro representante da escola foi convidado para participar das reuniões com o vigário. Pelo fato destas reuniões ocorrerem na sala paroquial, na parte de cima do prédio onde funcionava a escola, os professores passaram a se sentir traídos. A pessoa nomeada pelo NAE-4, apesar de envolvida emocionalmente com os professores, não tinha condições de interferir por não ter participado de toda a história da escola. Os interesses pessoais estavam ameaçados e os conflitos afloravam com intensidade sem precedentes. Faltas, atrasos, casos de professores que dispensavam seus alunos antes do horário eram incidentes comuns. O máximo que a Profa. N conseguia fazer era colocar-se como um muro de lamentações; nem a difusão dos comentários ofensivos de um colega a outro ela conseguia controlar. Tais comentários criavam um clima de enfrentamento nas reuniões, e as discussões, que tradicionalmente abordavam apenas o aspecto profissional, passaram para divergências políticas -- com relação à gestão Paulo Freire da SE -- e destas às ofensas pessoais. No segundo semestre de 1990, quando o trabalho em classe começou, as conversas na sala dos professores indicavam como o desejo do final da escola, apesar do sofrimento que alguns deles manifestavam com o fato.

Nessa época o trabalho de assessoria em Educação Matemática que a pesquisadora prestava teve que abordar questões diretamente ligadas às aspirações dos professores, pois o Prof. L saíra -- não as inibia mais -- e não se sabia como funcionaria a escola no semestre seguinte. Ficou resolvido que se atacariam os problemas práticos mais emergentes enquanto se aguardavam as medidas administrativas que regulamentassem o funcionamento da escola, agora vinculada à SE.

Os problemas administrativos impediam a continuidade do trabalho de assessoria em Educação Matemática. Era necessário reescrever o Plano de Curso incluindo as mudanças no

trabalho em relação à Matemática, pelo menos com relação à proposta; a pesquisadora e o Prof. T dedicaram várias horas de reunião a esse trabalho. As reuniões pedagógicas seriam realizadas na sede do Núcleo de Ação Educativa Oeste - NAE-4 e não mais na própria escola; a assessora foi até lá para negociar que as de Matemática, pelo menos, acontecessem na escola. Realmente ocorreram na escola, porém sua qualidade estava fortemente comprometida pelo clima de fechamento da instituição.

A escola, enquanto instituição autônoma, foi dissolvida em dezembro de 1990. A festa de final de ano transcorreu em clima tenso. Para alguns professores era um alívio a situação ter sido pelo menos definida. Não havia condições de organizar uma festa alegre. A Professora organizou uma comemoração na sua classe que teve uma clara conotação de despedida definitiva.

HISTÓRIA PROFISSIONAL DA PROFESSORA

A Professora tinha, na época da pesquisa, 26 anos. Começara a trabalhar no comércio com 13 anos e tivera que abandonar o emprego porque a sua família mudou-se para perto da escola onde a pesquisa se desenvolveu. Soubera, pelo pai, que uma classe de 2a. série estava sem professor; cursava a 2a. série do 2o. Grau quando começou a trabalhar com Educação de Adultos. Resolveu tornar-se educadora, transferiu-se para o Curso de Habilitação ao Magistério e graduou-se em Pedagogia. Atribui ao Prof. L papel importante na sua formação profissional por ter liderado o grupo de professores da escola enquanto trabalhou ali.

1. A professora e as aulas de Matemática

O tema de duas das três horas da entrevista com a Professora foi o ensino e a aprendizagem da Matemática; além da sua história profissional, a almejava explicitar a concepção de conhecimento matemático subjacente à sua prática de sala de aula. Antes do início da gravação, ela se declarou temerosa em não conseguir responder questões que a pesquisadora lhe proporia, entretanto foi se tranquilizando no decorrer da entrevista. A Professora, assim, já manifestava sua concepção de que conversas sobre Matemática versam sobre temas aos quais poucos têm acesso.

Não apresentou dificuldades em relatar sua experiência enquanto professora nem enquanto aluna de Matemática, porém, neste último caso, manifestou-se constrangida em revelar seus sentimentos dos tempos de estudante: --"Sinceramente?" Só continuou após o gesto de consentimento da entrevistadora. O Quadro 6 revela a descrição que a Professora faz de si mesma enquanto aluna de 1o. e 2o. Graus, nas aulas de Matemática. O clima da entrevista era de inibição com relação a comentários negativos sobre experiências de aulas de Matemática; cada um deles

precedido por desculpas. O fato da pesquisadora trabalhar com esta área de conhecimento parecia ser a causa deste constrangimento.

Os comentários da Professora sobre seus colegas que eram alunos bem-sucedidos em Matemática referiram-se a uma característica física destas pessoas: “usavam óculos”. Ela destacou também a atuação deles como monitor não oficial do professor, função esta exercida fora da sala de aula. Entretanto, não eram todos os bons alunos de Matemática que tinham sucesso no auxílio aos colegas; alguns davam conta de explicar localmente o encadeamento da sequência de procedimentos para resolver uma determinada classe de exercícios, outros perdiam-se em aprofundamentos teóricos confundindo ainda mais o colega que desejava somente obter uma boa nota na prova. A Professora comparou estes últimos com os professores que afirmam que certos raciocínios são óbvios, demonstram acreditar que, se lhes parece fácil, deve sê-lo para seus alunos. Ela não fez menção à negação do processo de construção do conhecimento implícito nesta afirmativa.

Os colegas malsucedidos em Matemática, como se pode perceber no Quadro 8, foram descritos pela Professora como maus alunos em geral. A valorização do esforço escolar se evidencia nesse discurso, não eram alunos menos inteligentes e sim menos adaptados à estrutura escolar. Se a Professora manifestou revolta em relação à facilidade que seus colegas tinham com relação a sair-se bem em Matemática, não demonstrou compaixão pelos malsucedidos, não acreditava que lhes faltasse capacidade.

A Professora, mesmo com esta disposição negativa com relação à disciplina, teve sob sua responsabilidade, durante três anos, as aulas de Matemática da escola onde a pesquisa se desenvolveu, na época em que os professores de todos os termos eram polivalentes. Porém, de acordo com seu depoimento, ela trabalhava com 2o.t, cujo conteúdo matemático não era difícil; só no ensino da divisão encontrou dificuldades. Com esta experiência e mais o tempo de participação na pesquisa, a Professora caracterizou, com relação ao estudo de Matemática, os alunos dos seus três anos iniciais de carreira.

Pode-se identificar, no discurso da Professora que, pressionada pelo sua falta de conhecimento didático, ela trabalhava em sala de aula incorporando alguns princípios da interação social no processo de aprendizagem. Esta incorporação, além de não ser consciente, é negada pela seu ideário profissional, como se pode verificar em muitas frases de seu depoimento, por exemplo: --"estar 'passando' alguma coisa para eles"...

Com este tipo de relação com o conhecimento matemático, não era de se esperar que essa Professora se envolvesse com uma pesquisa cuja temática era exatamente a construção daquele. É a própria professora que historia esse envolvimento:

--"Pois é superinteressante, a Matemática passou a ser um desafio para mim."

--"... existem aqueles professores que não gostam de certas matérias e acabavam deixando de lado a matéria... Eu sempre tive muita dificuldade <em Matemática>... Eu tinha que estudar muito pra passar aquilo... Ficava em casa 'quebrando a cabeça': como é que vou fazer aquele aluno entender? Pra mim estava fácil, só que estava difícil eu passar o fato para eles. Estava muito complicado. Então quando <em 1985> aconteceu isso <cada professor assumiu uma área>, eu imediatamente 'peguei' Estudos Sociais e Ciências, porque era uma coisa que eu dominava, tinha facilidade. Para mim ia ser muito mais fácil. Eu iria pegar três salas, eu iria pegar 2a., 3a. e 4a. séries. Não iria ficar com todas as salas, <mas> não ficaria 'bitolada', né? Me interessei bastante. Aí nós trabalhamos um bom tempo por área."

--"Em 88, quando a <nome da filha> nasceu, ... eu comecei a trabalhar com a 1a. série, ainda por área programática. Eu trabalhava com as duas 1as. séries, só que eu dava Português e o T, Matemática. Aí depois nos trocamos... Aí surgiu de ficar com uma sala só <polivalência do 1o. t, dentro do Projeto Sapo Voador>... Aí você apareceu, o L logo veio com a proposta: --Olha, tem uma pessoa <para trabalhar com assessoria>... Porque eu sempre disse pro grupo: a dificuldade é estar passando a Matemática para eles; <há> algumas coisas que eu realmente não estou conseguindo passar... Aí quando surgiu a idéia da <assessoria em>

Matemática, eu logo fiquei interessada, falei: vai ser bom pra mim porque ela vai me ajudar. E foi aí que começou o nosso processo. Eu me interessei muito"...

--"Eu ainda <final de 1988> estava com uma classe só."

--"Mas ainda <a pesquisadora> ficou meio distante <da sala de aula>."

--"E o que eu estava querendo realmente era que você fosse pra minha sala de aula me ajudar. Não tava muito intessante você ir lá na reunião. Quer dizer, eu gostava, mas eu queria uma coisa mais prática, de vivência. Eu queria saber por que o pessoal falava: --'Ela é uma expert em Matemática.' Falei: Nossa! Então, ela vai poder me ajudar. E `rolou' o Projeto de Matemática que foi super-bom, me deu outra visão de Matemática"...

Pela fala da Professora é possível perceber que seu primeiro movimento de adesão à pesquisa foi motivado pelas próprias dificuldades que tinha em relação ao ensino de Matemática. Entretanto foram suas condições pessoais que permitiram a permanência: não fosse ela ter conseguido transformar suas deficiências em desafio e preservar o "dentro" de sua sala de aula do clima negativo de trabalho, nos últimos meses de funcionamento da escola onde a pesquisa se desenvolveu, talvez ela não tivesse nem sido concluída.

A Professora referiu-se espontaneamente à transformação de sua concepção de Matemática, transformação que é fundamental para a incorporação no trabalho de sala de aula das matematizações feitas pelos alunos fora da escola. A concepção de Matemática estudada na escola de 1o. e 2o. Graus foi mencionada espontaneamente. A entrevistadora fez uma questão específica para identificar se esta concepção se estenderia ao conhecimento matemático adquirido no 3o. Grau, tendo em vista que a própria Professora havia mencionado um graduando nessa área; ele não tivera sucesso em auxiliá-la no estudo da Matemática no 2o. Grau. A íntima relação que a Professora estabelece entre a concepção de conhecimento e o gostar de Matemática revela alguns dos fundamentos de sua concepção de aprendizagem e de sua crença no prazer do aprender.

2. A professora e o "construtivismo"

O termo "construtivismo" aparece entre aspas pois foi utilizado no sentido que a pesquisadora pôde apreender durante sua convivência com os professores da escola onde a pesquisa se desenvolveu. Não há a pretensão de identificar a corrente teórica ao qual estaria vinculado; o interesse desse termo para o desenvolvimento da pesquisa refere-se ao fato de que ele esteve presente no discurso dos professores que poderiam ser caracterizados como mais significativos na construção do autogerenciamento da escola. Além disso, o nome do projeto por eles elaborado denotava a intenção de estar direcionando o ensino na escola por essa corrente de pensamento: "O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos". A própria Professora, várias vezes, mencionou o "construtivismo" em seu depoimento.

Sendo assim a pesquisadora julgou oportuno questionar a Professora sobre a maneira como ela encarava um trabalho direcionado pela "construção" do conhecimento quando aquele era impedido de prosseguir, fato que estava ocorrendo na escola onde a pesquisa se desenvolveu. Os patamares de sistematização alcançados pelos alunos, provavelmente, ainda não lhes permitiam ter autonomia suficiente para enfrentar um ensino em moldes tradicionais. Seria bem difícil que os alunos se deparassem, no ano seguinte, com um professor que se preocupasse em retomar do ponto em que cada um estava, mesmo capaz de identificar esse ponto; ou mesmo que considerasse o conhecimento que eles já traziam. O Quadro 12 sintetiza as declarações da Professora perante este questionamento.

Analisando o Quadro 12 se pode perceber que, sob o rótulo de "construtivismo", estava toda uma estrutura de escola que os professores da escola onde a pesquisa se desenvolveu haviam construído e que formaria alunos com características tais que lhes permitiria superar grandes lacunas do sistema de ensino. Essa era uma das crenças básicas que os unia, mesmo considerando que eles não tinham nenhum indicador objetivo de que a formação pretendida estivesse ocorrendo. Além disso, a única operacionalização de princípios construtivistas citada

pela professora foi a tolerância ao erro. Acrescendo-se este fato à leitura do Projeto "Sapo Voador" (CENTRO SOCIAL DOS SANTOS DIAS. O Sapo Voador: Atuação educando/educador/escola na construção do conhecimento, uma contribuição à discussão de Educação de Adultos. São Paulo, or. dat., 1989.), teremos a dimensão de que, quando a escola fechou, os estudos do grupo de professores da Escola onde a pesquisa se desenvolveu, sobre as teorias construtivistas, estavam no início.