

TANIA MARIA DE FREITAS ROSSI

A FORMAÇÃO DO CONCEITO MATEMÁTICO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

1993

Tânia Maria de Freitas Rossi

A FORMAÇÃO DO CONCEITO MATEMÁTICO

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Educação

1993

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO, na área de concentração: PSICOLOGIA EDUCACIONAL, à Comissão Julgadora da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação da Profa. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito.

Este exemplar corresponde à redação
final da Dissertação defendida por
Tânia Maria de Freitas Rossi e
aprovada pela Comissão Julgadora em

10/04/93

Data :

10/04/1993

Assinatura :

Crizito

Comissão Julgadora :

M. Binto

Adelar Domingues de Lencastre

João R. Gomes

Para :

Lúcio

André Luis

Carlos Felipe

Ana Lúcia

Marco Antônio

RESUMO

Este trabalho tem como eixo o desenvolvimento da elaboração conceitual na Matemática e explicita a participação da linguagem natural nesse processo.

A partir dos pressupostos da teoria sócio-histórica analisa e discute a constituição das operações realizadas com recursos mediadores, nas situações de elaboração de um conceito artificial e de conceitos relativos à figuras geométricas básicas, com sujeitos de diversos níveis escolares e com idade variando de 6 a 17 anos.

Os dados foram obtidos a partir de situações-tarefa, realizadas em sessões individuais, em que os sujeitos eram solicitados a desenvolver atividades de elaboração conceitual.

Os resultados indicam que frente a um conceito matemático desconhecido, os sujeitos buscam significá-lo através de seu relacionamento com outros signos da linguagem natural já elaborados, evidenciando movimentos em direção a diferentes níveis de abrangência no processo de generalização. Apontam também que o funcionamento da linguagem natural na constituição dos significados na Matemática contemplam dois níveis interrelacionados, o nível da palavra que designa e significa o conceito e o plano das trocas dialógicas, no qual a palavra está imersa.

Nessa análise, ficam delineadas algumas

implicações pedagógicas e contribuições da perspectiva histórico-cultural para a discussão metodológica da investigação relativa ao desenvolvimento categorial.

Índice

Capítulo I

- Introdução.....01

Capítulo II

- Colocando a questão da linguagem.....19

Capítulo III

- Linguagem Matemática e o Conhecimento
Matemático.....32

Capítulo IV

- A Elaboração do Conceito.....58

Capítulo V

- Pesquisando a elaboração Conceitual.....96

Capítulo VI

- Analisando e Discutindo Resultados.....112

Anexo I

- Roteiro de Aplicação da Tarefa de Elaboração do
Conceito Artificial.....175

Anexo II

- Roteiro de Aplicação da Tarefa de Elaboração do
Conceito Matemático.....177

Bibliografia.....179

Capítulo I

Introdução

A questão da elaboração conceitual vem acumulando um interesse crescente por parte de psicólogos, sociólogos, pedagogos, linguistas, educadores em geral e outros especialistas preocupados sobretudo com seu significado teórico para a ciência psicológica ou com a produção/compreensão de métodos eficientes de instrução na escola.

Há diferentes tentativas de estudar a elaboração de conceitos, de buscar explicar o funcionamento intelectual e os processos a ele interrelacionados. Essas várias tentativas tem gerado uma pluralidade de concepções e construtos difíceis de serem sistematizados e dispostos em categorias.

Os estudos sobre esta questão, de um modo geral, no âmbito da psicologia, parecem seguir tendências amplas.

Uma dessas tendências abrangeria os estudos sobre a formação de conceitos de orientação associacionista (os trabalhos sobre a formação de conceitos de orientação associacionista são inúmeros, ver, por exemplo, os estudos de F. B. Skinner, 1957, 1960; C. E. Osgood, 1963, 1971; O. H. Mowrer, 1954; N. Bolton, 1972; E. Heidbreder, 1946; H. H. Kendler e T. S. Kendler, 1962; F. S. Keller, W. N. Shoenfeld, 1950) . De acordo com estas teorias, os conceitos seriam

concebidos como uma resposta comum emitida para diferentes estímulos, sendo a resposta conceitual passível de generalização a novos casos.

De acordo com as teorias de base associacionista, parece haver a assunção de que a elaboração conceitual é concebida como um processo que é regido pelos mesmos princípios de todas as outras aprendizagens, onde o organismo aprende a responder mediante determinadas conexões estímulo-resposta. A organização do comportamento em associações ou conexões compreende sequências adquiridas, de maior ou menor grau de complexidade que não dedica atenção aos processos cognitivos, envolvidos em uma dada tarefa. Entende, assim, que quaisquer conclusões ou predições sobre um comportamento, como a elaboração conceitual que é baseada em mecanismos interiores hipotéticos, devem ser testáveis em confronto com estímulos e respostas observáveis.

No "Behaviorismo Radical" de Skinner¹ (Skinner, 1969), a elaboração categorial parece estar assente no conceito de " operante ". Um operante é uma classe de respostas definidas pelas relações funcionais do comportamento com suas² consequências, com o estado de motivação e com as condições ambientais presentes no momento em que a resposta ocorre. A dinâmica do comportamento é descrita nessa linha, em termos de $S \xrightarrow{d} R \xrightarrow{r} S$ com a suposição implícita de que estas leis

¹ SKINNER, F.B. **Contingencies of Reinforcement**. New York : Appleton Century Crofts, 1969.

seriam gerais e de que sua aplicação a casos particulares dependeria apenas de um ajuste de parâmetros. Supostamente qualquer estímulo poderia tornar-se um estímulo discriminativo para qualquer resposta e qualquer reforço poderia exercer seus efeitos sobre qualquer resposta que lhe fosse antecedente. Desta forma, para Skinner, a experiência e as contingências ambientais são os determinantes da estrutura do comportamento (Figueiredo, 1991)². Se o comportamento para Skinner (1969) tem uma estrutura, esta não refletiria a estrutura do organismo mas as relações ativas do organismo com o meio; sendo assim, um sujeito passivo parece não ser assumido pela teoria.

As classes de respostas operantes nessa linha de raciocínio, que sustentam a conduta adaptativa do indivíduo, emergiriam da própria história do indivíduo e parecem gerar uma sobrevalorização da plasticidade do comportamento, uma vez que tudo pode ser aprendido e da existência do caráter aleatório da variabilidade comportamental sobre a qual se aplica o efeito seletivo da consequência reforçadora (Figueiredo, 1991). Na faixa de variabilidade afeta à seleção, parece ocorrer a minimização dos estados emocionais, a despeito de estarem citados na teoria.

A organização do comportamento e com ele a aquisição de conceitos, tendem a se localizar não no sujeito mas em suas relações com o meio ambiente, conforme expresso no conceito de "contingência triplíce" (estímulo discriminativo -

2

FIGUEIREDO, L.C. **Matrizes do Pensamento Psicológico**. Petrópolis : Editora vozes, 1991.

resposta instrumental - consequência reforçadora). Por outro lado, se as noções de classes de estímulo e classes de respostas pretendem explicar a aquisição e desenvolvimento de conceitos complexos, tais como os conceitos matemáticos, a generalização embutida nesses conceitos não parece teoricamente elaborada nas interpretações associacionistas.

Uma outra tendência no estudo da formação do conceito abrange, sob a mesma denominação, diferentes abordagens que priorizam a dimensão cognitiva, isto é, a ênfase maior é dada aos processos cognitivos.

A abordagem cognitivista é considerada tanto como movimento doutrinário quanto como área de pesquisa dentro da Psicologia (Penna, 1984 ³). Como movimento doutrinário ela parece advir da integração e superação de duas grandes posições teóricas dominantes no período de 1930 a 1950; a primeira posição derivada de Watson e a segunda representada principalmente, por Tolman (Penna, 1974, 1984; Greene, 1976 ⁴). Essas duas posições esboçavam um desacordo em relação à relevância concedida ao comportamento já ocorrido, como condição de explicação da conduta e em relação à importância fornecida às metas objetivadas pelo sujeito, na explicação de seu comportamento. As tentativas de superação dessas duas linhas

3

PENNA, A.G. **Introdução à Psicologia Cognitiva**. São Paulo : EPU, 1984.

4

PENNA, A.G. **Introdução à História da Psicologia Contemporânea**. Rio de Janeiro : Zahar Editores, 1974.

GREENE, J. **Pensamento e Linguagem**. Rio de Janeiro : Zahar Editores, 1976.

teóricas foram beneficiadas pelo desencadeamento de estudos vinculados à cibernética e coincidiram com uma certa redução da influência do behaviorismo na década de 60, período esse em que a corrente cognitivista passou a obter maior prestígio e penetração (PENNA, 1984).

Enquanto área de pesquisa, a abordagem cognitivista parece caracterizar-se pelo estudo dos processos responsáveis pelo conhecimento e, nesse sentido, preocupa-se com os processos cognitivos tais como, percepção, atenção, memória, linguagem, pensamento, etc. .

Longe de se constituir um movimento homogêneo, o cognitivismo abriga posições bastante diversificadas e, conseqüentemente, a formação do conceito nessa perspectiva, passa a ser concebida de várias maneiras. Para Bruner (1956), por exemplo, existe uma íntima relação entre os processos perceptivos e os conceituais já que ambos operam com atividades de categorização e identificação. A principal diferença entre esses processos estaria referida no fato das categorizações perceptuais operarem de modo imediato na apreensão dos atributos criteriais necessários à construção do conceito, enquanto que as categorizações conceituais envolveriam processos mais complexos de abstração e generalização. Bruner enfatiza o papel dos determinantes culturais no processo de conceituação sua

5

PENNA, A.G. **Introdução à Psicologia Cognitiva.** São Paulo : EPU.1984.

6

BRUNER, J.S.; GOODNOW, J.J. & AUSTIN, G.H. **A Study of Thinking.** New York : Wiley, 1956.

preocupação essencialmente descritiva do processo conceitual embora contribua para o estudo da questão, carece de explicações que avancem um pouco mais nesse sentido. Dentre os estudos vinculados a essa tendência pode-se citar: J.S. Bruner, J.J. Goodnow & G.A. Austin, 1956; P.C. Wason & P.N. John-laid, 1972; L.J. Chapman & J.P. Chapman, 1959; P.C. Wason, 1968; C. Gilson & R.P. Abelson, 1975.

7

Piaget (1967), em consonância com o estruturalismo genético, do qual é o mais notável representante, procura vincular a formação de conceitos não apenas à elaboração de imagens mentais via processo de abstração mas à própria ação do sujeito cognoscente. Nessa concepção, as imagens mentais e o pensamento não constituem meros prolongamentos da percepção, estando assim mais próximos das atividades operacionais. O sujeito operando sobre o objeto, elaboraria as estruturas responsáveis pelos processos transformacionais. Piaget parece acreditar na indissolubilidade dos fenômenos mentais e comportamentais do indivíduo (Figueiredo, 1991). O conceito nessa perspectiva, seria formado a partir de um processo pelo qual o sujeito elaboraria seu próprio conhecimento e sua adaptação ao meio, de maneira inteligente e progressiva (Piaget, 1967).

8

9

Ao atuar sobre o mundo físico e ao agir

7
PIAGET, J. & INHELDER, B. La Psychologie de L'Enfant. Paris :
PUF, 1967.

8
FIGUEIREDO, L. C. Matrizes do Pensamento Psicológico. Petrópolis:
1991.

9
PIAGET, J. & INHELDER, B. La Psychologie de L'Enfant. Paris :
Puf, 1967.

sobre o mundo social, a criança, segundo Piaget, constrói os instrumentos cognitivos (categorias lógicas do entendimento, do julgamento moral e da competência linguística), que lhe possibilita "conhecer", "julgar" e "reconstruir" o mundo social em que vive. Seguindo essa linha, Piaget (1967)¹⁰, vai focalizar a adaptação do sujeito ao meio simultaneamente à sua regulação interna, e nesta perspectiva a aquisição do conhecimento se daria através de invariantes funcionais.¹¹ Assim, as estruturas cognitivas que englobam a dimensão lógica, moral e linguística, são construídas e reorganizadas através de estágios sucessivos que representam, da parte do sujeito, formas cada vez mais complexas e refinadas de conhecimento e reorganização do mundo físico e social.

Embora outras tendências busquem contribuir para a compreensão mais profunda do problema da elaboração conceitual, parece haver maior aceitação dos pressupostos teórico-metodológicos vinculados às bases associacionista e ao cognitivismo piagetiano nos estudos realizados com tal finalidade (além dos estudos mencionados que se ancoram nos pressupostos associacionistas, na vertente cognitivista piagetiana pode-se citar : S.M.Hughe, 1986; A. Sinclair, F. Siegrist e H. Sinclair, 1983; C. Kamii, 1985; T,

¹⁰
PIAGET, J. & INHELDER, B. *La Psychologie de L'enfant*. Paris: PUF, 1967.

¹¹
Os invariantes funcionais no cognitivismo piagetiano são um constructo teórico composto pelos mecanismos de adaptação e organização que se realizam via dois movimentos interligados, a assimilação e a acomodação.

Carraher & D. Carraher, 1988; Hunt, 1961, 1963; Inhelder, 1962; Lovell, 1987; Freitag, 1984, 1986; Flavell, 1976; Baldwin, 1967; Elkind e Flavell, 1967; etc.).

Os trabalhos sobre a constituição do conceito matemático, conquanto representem um contingente relativamente reduzido no bojo das produções sobre a formação conceitual em geral, tendem a seguir majoritariamente os pressupostos piagetianos (Sastre, Bassedas e Sellares, 1987; Sastre e Moreno, 1987, Granell, 1981; Siegler, 1978; Gelman e Gallistel, 1978; Green, Ford e Flaser, 1971; Groen, 1978; Pascual-Leoni, 1970; Morf, Smedslund, Wihn-Bang, Wohlwill, 1959; Inhelder, Bovet e Sinclair, 1974; Kamii, 1985 dentre muitos outros .)

Não obstante, pode-se identificar nos últimos anos que uma tendência vem se delineando, de alguma forma abrangendo as demais perspectivas e parecendo avançar sobre elas. Trata-se da produção de estudos que levam em consideração a perspectiva sócio-histórica. Nesse rumo, a descrição e explicação das mudanças de ordem qualitativa que ocorrem ao longo da gênese das funções mentais superiores rejeitam que se explique o surgimento e o desenvolvimento das funções psíquicas através da soma ou acúmulo de processos elementares, dicotomizados do meio sócio-cultural em que se realizam (Jackson e Coutts, 1987; Sharan, Hare, Webb, e Herst-Lazarowitz, 1980; Alston e Maher, 1988; Joffe e Foxman, 1986; Resnick e Nelson-Le Gall, 1987; Yackel, 1987; Bishop, 1985; Romberg, 1986; Cooney, 1985; Thompson, 1982, 1984; Kilpatrick e Wirszup, 1969; Menchinskaya, 1969;

Krutetsky, 1961; Zankov, 1957; Luria, 1989; Ginsburg, 1975, 1976, 1977, 1982; Laborde, 1990; Carpenter e Moser, 1984; Bergeron, Herscovics e Moser, 1984; Bergeron e Herscovics, 1989.)

O trabalho que ora se apresenta, pretende estar inserido nesta última tendência e tem como objeto de estudo a descrição e análise da formação do conceito em geral e do conceito matemático em particular. Tencionando inscrever-se desta forma, na teoria sócio-histórica que se preocupa em explicar o processo de formação social da mente de maneira interrelacionada com o contexto histórico e cultural, esta investigação se baseará principalmente nos trabalhos de Lev Semionovich Vygotsky.

As contribuições de Vygotsky abrem possibilidades para o redimensionamento teórico e metodológico do estudo da formação do conceito já que assume a natureza mediada da cognição, ou seja, a ação do sujeito sobre o objeto é mediada socialmente pelo outro e através de signos. Seguindo essa linha, a atividade cognitiva é tomada como intersubjetiva e discursiva.

Os sujeitos produzem, se apropriam e transformam as diferentes atividades práticas e simbólicas em circulação na sociedade em que vivem, no curso de suas relações sociais, (atividade intermental) e as internalizam como modos de ação/elaboração próprios (atividade intramental), e a partir desse processo vão se constituindo como sujeitos. É através desse processo denominado individuação que o sujeito reelabora internamente os modos de ação externos compartilhados. Essa reelaboração baseia-se na mediação semiótica, tese central da

obra de Vygotsky e abarca as estratégias de conhecimentos já dominados pelo sujeito, suas ações, assim como as ações, estratégias e conhecimento do outro e as condições sociais concretas em que se dá essa interação. As funções sociais, papéis, modelos e modos de ação quando são internalizados na interação, passam a ser controlados pelo sujeito, facultando -lhe a direção do próprio comportamento.

O processo de internalização baseia-se na mediação semiótica, em especial na linguagem e se dá através da interação, em condições sociais concretas, envolvendo o conhecimento já internalizado pelo sujeito, as ações e estratégias por ele dominadas, assim como o conhecimento, ação e estratégia do outro. É através da internalização que os modos de ação, procedimentos e funções sociais do outro transformam-se em recursos do sujeito e acabam por constituir um elemento de autorregulação do comportamento deste. Esse movimento gera o processo de autonomização das ações do sujeito na medida em que vai facultar o controle e a direção do próprio comportamento. Eis aí um dos aspectos essenciais do desenvolvimento que redimensiona e reelabora a atividade mental do sujeito. Assim, as funções psicológicas elementares (funções psicológicas que segundo Vygotsky, advêm do capital genético da espécie) são transformados em funções mediadas e conscientes.

A partir desses postulados decorre que as funções mentais superiores constituem relações sociais interiorizadas, uma vez que sua organização, sua estrutura genética e seus meios de ação são sociais. Já os processos

mentais que são internos (individuais) conservam uma natureza quase social.

A elaboração do conceito está entre as formas superiores de ação consciente e revela-se um modo culturalmente desenvolvido do sujeito refletir cognitivamente suas experiências. Esse processo é constituído através dos movimentos de análise/síntese, abstração/generalização dos dados sensoriais, mediado pela palavra e nela materializado.

¹²
Segundo Luria (1987) as formas de percepção, organização dos elementos do meio natural e cultural foram desenvolvidos e consolidados entre grupos sociais, ao longo da história social e em condições concretas de produção de existência. Os critérios de sistematização foram codificados no sistema linguístico e através dele difundidos socialmente, passando a compor também o conjunto de funções psicológicas do homem.

Esses meios objetivos que tomam parte nos mecanismos de abstração e generalização, acham-se registrados na linguagem, e dominá-lo significa transpor os liames do sensorial para o racional.

Nessa perspectiva, os conceitos estão impregnados do momento histórico no qual se desenvolveram e se consolidaram, dos movimentos de elaboração e reelaboração

12

LURIA, A.R. **Pensamento e Linguagem : As Últimas Conferências de Luria.** Porto Alegre : Artes Médicas, 1987.

forjados no contexto das forças sociais e impressas na própria palavra.

Não obstante, os processos historicamente determinados e culturalmente sistematizados, as formas de generalização/abstração consolidadas nos sistemas linguísticos não se desenvolvem naturalmente. Possuem uma história no curso do desenvolvimento individual e somente são incorporadas nas condições concretas das interações sociais entre os homens. A formação de conceitos depende das possibilidades do sujeito de se apropriar e objetivar os conteúdos e formas organizadas de elaboração do conhecimento, em suas interações. Essas considerações não prescindem da influência dos princípios biológicos gerais sobre o desenvolvimento da conceitualização enquanto base a partir da qual se dá o desenvolvimento de todas as funções semioticamente mediadas.

De acordo com essa linha, o desenvolvimento da conceitualização no sujeito transcorre no processo de incorporação da experiência geral da humanidade, mediadas pela sua prática social, pela palavra e na interação com o outro, no contexto sócio-histórico. A ontogênese então, não recapitula a filogênese.

Desde seus primeiros instantes de vida, o sujeito está em contato com um sistema de significações sociais. Na mediação de/pelo/com o outro, através de gestos, atos e palavras, a criança incorpora as formas de atividade consolidadas de sua cultura, em um processo onde há a articulação dinâmica de pensamento e linguagem. O papel da palavra dentro de sua função

designativa, analítica e generalizadora é o de mediador de todo o processo de elaboração conceitual do sujeito. Embora a função designadora das palavras pareça ser constante, em diferentes níveis de idade em função da permanência de seus traços superficiais, ela sofre mudanças acentuadas ao longo do desenvolvimento. Assim, os significados das palavras evoluem. A palavra se transforma na dinâmica social e no processo de desenvolvimento do sujeito, modificando também o sentido e o conjunto de operações intelectuais (estruturas de generalização) do sujeito.

Tomando como indicadores os tipos de categorias que os sujeitos usam em diferentes idades, Vygotsky caracterizou as estruturas de generalização (sincretismo /amontoados, complexos / associativo / coleções /cadeia/difuso/ pseudoconceito e pre-conceito/conceitos) que implicam em variações no uso da palavra e permitem explicar as transformações na forma de raciocínio que resultam na formação de conceitos.

Durante os amontoados, a criança utiliza a palavra para designar um conjunto de referentes que incluem além do objeto nomeado, os sentimentos do sujeito em relação ao objeto. Nesse ponto, não há sistematização e classificação da experiência.

Na segunda fase, durante o pensamento por complexos o sujeito desencadeia as primeiras tentativas na análise da totalidade concreta dos objetos. O traço abstraído ainda é instável mas já cria bases para generalizações

posteriores.

Na terceira fase da elaboração conceitual, a consolidação da abstração emergente do pensamento por complexos proporciona ao sujeito a constituição da palavra em uma dimensão conceitual. Nesse ponto, a síntese se combina com a análise assim como a abstração se combina com a generalização. A função da palavra passa a ser a codificação da experiência e dos objetos em esquemas conceituais hierárquicos. O sujeito se utiliza cada vez menos de suas impressões imediatas para classificar objetos e torna-se capaz de isolar certos atributos desses objetos, colocando-o em categorias abstratas específicas e hierarquizadas.

As mudanças nas formas de utilização/elaboração da palavra ao longo do desenvolvimento caracteriza-se, então, por uma independência crescente dos significados em relação ao contexto espaço-temporal em que foram produzidos. No entanto, essa tendência depende do acesso e do uso de recursos mediacionais culturalmente desenvolvidos, não se tratando pois, de uma tendência linear que se repete automaticamente no desenvolvimento do sujeito.

Mesmo depois de aprenderem a produzir conceitos, o sujeito já em níveis mais avançados de desenvolvimento não abandona as formas mais elementares de classificação categorial mas após constituir tal modo de pensar, ele tende a se concentrar primeiramente, nas relações de classe entre os objetos e não na maneira pela qual eles interagem nas situações concretas.

O sistema linguístico é então utilizado de maneira diferenciada tanto pelos sujeitos em níveis elementares de desenvolvimento, quanto nos de nível categorial, em termos da função desempenhada pela palavra no processo mental. Se há uma coincidência em termos práticos, entre o significado de muitas palavras para ambos, isto se dá porque desde muito cedo, sujeitos em níveis elementares de desenvolvimento aprendem grande número de palavras cujo conteúdo tem o mesmo significado para ambos. Vale ressaltar que os processos mentais engendrados não são os mesmos. Há uma equivalência funcional que faculta a comunicação entre os sujeitos mesmo sendo diferentes as formas de atividade intelectual na elaboração desses significados.

A possibilidade de operar com conceitos e utilizar o pensamento categorial antes de ter a consciência clara da natureza dessas operações, decorre exatamente da comunicação verbal e da diferença de elaboração entre sujeitos de patamares de desenvolvimento variados. Por outro lado, não existe a percepção clara da transição do pensamento por complexos para o pensamento conceitual, em função da coincidência de conteúdos entre os complexos elaborados pelo sujeito em fase inicial de desenvolvimento e os conceitos do sujeito em fase avançada.

Os sujeitos quando se utilizam das palavras, transmitem nas suas interações, significados estáveis e sentidos prováveis, interferindo com a atividade daqueles que se encontram em fase elementar de desenvolvimento e abrindo possibilidades de elaboração de processos complexos através da mediação. Será a mediação de/ pelo/com o outro que facultará a

emergência de funções que mesmo não sendo dominadas de maneira autônoma, podem ser realizadas em conjunto, de maneira partilhada.

No decorrer do funcionamento do sujeito a partir da utilização dessas palavras e funções a ela vinculadas é que o sujeito aprende a manejá-las deliberadamente, direcionando o próprio pensamento.

É nesse sentido que aprender a direcionar os próprios processos mentais com a ajuda da palavra é uma parte integrante do processo de formação do conceito, já que a palavra constitui o signo mediador que integra e dirige as funções intelectuais básicas envolvidas nesse processo. Desta forma, as funções psicológicas básicas se desenvolvem em interação com as contribuições e solicitações do aprendiz. Isto significa afirmar que a aprendizagem precede o desenvolvimento.

A partir desse pressuposto tem-se na abordagem de Vygotsky uma análise da constituição do conceito escolar, apontando para algumas relações entre o contexto institucional e o desenvolvimento mental.

A mediação do outro no processo de uso da linguagem em interações cotidianas, se dá espontaneamente, no contexto das situações imediatas e a equivalência funcional das palavras usadas não é percebida. No entanto, na solicitação escolar, onde o objetivo é adquirir conhecimentos organizados, o sujeito deve compreender as bases dos sistemas de concepções científicas. Esses conceitos sistematizados (ou científicos) diferem das elaborações conceituais espontâneas e pautam-se por

uma lógica socialmente construída que procura assegurar-lhes estabilidade e coerência. A aquisição do conceito científico envolve operações igualmente lógicas e sua apreensão se dá de maneira discursiva e lógico-verbal. Implica também a passagem de uma generalização à outra, em uma elaboração sempre mediada por um novo conceito.

Desta forma, a constituição do conceito científico desenvolve-se através de um movimento no qual o sujeito procura significar um conceito, relacionando-o com outros signos adquiridos anteriormente. Assim, tenta ancorar na experiência imediata, concreta, o novo conceito a ser aprendido. Conceitos espontâneos e conceitos científicos articulam-se e transformam-se reciprocamente, sendo que os conceitos sistematizados estabelecem condições para o desenvolvimento dos conceitos espontâneos.

A mediação do outro nessa dinâmica, é consciente e deliberada e visa favorecer ao sujeito uma percepção generalizante, uma consciência reflexiva através dos conhecimentos científicos. A evolução do movimento de elaboração conceitual tem na imbricação entre conceitos espontâneos e científicos um sustentáculo; se os conceitos científicos parecem constituir um meio pelo qual a consciência e o domínio se desenvolvem, parece que é através dos conceitos espontâneos que ocorrerá o confronto dos conceitos sistematizados com uma situação concreta.

A palavra aparece nesse processo, na qualidade de mediadora da compreensão ativa dos conceitos e da

transição de uma generalização para outras generalizações, assim, um dos problemas principais relativos a constituição da conceitualização é a questão dos meios pelos quais essa operação é realizada. Para explicar a formação categorial no âmbito do conhecimento matemático torna-se necessário estudar os meios pelos quais o sujeito aprende a organizar e dirigir seu próprio pensamento. Nesse ponto, o estudo da elaboração conceitual está inserido nos modos como a linguagem passa a integrar o aparato cognitivo, em suas relações com o contexto social.

Se a palavra constitui então, o signo mediador da formação do conceito em geral, convém perguntar : - qual a participação da linguagem natural na constituição do conceito matemático ? De que maneira se efetua a transição da compreensão do signo linguístico da linguagem natural para o entendimento do signo matemático ?

No sentido de tentar avançar um pouco mais no entendimento sobre o processo de constituição do conceito matemático é que se pretende neste trabalho, explorar as relações entre linguagem natural e compreensão do conceito matemático, a partir da descrição e exame de alguns episódios de constituição do conceito de figuras geométricas simples, analisando os processos cognitivos evolutivamente, como requerido em uma perspectiva genética de elaboração conceitual.

Capítulo 11

Colocando a Questão da Linguagem

Os estudos sobre a linguagem e sua origem datam da Antiguidade, quando os filósofos gregos, discutindo as relações entre as noções e termos que a designam, concluíram que a linguagem verbal articulada surgiu ou pela relação natural entre o nome e a coisa comunicada ou pelo resultado de uma convenção ou acaso.

A idéia da convenção foi retomada no século XVIII, atribuindo-se ao espírito humano a invenção da linguagem, primeiramente de maneira "natural", ou seja, sob a forma de expressões da fisionomia do "falante", entonações etc., e em seguida "artificial" ou articulada.

Em oposição a essa concepção de que a linguagem seria um produto da razão humana, Herde (Apud Perrot, 1970¹³) publicou em 1772 um volume intitulado "Ursprung der Sprachen" no qual reconhecia a existência de "unidades internas da linguagem", causa eficiente do surgimento da linguagem.

Vários tipos de teoria apareceram em seguida, como a teoria da origem imitativa do "Bow-wow", assim denominada porque supunha que as palavras primitivas tinham um valor imitativo, evocando, por exemplo, o latido do cão ao designar o animal ou a ação de latir. Outra teoria que surgiu no

13

PERROT, J. *La Linguistique*. Paris: Presses Universitaires de France, 1970

mesmo período foi a teoria do "Pooh-pooh", que apresentava a linguagem como sendo derivada de exclamações provocadas por sensações e sentimentos, denotando uma concepção de origem da linguagem vinculada à exteriorização da emoção.

A teoria quase mística da harmonia entre os sons e vibrações ou teoria do "Ding-dong", apoiada por autores de renome como Max Muller, afirmava que o homem primitivo fazia com que uma expressão determinada, correspondesse a cada impressão que ele recebia do mundo exterior.

A dificuldade dessas teorias está no fato de negligenciar o fator social em suas explicações sobre o surgimento da linguagem. No entanto, outras tentativas de abordar o problema, mesmo que de maneira incipiente, começaram a exibir alguma preocupação com a interferência do meio cultural sobre a origem da linguagem. É o caso da teoria do "Yo-he-ho" de J. Noire¹⁴ (apud Perrot, 1970) que associa o desenvolvimento dos primeiros elementos da linguagem às vibrações das cordas vocais que se produzem quando um sopro é expelido com força, para apoiar um violento esforço muscular no trabalho em grupo.

Outra abordagem com certa base sociológica foi edificada por um pesquisador soviético¹⁵ N. Marr (apud Cohen, 1956). Pensava ele que a linguagem "linear" (por gestos) havia sido progressivamente substituída por

¹⁴ PERROT, J. Op. Cit.

¹⁵ COHEN, M. *Pour Une Sociologie du Langage*. Paris: Presses Universitaires de France, 1956.

uma linguagem articulada, usada primeiro pelos feiticeiros das civilizações primitivas, no desejo de subjugar os homens de suas tribos. Os feiticeiros de tribos diferentes usavam certas sílabas igualmente diferentes, como senha de aliança. A associação cada vez mais complexa de sílabas primitivas teria correspondido à fusão de castas religiosas de tribos cada vez mais numerosas.

Já outros autores ao contrário, recusavam-se a acreditar na complexidade progressiva da constituição da linguagem. É o caso de Renan (apud Perrot, 1970)¹⁶ para quem a linguagem formou-se de uma só vez, saiu instantaneamente do gênio da raça, completamente constituída, desde o primeiro dia.

Contra as posições teóricas inconsistentes, argumenta-se atualmente que nenhuma linguagem conhecida possui caráter rudimentar que permita reconhecer um estado primitivo de desenvolvimento; faltam testemunhos sobre o passado longínquo da humanidade.

Segundo Revéz (Apud Cohen, 1956)¹⁷ a questão da origem da linguagem, após longas décadas de abandono, foi retomada, buscando manter conexões, de um lado, entre o desenvolvimento da linguagem e dos órgãos que a produzem e, de outro, relações sociais que a condicionam.

Alguns linguistas procuram associar a evolução da linguagem à evolução da sociedade, como a teoria dos estágios, encontrada na abordagem de Marr. Esse autor reuniu por

16

RENAN, F. Apud PERROT, J. Op. Cit.

17

MARR, N. Apud COHEN Op. Cit.

meio de um método paleontológico as linguagens do Cáucaso, o etrusco, o basco, o turco tchuváque em uma família jafética que, na sua concepção representava, por causa da estrutura que apresentam, um estágio muito antigo no desenvolvimento das línguas. Afirma também que haveria vestígios da família jafética nas línguas pertencentes a uma etapa posterior do desenvolvimento (as línguas indo-européias principalmente).

O próprio estado jafético teria sido precedido por outras etapas mais arcaicas, uma vez que os estágios linguísticos estão ligados a estágios equivalentes ao desenvolvimento das sociedades. Nessa perspectiva, todas as palavras de todas as linguagens remontariam, finalmente a quatro elementos primitivos "sal", "ber", "yon" e "roch", responsáveis por todos os tipos de combinações e variações linguísticas.

Marr assume a posição de que a evolução da linguagem acompanha as várias evoluções da sociedade e associa a origem desta à interação entre indivíduos das tribos primitivas, avançando sobre as demais abordagens citadas por considerar o aspecto cultural em seus estudos sobre a linguagem.

Ao se buscar a origem da linguagem qualquer abordagem parece incompleta se ignorar o problema do pensamento, que, intrinsicamente a ela está atado. Os rótulos verbais constituem um meio de expressão de muitos tipos de pensamento. Trata-se, portanto, de um prosseguimento do estudo sobre origem da linguagem tentar vinculá-la às questões concernentes ao próprio pensamento. Será Lev Semenovich Vygotsky, semiólogo, filólogo e psicólogo russo, que

produzirá uma elucidativa análise da interação entre pensamento e linguagem.

Segundo o ponto de vista desse autor, a linguagem possui duas funções que se interpenetram : a comunicação externa entre os indivíduos e a manipulação interna do pensamento.

A corrente sócio-histórica, na qual o pensamento vygotskiano se assenta, concebe o psiquismo humano como uma construção social, resultado da apropriação, por parte dos indivíduos, das produções culturais da sociedade através da mediação dessa mesma sociedade. Assim, essa visão sugere a possibilidade de se considerar o desenvolvimento tanto mental quanto linguístico, como um processo de apropriação e elaboração da cultura. Nesse sentido, apropriação demanda um processo de interiorização das funções psíquicas desenvolvidas durante a
18
a história social dos homens.

O movimento de interiorização ocorre através de uma rede complexa de interrelações que articulam a atividade social dos indivíduos. O termo "atividade" significa o processo de transformação recíproca entre o sujeito e o objeto, em que o objeto tem transmutada a sua forma subjetiva na imagem mental que dele faz o sujeito, e a ação do sujeito transforma-se em seus resultados objetivos. Vygotsky se apoia no pensamento marxista, segundo o qual na produção, ou seja, no trabalho social

18

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo : Martins Fontes, 1984.

o sujeito é objetivado, e no sujeito o objeto é subjetivado. A partir desse argumento, Vygotsky vai postular que a atividade será mediada por instrumentos de produção e pela linguagem, ambos produtos da evolução histórico-cultural.

O instrumento de trabalho e o signo linguístico objetivizam a relação homem-natureza e homem-homem, sendo produtos sociais tanto pela sua origem quanto pelo seu uso. É através do instrumento e do signo que a transmissão da experiência de uma geração à outra deixa de ser biológica e se torna sócio-cultural. A linguagem por conseguinte, não é apenas uma predisposição inata da estirpe humana mas uma aquisição que se dá nas interações culturais que têm lugar entre os homens. Interação essa mediada por instrumentos e signos.

O uso de instrumentos e de signos se acha mutuamente interligado e, ao mesmo tempo dialeticamente distinto no desenvolvimento cultural do indivíduo. O desenvolvimento diferenciado, não ocorre em círculo, mas em espiral, passando por um mesmo ponto, na medida que evolui e galga patamares superiores. Isso pode ser visto na abordagem sócio histórica, quando se interpreta a função do instrumento e do signo, ambos mediadores do comportamento humano.

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade. Uma vez que o instrumento é orientado externamente, será ele um meio através do qual a atividade humana externa se dirige no sentido de controlar e dominar a natureza.

O signo, em contrapartida, não modifica

em nada o objeto da operação psicológica, mas vai constituir um elemento-meio da atividade interna, voltado para o controle e direção do próprio comportamento do indivíduo. Assim, o signo é orientado internamente.

Na verdade, o signo e o instrumento correspondem a dois meios pelos quais se realiza a atividade mediada. Atividade mediada essa que se dá em linhas divergentes. A base dessa divergência consiste nas diferentes maneiras com que o signo e o instrumento orientam o comportamento. O que se pretende dizer com isso é que a diferença essencial entre signo e instrumento está no fato de o primeiro controlar e dirigir o comportamento do indivíduo internamente, enquanto o segundo o faz externamente. A ligação existente entre esses dois movimentos, o controle e direção da natureza e do próprio comportamento, são fusionais no desenvolvimento ontogenético.

A combinação entre o uso de instrumentos e de signos na atividade psicológica resulta em comportamentos ou função psicológica superiores. E o processo de reconstrução interna de uma operação externa é denominado por Vygotsky "internalização". É através desse processo (internalização ou interiorização) que se dá a apropriação das formas culturalmente desenvolvidas ao longo da história social dos homens e, entre elas a linguagem.

19

O exame que Vygotsky (1989) realiza

19

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo : Martins Fonte, 1989.

sobre o gesto de apontar em crianças pequenas permite a identificação dos mecanismos pelos quais se estabelece a reconstrução interna de uma operação externa, e ao mesmo tempo, lança luz sobre a gênese social do desenvolvimento do psiquismo humano, na transição de uma operação do plano intersubjetivo para o plano intrasubjetivo.

No exame do aparecimento do gesto de apontar, frente a um objeto inacessível, a criança de início, realiza movimentos de alcançar e agarrar. Esses movimentos são interpretados pelo adulto que se dispõe a alcançar o objeto para a criança, então a criança alcança o objeto através do adulto, pois a intenção e os movimentos dela afetaram a ação do adulto (do outro), embora não interferisse com o objeto diretamente.

Quando o adulto atribui significado aos movimentos difusos de alcançar e agarrar da criança e coloca-se como mediador entre ela e o objeto, está proporcionando a transformação dos movimentos alcançar/agarrar em gesto de apontar. A criança foi dada a possibilidade de associar o seu movimento à situação objetiva como um todo, então, ela inicia o processo de compreensão desse movimento enquanto gesto de apontar. Nesse momento, o movimento deixa de ser orientado para o objeto e passa a ser um meio de estabelecer uma relação com o outro, no sentido de "alcança-me você, o objeto". A função do movimento se modifica, após ser entendido pelo outro, ele se transforma num movimento de apontar.

O processo de internalização atravessa uma série de transformações. No começo, uma operação que representa

uma atividade externa é reconstituída e começa a ocorrer internamente . A partir de um processo interpessoal, essa operação passa a ocorrer intrapessoalmente, isto é, a operação aparece primeiro, no nível social, e, posteriormente, no nível individual. Essa transformação de um processo interpsicológico em outro processo intrapsicológico constitui o resultado de uma série de eventos que têm lugar no desenvolvimento do ser humano. Antes de ser plenamente interiorizado, o processo continua a movimentar-se como uma forma externa de atividade, por um período extenso no tempo e ao longo do desenvolvimento do sujeito, para então adquirir o caráter de função interna (Vygotsky, 1984²⁰).

O exame sobre o aparecimento do gesto de apontar mostra que a internalização das formas culturais de comportamento envolve a reconstituição da atividade psicológica, calcada nas operações com signos e se estabelece no plano das interações.

Para especificar o movimento da internalização , Vygotsky utiliza como processo prototípico o curso das transformações que têm lugar na fala egocêntrica, evidenciando também que as mudanças nas operações com signos, durante o desenvolvimento, são semelhantes àquelas que ocorrem na linguagem.

A análise da fala egocêntrica proporciona elementos para verificar que é possível à criança produzir um comportamento aparentemente comunicativo, apropriado antes de

20
VYGOTSKY, L. S. Op. Cit

reconhecer todos os aspectos de sua significação, tal qual é entendido pelos membros mais experientes de sua cultura.

A razão primeira para os adultos e crianças participarem na interação social é estabelecer uma regulação mútua dos comportamentos e da comunicação. A linguagem participa como meio dessa regulação.

Para Vygotsky, a fala egocêntrica está entre o funcionamento interpsicológico e o funcionamento intrapsicológico. Trata-se de uma fala intermediária em que a função de auto-regulação da linguagem ainda não está completamente diferenciada das funções sociais anteriores.

No desenvolvimento inicial, a fala do outro dirige a atenção e a ação da criança, estabelecendo o processo de regulação através do outro. Aos poucos a criança inicia uma estratégia de uso da própria fala para afetar o outro, ou seja, emprega a fala como meio para regular a ação do outro. Nessa multifuncionalidade da fala, uma diferenciação começa a se esboçar - ao mesmo tempo que a criança compreende e usa melhor a fala na regulação de/pelo outro, ela inaugura a fala para si.

Desencadeia-se, desta maneira, a fala egocêntrica que passa a se referir à situação e a ação presentes. Essas referências gradativamente vão corresponder a uma forma de descrição e análise da situação, para assumir, em seguida, a função organizadora e diretora da ação, transformando-se em função auto-reguladora.

O uso individual da fala vai se tornando

evidente não apenas pelo comportamento de "falar" mas também pela variação da "quantidade de fala", que tende a duplicar conforme a complexidade da situação enfrentada.

É através da fala que nesse processo, a criança começa a perceber sua própria ação como objeto. Essa tomada de consciência da própria ação é o dado que evidencia a interdependência dos cursos da evolução da fala e do comportamento inteligente. Isto significa que é a partir de uma fala multifuncional que se desenvolve no plano interativo, que as funções comunicativa e individual se diferenciam. Na função individual de pensamento está relacionado a utilização crescente da fala com o objetivo de regular o próprio comportamento. Será exatamente por causa dessa função que a fala egocêntrica²¹ irá internalizar-se, dando lugar ao discurso interno.

Ao se internalizar, a fala egocêntrica no entanto, não desaparece; continuará seu processo de desenvolvimento nesse novo plano - o plano interno. Por outro lado, esse desenvolvimento pressupõe transformações qualitativas, cujo movimento revela que a fala inicialmente acompanha ou sucede a ação a que se refere e então, passa a anteceder o comportamento

21

Um exemplo de episódio envolvendo a fala egocêntrica pode ser encontrado em Vygotsky, no Livro "pensamento e Linguagem", onde ele relata o caso de uma criança, em situação experimental. Ao se preparar para fazer um desenho, ela descobria que não havia um determinado lápis, necessário à sua tarefa. Impedida de agir livremente e exposta a problemas que deveria suplantar para realizar o pretendido desenho, ela produzia a fala egocêntrica. Essa produção aumentava na medida em que a situação problemática se tornava mais complexa.

da criança, inaugurando uma nova função - a função organizadora e planejadora. Em prosseguimento, a fala se condensa, e vai configurar uma nova sintaxe de caráter predicativo e contraído, ao ocorrer de forma encoberta.

Assim, a estrutura e a função da fala interior, já estabelecida, são muito diferentes da fala social externa. ²³ Vygosky (1954, apud Werstch, 1985), sustenta que mesmo se fosse possível registrar a fala interior em um aparelho, esta seria condensada, fragmentária, desconexa e irreconhecível em comparação à fala externa.

Esta análise sustenta o pressuposto vygotskyano de que a internalização da ação que se realiza no plano intersubjetivo, constitui a ação no plano intrasubjetivo. Neste sentido é que se interseccionam a transformação do movimento de agarrar/alcançar em gesto de apontar com a transformação da fala egocêntrica em discurso interno. Ambas evidenciam que são processos de internalização das formas culturais de comportamento. Permitem verificar que envolvem uma transformação da atividade psicológica, baseada fundamentalmente nas operações com signos, que se estabelecem no plano das interações.

Assim, o desenvolvimento intelectual da criança é uma função proporcional ao seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem. Consequentemente, será no processo de negociação dos significados intercambiados

23

WERTSCH, J. V. (ed.) **Culture, Communication and Cognition.**
Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

no plano intersubjetivo que os conceitos matemáticos, enquanto formas culturais serão assimilados.

No próximo capítulo, intenta-se apresentar e discutir algumas idéias relacionadas à linguagem matemática, de modo a melhor situar o conhecimento matemático enquanto atividade de elaboração sócio-histórica.

Capítulo III

Linguagem Matemática e Conhecimento Matemático

A linguagem matemática, como uma das possibilidades da própria linguagem como um todo, é constituída através do encontro da linguagem formal com o sistema de atos concretos que configuram as relações dos homens entre si e com o mundo.

A elaboração linguística da Matemática parece pretender ser unívoca e veicular combinações de informações que se referem a sua estrutura mesma, de modo a fornecer às Ciências abstratas um meio de expressão que suprima, tanto quanto possível, os erros de raciocínio, imprecisão e interpretação.

De acordo com essa postulação, as relações de inferências e de coordenação geradas no conhecimento matemático, ao serem expressas através da linguagem natural tornam-se inadequadas para descrever relações lógicas devido a polissemia da linguagem natural.

Um texto matemático é considerado suficientemente explícito quando é expresso em uma linguagem que comporte um número reduzido de palavras invariáveis, segundo uma ²⁴ sintaxe que se resuma a um pequeno número de regras invioláveis.

Desta forma, a formalização de um texto para considerá-lo "matemático", visa impedir que ele desague em

24

BOURBAKI, N. *Theorie des Ensembles*. Paris : Hermann, 1970.

raciocínios "errados" ou equivocados de "intuição", e, para tanto, é necessário utilizar um método fundamentado sobre os conhecimentos dos princípios gerais das linguagens formalizadas e suas relações com os textos matemáticos correntes.

Nessas posições em relação a linguagem matemática, a preocupação incide sobre a elaboração de um sistema conciso, preciso e com regras que não interponham exceções. O interesse pelo fechamento dos significados envolvidos nesse sistema é determinante e apela para a denotatividade do sistema que preconiza.

Se a preocupação dos matemáticos incide apenas sobre o instrumento que utilizam como meio de expressão da Matemática, a relação implícita em tal concepção não atinge uma questão primordial, que é a constituição dos significados dos signos matemáticos, já que pressupõem sua univocidade.

As relações entre Matemática, constituição de significados no âmbito da Matemática e participação da linguagem natural nessa conjuntura, têm sido examinadas ultimamente, por psicólogos e psicolinguistas. Parece estar havendo uma ruptura desse paradigma que concebe a elaboração linguística na Matemática como um sistema fechado, unívoco.

O estudo do papel da linguagem na elaboração do conhecimento matemático, tem sido objeto de preocupação de vários estudiosos. Vergnaud (1981) focaliza a

26

VERGNAUD, G. L'Enfant, la Mathématique et la Réalité. Bern: Peter Lang, 1981.

união indissolúvel entre o significado, enquanto representação mental, e o significante tomado como representação externa na atividade categorial. Como um sistema de representação externa, a linguagem usada pelos indivíduos é conectada à suas representações mentais, que configuram o caminho pelo qual o conhecimento foi elaborado.

Esta interdependência revela aspectos interessantes, dentre os quais a idéia de que o modo pelo qual o indivíduo formula seu pensamento, depende de seu conhecimento individual e da concepção sobre o conteúdo a ser conceituado.

Dentro do debate sobre as relações entre pensamento e linguagem, a psicolinguística tem mostrado que as formulações na linguagem escrita ou oral, que têm lugar na aquisição do conhecimento, podem não ser claras se não forem abstraídas dentro de um contexto, e ao mesmo tempo sem que se estabeleça uma distância suficiente desses objetos e a consequente descentração do sujeito em relação à situação. Assim, somente um interlocutor descentrado desse contexto pode alcançar o significado da informação verbal.

A atividade de formulação da linguagem também contribui para a abstração, distanciamento e descentração, tornando-se reguladora e controladora do pensamento e da ação (Beaudichon, 1982; Oleron, 1978; Laborde, 1990; Vygotsky, 1984, 1989).

Parece haver concordância entre alguns estudiosos interessados em problemas de formação de conceitos, vinculados à atividade linguística, de que são determinantes no

processo conceitual, o contexto em que se dá a elaboração categorial, a percepção do sujeito cognoscente, do ponto de vista social e cognitivo, e a percepção do interlocutor que interage com o sujeito cognoscente na elaboração de um objeto cognoscível (Kilpatrick, 1987; Sinclair, 1987; Vergnaud, 1987; Wheeler, 1987). O conhecimento, segundo essa orientação, parece ser ativamente construído pelo sujeito (através de um processo adaptativo e interativo com o meio ambiente) que organiza seu mundo experimental (Kilpatrick, 1987). Tal abordagem preocupa-se com a aquisição do conhecimento matemático e com a aquisição de habilidades linguísticas. Isto significa que o objeto a ser estudado não é o discurso em si mesmo, mas o discurso como um resultado da atividade conceitual, em um dado contexto e um dado ambiente social.

Essa atividade do sujeito cognoscente envolve a concepção que ele possui dos objetos matemáticos a serem conceituados, o conhecimento da linguagem em geral e dos usos particulares da linguagem em dados contextos sociais, as representações dos interlocutores, no momento e lugar da atividade linguística, e do objetivo dessa atividade. É nessa situação enunciada que o sujeito atribui significados à atividade conceitual.

Mas a relação entre linguagem natural e o

26

KILPATRICK, J. What Constructivism Might be in Mathematic's Education. In: J.C. Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran (eds.) **Proceedings of the 11th International Conference for the Phychology of Mathematics Education**. Vol.1, pp.3-27. Montral: Université de Montreal, 1987.

sistema matemático seja em álgebra, aritmética ou geometria tem sido enfocada como um processo complexo onde o sujeito não realiza a compreensão de uma forma para outra espontaneamente.²⁷ Conroy (1987) contrastou as formas de linguagem oral emitidas em situação de resolução das quatro operações básicas com as formas de notação de crianças nos anos iniciais de escola, examinando se existia uma hierarquia nas várias formas de linguagem usadas para expressar as quatro operações aritméticas básicas. Ele concluiu que de fato, há hierarquias que refletem a linguagem usada pelas crianças em sala de aula, mas há também algumas estruturas linguísticas peculiares à Matemática que as crianças devem aprender como se estas não ocorressem frequentemente na linguagem natural da criança. O estudo dessas hierarquias de linguagem indicou que a decodificação de mensagens orais pareceu ser mais difícil que a decodificação de símbolos escritos.

Outro estudo realizado por Putnan, Lesgold,²⁸ Resnick e Sterrett (1987) com estudantes mais velhos examinou a compreensão de regras de mudanças de signos em expressões numéricas, contendo parênteses, envolvendo signos que indicavam operações de adição e subtração, antes e depois das crianças

²⁷ CONROY, J.S. Learning Language and Mathematical structure in infants school. **Research to Matematics Education in Austrália.** 2, 203-212, Australia: 1987.

²⁸ PUTNAM, R.T., LESGOLD, S.B., RESNICK, L.B., & STERRETT, S.G. Understanding Sign change transformation. In : C. Bergeron, N. Herscovics, C. Kieran (Eds.) **Proceeding of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics.** Vol. 1, pp. 338-344). Montréal : Université de Montréal, 1987.

obterem instrução em álgebra. O estudo focalizou especificamente a habilidade dos estudantes em julgarem a equivalência estrutural de histórias formuladas em linguagem natural, envolvendo adição e subtração com dinheiro ou combinação de conjuntos de objetos discretos. Os resultados do estudo mostraram que as estratégias de julgamento das equivalências elaboradas pelos estudantes eram completamente diferentes das histórias estruturadas; eles demonstravam muita dificuldade em unir expressões orais aos referentes situacionais das histórias. Por outro lado, o mapeamento dos símbolos nas expressões para quantidades em situações dadas, pareceu facilitar a aplicação de regras formais, fornecendo um significado a essas regras. O mesmo ocorreu com as expressões formais.

Embora a forma oral da linguagem tenha uma função decisiva na relação dialógica, na elaboração do conceito matemático, poucas pesquisas sistemáticas têm sido realizadas sobre os modos como os sujeitos compreendem o discurso do outro e a influência que esse discurso pode ter sobre a compreensão do sujeito (Laborde, 1990²⁹). Isto reflete a dificuldade prática e teórica da pesquisa com a linguagem oral : a transcrição da linguagem falada demanda tempo para ser realizada de forma acurada e a análise de tais descrições é geralmente complexa porque o índice de elementos implícitos na linguagem oral é consideravelmente maior que na comunicação

29

LABORDE, C. Language and Mathematics. In: NESHER, P. & KILPATRICK, J. (eds.) **Mathematics and Cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Cambridge : Cambridge University Press, 1990.

escrita. Por outro lado, os elementos do contexto que constituem enunciativa interferem com os processos de análise do material oral.

A interação professor/ aluno, no caso da elaboração conceitual na Matemática, tem sido estudada mais do que os aspectos puramente linguísticos da relação dialógica entre eles(Pimm, 1987).

Já a interação verbal entre estudantes tem recebido mais atenção nos anos recentes. É digno mencionar que a fala proposital vem sendo ultimamente tomada como objeto de estudo (Uyemura-Stevenson, 1988; Pirie e Schwarzenberger, 1988) dirigida para um objetivo como, por exemplo, a resolução de uma tarefa problemática junto com outras pessoas. As contribuições levantadas concordam que o papel da verbalização entre estudantes interfere com o processo de construção da solução de um problema (Alston Maher, 1988; Balacheff e Laborde, 1988, 1990; Hoyles, 1985; Morange, 1985; Lee, 1987).

30
Todavia, os estudos realizados por Laborde (1990) mencionam que resultados positivos na compreensão da Matemática não são garantidos somente através da interação verbal entre estudantes. As características das tarefas, o status relativo dos estudantes, seu desenvolvimento cognitivo e sua proficiência na linguagem afetam a interação e o processo de resolução de problemas .

Parece que, de um modo geral essas

30

LABORDE, C. Op. Cit.

contribuições concordam por um lado, que a linguagem matemática, tanto quanto a linguagem natural ou qualquer linguagem artificial, imprescinde, no nível cognitivo, de codificações e recodificações, isto é, da tradução de seus signos. Por outro lado, ressaltam a importância da interação e do papel do meio na aquisição dos significados na Matemática.

Considerando que, ao nível do uso de uma língua, estão implicadas a seleção de certas unidades linguísticas de alto grau de complexidade, quem usa a linguagem seleciona deliberadamente os signos possíveis e os combina em frases, sentenças ou proposições, de acordo com o sistema sintático da linguagem que utiliza. A seleção das estruturas compositórias desse sistema ocorre a partir do repertório lexical que o sujeito e seu interlocutor possuem ou pensam possuir em comum.

Tomando o processo de aquisição da linguagem enquanto plasmado socialmente, no âmago das interações entre os homens, a comunicação entre dois indivíduos precisa mais do que a utilização de um código comum. Perpassa também pela possibilidade cognitiva dos interlocutores de decodificar os símbolos envolvidos no processo de comunicação. Perpassa, portanto, pela questão do significado dos signos expressos no ato da comunicação.

A questão da significação vem sendo vista na Matemática como dependente do juízo interpretativo, do juízo valorativo, da opinião, da subjetividade, sendo por isso mesmo evitado. Nesse ponto, a preocupação se desloca na Matemática para se ocupar apenas com dados objetivos capazes de

serem expressos quantitativamente em uma linguagem isenta, a linguagem numérica, sem questionamentos consequentes sobre o processo de desenvolvimento dos significados nela contidos.

Nesse aspecto, a análise da linguagem matemática se confunde com a análise informacional, que não se interessa de maneira direta, com o significado nele presente, ou seja, com seu conteúdo semântico, nem tampouco com suas consequências para o interlocutor ou com as motivações do produtor da mensagem. Ao invés disso, ambas as análises procuram traduzir a mensagem através de uma relação numérica. O que de fato, interessa, segundo esse ponto de vista, é gerar uma mensagem dissipando incertezas, eliminando dúvidas e para tanto, fica centrada no homem-código e não na interação homem-mensagem, homem-homem. O código passa a ser visto, então, como um recurso destinado a aumentar o rendimento informativo de uma mensagem emitida, através de um conjunto de signos e calcado em regras rígidas para sua utilização, e de caráter universal.

Em qualquer idioma em que se faça uso dos algarismos indo-arábicos, essa visão pretende que uma operação numérica, do tipo adição de dois números naturais, seja plenamente compreendida, desde que o leitor da operação conheça rudimentos da Matemática elementar. Isto é possível pelo fato do código semiótico de convenção explícita possuir uma existência objetiva, com regras que não permitem a interposição de exceções. Assim, todas as operações envolvendo códigos explícitos seriam verificáveis e estáveis; as ambiguidades poderiam facilmente ser contornadas e eliminadas, através de artifícios exteriores e

intencionais.

A linguagem matemática, na medida em que procura tornar-se unívoca, perseguindo o mais possível a denotatividade, intenta possuir controle sobre sua sintaxe, no sentido de fazê-la especialmente adequada para lidar com signos específicos, os signos matemáticos.

Já o código da linguagem natural, considerado repleto de ambiguidades, não aceita modificações de fora para dentro, isto é, o uso de artifícios intencionais e artificiais para controlar a precisão de seus significados. As modificações, ao contrário, ocorrem de maneira lenta e atendem às necessidades de uma comunidade linguística que o emprega como instrumento de comunicação.

Esta posição gera a concepção de que o conhecimento matemático ostenta sempre, características gerais de objetividade, precisão, rigor e de neutralidade que o universaliza.

De acordo com esse raciocínio, um texto de matemática poderia ser utilizado, no processo comunicacional, em qualquer país do mundo, pois se adequa às mais variadas realidades. Não obstante, a questão da universalidade da linguagem matemática ainda não deixou de ser um assunto que se possa confundir com neutralidade. O fato, por exemplo, de que uma

31

Vários estudos já abordaram a questão da neutralidade nas Ciências Exatas, sob vários aspectos, sendo considerado ponto pacífico que a Ciência decorre de um projeto científico global, de natureza essencialmente política. (ver, por exemplo, Ensaio de Opinião, v.5, Rio de Janeiro : Editora Inúbia, 1977).

igualdade do tipo $4 + 5 = 5 + 4$ em qualquer parte, seja no hemisfério norte, seja no sul, possuir o mesmo significado, parece permanecer sustentando essa pretensa neutralidade, já que não questiona se o objeto da Matemática está em algum mundo superior às imperfeições do mundo empírico, a ponto de tornar-se suprarreal e, portanto descontaminado do caráter político do conhecimento humano; se suas afirmações advêm necessariamente, de pensamentos sistematizados; se a constituição do pensamento matemático se dá concretamente, com a apreensão de seus significados sendo realizada de um só lance, interiorizados pelos indivíduos tal como foram concebidos, exatos e rigorosos e ainda, se seus resultados se aplicam à realidade concreta, como decorrência de seu caráter universal, sem determinar os mecanismos de tais aplicações.

Parece haver concepções no âmbito da Matemática que admitem o desenvolvimento dessa área do conhecimento de modo independente das forças externas que a determinam, pressupondo a existência de uma objetividade intrínseca à ela própria, e concepções onde a independência às pressões externas admitem a relação da Matemática com a realidade concreta como sendo invertida, tal qual a afirmação pitagórica de que "os números regem o universo". Há nessa postulação, uma nítida inversão de relações, onde o real é tido na conta de elemento passivo, regido pela Matemática. Desconsidera que a Matemática é uma construção do gênio humano em sua interação com a natureza e com seus pares e propõe que o universo se curve diante das leis matemáticas.

Contrariando essas posições, a história

da matemática é pródiga em exemplos que evidenciam a evolução da matemática a partir da constituição de sua própria linguagem, inspirando-se em certos períodos, diretamente na experiência sensível. Em outros períodos demonstra que as noções e os resultados provisórios de uma fase anterior serviam de âncora para a organização e generalização em etapas posteriores, então de forma mais abstrata.

É assim que na Matemática egípcia e babilônica, consideradas como a primeira fase da história da Matemática, tem-se a elaboração de um conhecimento surgido diretamente do dado empírico, através da proposição de fórmulas.

A partir do século VI a.c., a Matemática grega iniciou um período de sistematização das idéias já desenvolvidas, cujo ápice ocorreu no século III a.c. com os estudos de Euclides na Geometria. Nessa época, o caráter utilitário da Geometria foi determinado, segundo os textos de Heródoto, pela pressão das necessidades da sociedade egípcia, de cunho eminentemente práticas.

Na sociedade grega, de estamento escravocrata, às elites dominantes era oferecido um afastamento das atividades de ordem prática para que se dedicassem às especulações intelectuais, motivados mais por razões estéticas e com desprezo acentuado pelas aplicações concretas da Matemática. Isso forjou uma feição peculiar à Matemática grega, com um gosto especial pelo alheamento do mundo sensível e notável paixão pela

32

Ver os trabalhos de Boyer como "História da Matemática". São Paulo, Edgar Blucher, 1974.

abstração. Apenas em Alexandrina, uma fusão das civilizações dos gregos, egípcios e babilônicos clássicos, onde o meio social voltava-se para as investigações mecânicas, em função das necessidades mercantis, que a Matemática progrediu de forma diferente, a despeito dos alexandrinos nunca terem abandonado definitivamente os princípios da Matemática grega clássica.

Já no período subsequente, com os hindus e os árabes, ocorrem progressos em outro sentido. Na Índia, uma civilização apoiada numa estrutura diversa da sociedade grega, a atividade pastoril, de caráter nômade, as modificações político-sociais decorrentes das invasões constantes por outros povos, criaram a necessidade de maior comunicação escrita e mesmo, de certa mobilidade social.

Assim, desprovidos das preocupações estéticas e lógicas dos gregos, mas premidos pela necessidade de novas e constantes adaptações, os hindus desenvolveram o que veio a se chamar "Álgebra", mais pródiga em resultados do que a Matemática grega, se bem que alcançada através de caminhos não formalizados.

A produção hindu de conceitos algébricos não formais apresenta-se diferentemente dos textos matemáticos gregos, em decorrência das estruturas sociais vigentes entre esses dois povos, e coloca a Matemática enquanto "algo" que o homem faz, elabora, realiza e constitui, a partir da prática social humana. Uma bela ilustração desse fato, e possivelmente uma das maiores contribuições dos hindus à Matemática foi a apresentação do zero. Nos primeiros séculos da era cristã, um

hindu desconhecido imaginou o zero de posição para a representação de grandes números. Embora tivesse sido pressentido pelos babilônicos, sua elaboração de fato, ocorreu através do pensamento hindu, a quem se deve praticamente todo o desenvolvimento do cálculo.

O sistema de numeração hindu foi socializado e transmitido a outros povos de atividade mercantil, como os árabes e, somente após cerca de quinhentos anos, a civilização ocidental passou a adotá-lo, inicialmente na Matemática Financeira e posteriormente, os italianos passaram a utilizá-lo nas transações comerciais, no século XIII, então com a designação de "algarismos arábicos".

O deslocamento da atenção dos resultados empíricos na Matemática se dá, no entanto, no século XV, para imprimir a eles um sentido mais globalizante, o que inauguram novo período de desenvolvimento sistemático da Matemática que irá surgir como um conjunto mais ou menos ordenado de conhecimento. Trata-se de uma nova fase extraordinária, na qual as descobertas matemáticas dão origem à Física e a Astronomia modernas. Tal período, de grandes resultados práticos, desenvolve-se até a primeira metade do século XIX, quando o acúmulo dos mais variados resultados nos campos da Matemática impulsionou para um novo trabalho global de sistematização e crítica dos fundamentos matemáticos.

Outros resultados extraordinários aconteceram a partir da crítica dos fundamentos da Matemática como, por exemplo, as Geometrias não-Euclidianas, utilizadas por

Einstein na Teoria da Relatividade, em sua interpretação do Universo, até então de aparência euclidiana.

É nessa etapa da história da Matemática que a humanidade parece se situar hoje. Etapa em que vigoram os valores formais, em que se perseguem sistematicamente a axiomatização, em que as preocupações sintáticas predominam na linguagem matemática, ou mesmo relegam a questão semântica a planos inferiores ou desinteressantes, no seio de seus objetivos maiores. Afinal, o problema do rigor e da precisão da linguagem matemática, na concepção formal, é dada como certa e, de um modo geral, suficiente.

A questão do significado da Linguagem matemática e da Matemática em si remete indiretamente ao problema epistemológico da relação entre o abstrato e o concreto, e tem uma tentativa institucional de superação dessa questão, ao apresentar a dicotomia Matemática Pura x Matemática Aplicada.

A Matemática Pura, de origem especulativa e interesses estéticos, ao gosto e estilo grego, se sobrepõe às preocupações de caráter prático, envolvendo-se com o universo das formas perfeitas e dos resultados exatos.

A Matemática Aplicada seria, então a esfera que trataria do retorno da conceituação à experiência, ao mundo empírico, intentando aproximar os resultados alcançados pela Matemática Pura, à realidade em si mesma. Em outras palavras, caberia à Matemática Aplicada adequar o conhecimento matemático puro, asséptico e abstrato ao plano da realidade concreta, imediata e mundana.

Enquanto o debate em termos epistemológicos parece longe de se considerar estabilizado, a dimensão do retorno ao concreto, após esse deliberado recuo ao abstrato (pelo menos historicamente), é um assunto que interessa esclarecer, na discussão do processo psicológico de constituição do conhecimento matemático.

As entidades matemáticas, desde Platão, configuram alvo de especulação e de análise. Assim é que as entidades verdadeiramente reais para Platão eram tomadas como modelos ideais dos objetos do mundo físico, os quais ele denominava "arquétipos". Passíveis de definição exata, essas entidades eram supratemporais e tinham existência em situação de independência em relação à percepção sensível. A idéia de "cadeira" seria, nesse caso, uma mera representação imperfeita da "cadeira ideal", as idéias de "um", "dois", "três" etc., consideradas "Formas Aritméticas" e as denominadas "Formas Geométricas", como, por exemplo, as idéias de "ponto", "reta", "círculo" etc., ou ainda as chamadas "Formas Morais", como a idéia de "bem", comungavam de existência supratemporal, ao nível dos arquétipos, distintos, todos, da percepção sensível, e portanto, captáveis apenas por meio da razão.

A Matemática, segundo essa concepção, refere-se a entidades que possuem existência objetiva, fora da mente humana, mas que também não se encontra no mundo empírico. O ponto de ancoragem dessa perspectiva platônica é a crença na existência de uma esfera independente do indivíduo e do mundo concreto, uma espécie de mundo perfeito, de relações puras,

absolutas, harmônicas. O conhecimento matemático seria possível, a partir da descoberta de relações que expressaria verdades decorrentes da objetividade do mundo das formas. Os objetos da experiência sensível participam das formas e relações matemáticas de maneira tênue. Desta forma, as verdades matemáticas constituiriam verdades independentes de qualquer verificação empírica.

Nesse idealismo objetivo conforme se convencionou chamar a postura filosófica de Platão,³³ o conhecimento matemático guardava o status não de idealização de objetos empíricos, mas de entidades preexistentes no mundo arquetípico, servindo de modelo do mundo concreto.

Enquanto em Platão os entes matemáticos eram considerados verdadeiros por serem descrições ou relações entre as formas matemáticas de existência objetiva no mundo dos arquétipos, para Aristóteles não há distinção entre um mundo de formas e a realidade de fato.

Reabilitando o mundo empírico, Aristóteles recoloca a questão das entidades matemáticas serem verdadeiras ou falsas, vinculando esse juízo à adequação da representação que estas fazem do mundo concreto. Assim, o conhecimento matemático, estaria calcado na apreensão das abstrações matemáticas elaboradas pelo indivíduo, a partir dos objetos do mundo da percepção sensível. Essa postura, remete Aristóteles para análise da estrutura lógica dos sistemas de

33

Ver "Introducción a la Filosofía de la Matemática" de Stephan Körner, México, Veintuno Editora, 1974.

proposições matemáticas e suas demonstrações. As proposições, tal qual a concepção de mundo que sustenta (na qual a matriz forma-conteúdo era determinante e o mundo aparece como sendo povoado de entidades formadas por substâncias e atributos), podiam ser reduzidas à forma sujeito-predicado. Foi a partir dessa postulação que os primeiros delineamentos da lógica se sustentaram.

Em linhas gerais pode-se afirmar que os entes matemáticos para Aristóteles, são idealizações do mundo empírico, abstraídas as relevâncias e retidas as essências. O conhecimento matemático seria então, uma construção engendrada a partir da percepção sensorial, onde a forma ou a essência de um objeto empírico é parte dele mesmo, tanto quanto seu conteúdo e sua matéria.

Aceitando a concepção aristotélica da proposição de forma sujeito-predicado, após mais de dois mil anos, Leibniz introduz a idéia de que o predicado em uma proposição está sempre contido, em algum sentido, no sujeito.

Leibniz acreditava que a representação concreta do pensamento em símbolos adequados era uma espécie de "fio de Ariadne" que conduz a mente. O desenvolvimento que ele imprime à Lógica decorre do seu objetivo de criar um método de representar o pensamento através de signos, de caracteres relacionados com o que se está pensando.

Essa tentativa de elaboração de um método para representar o pensamento através de signos, acreditando na relação de correspondência entre as características da idéia e sua simbolização está em perfeito acordo com sua doutrina

metafísica, segundo a qual o mundo é constituído por "mônadas", isto é, sujeitos contidos em si mesmos.

Os filósofos racionalistas, corrente da qual Leibniz toma parte, assim como os empiristas, como Hume, concordam que o conhecimento matemático é analítico, ou seja, ³⁴ está alicerçado nas verdades de razão.

Quem irá alterar o cenário da classificação das proposições será Kant. Para ele as proposições podem ser analíticas quando sua negação determina uma contradição, e as não-analíticas ou sintéticas, quando reúne proposições distintas em uma só proposição, revelando as proposições mais simples que a compõem. Assim, ao se dizer que "a jabuticabeira é uma árvore" tem-se uma proposição analítica; ao se afirmar que "esta jabuticabeira é verde" passa-se a reunir os conceitos "jabuticabeira" e "verde" em uma síntese, originando daí, uma proposição sintética.

As proposições sintéticas são subdivididas ainda em duas outras, as proposições empíricas ou sintéticas a posteriori e as que não são empíricas, ou sintéticas "a priori". As proposições sintéticas "a posteriori" dependem da experiência sensível como instrumento de sua validação, de maneira direta. Poderá ocorrer de forma indireta quando forem

34

Os filósofos empiristas e racionalistas categorizam as proposições em duas classes mutuamente exclusivas e que perfazem todas as proposições em geral: as analíticas, vinculadas as verdades da razão e as factuais ou empíricas. Embora essas correntes concordem sobre a natureza analítica do conhecimento matemático, discordam quanto às proposições empíricas. Ver Stephan Körner, op. cit.

consequências lógicas de proposições verificáveis experimentalmente.

As proposições sintéticas "a priori" são consideradas necessárias por constituírem a base e a condição de possibilidade da Ciência e da experiência objetiva; não dependem da experiência sensível para sua validação, nem sua negação conduz a contradições. As proposições sintéticas "a priori" não se reduzem a verdades lógicas ou a consequências destas e são consideradas o canal de comunicação do sujeito pensante com o mundo físico.

O conhecimento matemático para Kant seria sintético "a priori". As entidades matemáticas referem-se à realidade concreta, mas os indivíduos possuem em si próprios os germens invariantes que lhes permitem realizar abstrações para explicar o mundo e conhecê-lo. O acesso ao conhecimento matemático se daria pois, através da razão introspectiva e não pelos sentidos.

A postura de Kant serviu de ponto de partida para concepções antagônicas a respeito da natureza da Matemática, de sua relação com a realidade e a forma de conceber o conhecimento matemático. Apesar das várias raízes e inúmeros filósofos envolvidos, essas concepções convergiram, a partir do século XIX, para três grandes troncos de fundamentação da Matemática, o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo.³⁵

O Logicismo possui em Leibniz suas raízes

35

KORNER, S. OP. Cit.

pois toma o cálculo lógico como instrumento indispensável ao raciocínio dedutivo. Quase a totalidade dos lógicos modernos, inclusive Frege, Russell, Bourbaki e Whitehead sustentam que é impossível, recorrendo-se unicamente a princípios lógicos, reduzir-se uma proposição não obviamente verdadeira a outras proposições tomadas como também verdadeiras. Isto significa que o carácter analítico de uma proposição pode ser demonstrada a partir das leis gerais da lógica, com auxílio de algumas definições formuladas a partir delas. Em relação às definições, Russell as considera apenas um recurso tipográfico, uma questão de notação, de convenção, não se criando através dela objeto algum.

Na tentativa de superar as dificuldades palmilhadas na orientação logicista, sobretudo no que concerne à localização dos problemas da linguagem matemática, modernamente o positivismo lógico se propõe a detectar todos os problemas filosóficos através da utilização inadequada da linguagem.

Originário dos pressupostos kantianos, sobretudo adepto da orientação de buscar na percepção a fonte das evidências das proposições matemáticas, esse movimento denominado Formalismo, sustenta que o papel da lógica em Matemática é o mesmo desempenhado em qualquer outro setor do conhecimento. Isso significa dizer que em lugar de pretender submeter a Matemática à Lógica, a pretensão seria reduzir a Lógica a outras dimensões, caracterizando-a como um método para alcançar inferências legítimas em qualquer conteúdo.

Hilbert plantou as características iniciais do Formalismo, argumentando que a Matemática compreende

descrições de objetos e construções concretas, extralógicas. Essas construções e esses objetos devem ser enlaçados em teorias formais em que a lógica é a ferramenta essencial e sob o pressuposto de que o trabalho do indivíduo que lida com a Matemática deve se conduzir no sentido de estabelecer formas consistentes, cada vez mais abrangentes até que se alcance a formalização completa da Matemática.

A crítica ao Formalismo assim proposto em linhas bem gerais, mostra através dos trabalhos de Godel (³⁶apud KORNER, 1974), que os recursos da razão não envolvem os recursos dos formalismos. Sustenta que novos princípios de demonstração necessitam ser desenvolvidos, sendo complicada e problemática a identificação de raciocínios rigorosos com raciocínios formalizados.

A resposta formalista a essa crítica desaguou no questionamento do conceito de verdade, discutindo o critério geral de verdades das linguagens formais. Nesse conceito de verdade, segundo seu defensor , Tarski (³⁷apud Korner, 1974), uma linguagem "A" pode conter elementos da sua própria sintaxe, assim como nomes descritivos de suas próprias expressões. No entanto, a linguagem "A" não pode conter termos semânticos que relacionem os nomes de suas expressões com fatos ou objeto a que estas expressões se referem, com seus significados e sentidos sem incorrer no risco de antinomia.

36

GODEL, A. Apud KORNER, S. Op. Cit.

37

TARSKI, B. Apud KORNER, S. Op. Cit.

Tarski argumenta que expressões como " x corresponde aos fatos " ou " x corresponde aos fatos se e somente Y ", só são passíveis de serem tratadas sem o risco de contradição à medida em que estiverem mergulhadas na sintaxe de uma linguagem de ordem mais elevada, que é uma linguagem onde se fala sobre as expressões da linguagem "A", isto é, uma metalinguagem.

Segundo, portanto, essa concepção, em toda teoria formal só é possível falar de correspondência com os fatos em uma metalinguagem, ou seja, deve-se ser capaz de descrever os fatos da linguagem "A" em uma linguagem de ordem mais elevada. Os fatos da linguagem "A" são elementos constituintes da morfologia e da sintaxe da metalinguagem que a descreve.

Partindo do pressuposto de que é pretensão dos logicistas reduzir o conhecimento matemático ao conhecimento lógico é igualmente pretensão dos formalistas querer alcançar uma formalização rigorosa. Por outro lado, a corrente Intuicionista vai encarregar a intuição de tornar evidente a verdade do conhecimento matemático, negando que essa tarefa possa ser completada a partir da observação direta dos objetos externos.

Os intuicionistas sustentam que o conhecimento matemático constitui uma atividade autônoma e, portanto, suficiente. Segundo Brouwer (apud Korner, 1974), o

38
BROUWER, L. Apud Korner, 1974.

intuicionismo rompe com a Matemática da linguagem matemática, argumentando que o Intuicionismo é essencialmente, uma atividade sem linguagem. Em outras palavras, isso equivale dizer que na concepção intuicionista, o conhecimento matemático configura uma construção de entidades abstratas, que têm lugar partindo da intuição do sujeito. Abre mão, assim, de uma redução feita pela linguagem especial que é a lógica ou de uma formalização rigorosa através de um sistema dedutivo. Os sistemas formais são então, complemento de uma atividade autônoma, construtiva; caberia à linguagem matemática nesse mister, uma destinação meramente pedagógica.

Assim, as entidades matemáticas constituídas pelo indivíduo não emergem necessariamente do mundo concreto, devem ser elaboradas paulatinamente, configurando um outro mundo, tal qual um mundo sem existência concreta. Em consequência, o problema do critério de verdade do conhecimento matemático fica colocado como um problema interno à Matemática sem vinculação clara com sua relação com o mundo exterior, concreto.

De orientação kantiana, o Intuicionismo parece encobrir, de maneira nebulosa, a dinâmica das intuições que possibilitariam ao sujeito a constituição desse mundo autônomo, como isso se daria na dimensão concreta que não é negada, mas sobretudo no "mundo Platônico" que admite. Por outro lado, não mapeia como se conjugam o "a priori" kantiano sobre tempo e espaço e as elaborações matemáticas do sujeito, sustentando a concepção de um conhecimento matemático que acaba pairando em um

mundo de entidades intuitivas, quase esvoaçantes.

A partir dessas considerações muitas outras questões emergem como, por exemplo, o problema da origem das entidades ou conceitos matemáticos. Seriam constituídos livre e independentemente através do pensamento do sujeito ? Seriam derivados da realidade empírica ou de um mundo concreto ? Seriam entidades preexistentes em um mundo de idéias igualmente preexistente ? Que mecanismos, afinal, possibilitariam ao sujeito a apreensão de um conceito matemático ?

A procura de respostas acabadas para estas e outras tantas questões emergentes podem estabelecer pressupostos reguladores da ação e do pensamento do sujeito e até mesmo seria capaz de unificar o discurso sobre essas questões, mas estariam sendo derivadas, mais uma vez, de uma maneira lógica e formal de tratá-las.

Nessa revisão a respeito de algumas concepções sobre o conhecimento matemático procurou-se esboçar que o paradigma da lógica formal, a despeito do rigor, no que concerne ao tratamento dado à linguagem matemática, não esgota os processos aí embutidos. Na verdade, o estudo dessas questões constitui uma preocupação da epistemologia da Matemática e de algum modo, da história da matemática.

O pressuposto de que a linguagem matemática enquanto formal, rege o mundo concreto ou se estabelece sem conexão com o mundo objetivo, contém a idéia de que as abstrações matemáticas são tratadas como "algo em si", independentes do substrato empírico que a engendrou.

No estudo da elaboração categorial da Matemática na perspectiva sócio-histórica, o entendimento de que a gênese de todo pensamento é portanto do pensamento matemático, segue o mesmo curso e obedece às mesmas leis que o desenvolvimento de todas as demais operações mentais, leva a estabelecer uma ruptura com as tendências formalistas, logicistas e intuicionistas de concepção do conhecimento matemático.

O fato de o pensamento matemático obedecer às essas mesmas leis significa em primeira instância, que ele se dá a partir de operações mentais mediadas por signos e pela interação social. Qualquer tentativa de alocar as entidades matemáticas em mundos supra-reais ou intuitivos desvinculados da concretidade e objetividade do real socialmente mediado, retoma as posições idealistas e recaptula posições que o paradigma sócio-histórico parece ter superado.

Enquanto signos, as entidades matemáticas não são apenas símbolos formais mas funções intencionais de adaptação do indivíduo, cuja origem e objetivos residem na comunicação social do sujeito com os outros e consigo mesmo.

A linguagem possui papel instrumental nessa adaptação e diante do pensamento. E não será a linguagem matemática a responsável imediata pelo pensamento matemático. Essa linguagem artificial participa secundariamente do processo de aquisição dos conceitos matemáticos, antes esses são mediados pela linguagem natural, fornecendo a possibilidade de constituição "a posteriori daquela".

Capítulo IV

A Elaboração do Conceito Matemático

A despeito das controvérsias que se estabelecem entre as concepções Logicista, Formalista e Intuicionista, o exame bibliográfico realizado pareceu indicar um relativo consenso quanto à origem das entidades matemáticas. Segundo essas abordagens, parece que o conhecimento matemático se dá no reino das abstrações. Essa postura confere ao conhecimento matemático uma dada especificidade que vale a pena examinar no contexto da atividade de constituição do conceito.

O sensorial e o racional constituem dois elementos do processo de elaboração do conhecimento, não obstante, são etapas dependentes e interrelacionadas do mesmo processo. Mas o sensorial não pode ser tomado como empírico nem o racional pode ser identificado com o teórico. A percepção do real sob a forma de imagens sensíveis e sua explicação ocorre no plano do senso-comum (Fernandes, 1978 ³⁹). O conhecimento científico é determinado pela interposição entre a apreensão de dados observados e as operações de interpretação que se realiza em uma fase analítica. A Ciência desde Galileu ?Galilei reverteu a tese de que é através da observação que se capta o real; e o real é a expressão direta dessa observação.

A fase analítica favorece o reconhecimento e a criação de imagens igualmente analíticas das

39

FERNANDES, F. Fundamentos Empíricos da Explicação Sociológica. São Paulo : Livros Técnicos e Científicos, 1978.

propriedades dos fatos que possuem alguma relação de significado para o problema em estudo. Leva-se em consideração, nesse momento, as condições em que os dados foram produzidos.

Tem-se assim, que os dados brutos da observação, enquanto imagens sensíveis, geram o conhecimento do senso-comum e esses mesmos dados brutos, ao serem conectados analiticamente, em instâncias empíricas, produzem o conhecimento científico.

Os dados brutos advindos de imagens sensíveis são matéria-prima que determinam as instâncias empíricas. No nível empírico o objeto é representado através de suas manifestações exteriores; o empírico existe somente na relação com o sujeito, mediado pelos pressupostos que este sustenta.

Paralelamente, o conhecimento mostra-se como ponto de partida para a elaboração da teoria. Nessa dinâmica, o pensamento teórico busca refletir o objeto ou fato bruto a partir da elaboração racional dos dados do conhecimento empírico, e se realiza em teorias, isto é, sistemas de abstrações que pretendem explicar o real de onde partiu. Esse movimento tem na explicação teórica seu real ponto de chegada, e ao mesmo tempo, seu ponto de partida. Não existe um fim para esse processo pois o real-ponto-de-partida, de onde surgiu o empírico não se confunde com o real-ponto-de-chegada, pensado sob a lente de uma teoria.

A concepção do processo de conhecimento como uma ascensão do concreto ao abstrato, segundo Fernandes

(1978), conduz a um problema metafísico, onde a função do pensamento fica reduzida à criação de abstrações cada vez mais distantes do real. Por outro lado, afirmar que o conhecimento se dá a partir de uma relação inversa, ou seja, em uma ascensão do abstrato para o concreto implica apontar, pelo menos, que o ciclo de produção do conhecimento envolve a passagem do concreto ao abstrato e o retorno ao concreto.

O concreto-ponto-de-partida no movimento da produção do conhecimento sobre o real, é reduzido à representações abstratas que impelem a uma apreensão do real e não pode ser confundido com a produção do real. Trata-se apenas da condição de possibilidade do homem agir sobre o real, caso contrário se estaria afirmando que o real é resultado do pensamento humano, o que de fato não acontece.

A mediação desse movimento se dá através das abstrações, na medida em que o pensamento se afasta da concreticidade, como condição necessária para apreendê-la e para agir sobre ela. Assim, o abstrato apenas poderá ser objetivado em sua relação com o concreto.

O conhecimento matemático, identificado aqui com o conceito matemático, então, não constitui apenas um reflexo do plano concreto, ou a soma de dados sensíveis conectados pela memória, numa abstração. Na dimensão sócio-histórica, este vai se configurar como um ato real e complexo de pensamento, expresso por uma palavra. A palavra representa, em

qualquer momento do processo de elaboração conceitual um ato de generalização que evolui juntamente com o desenvolvimento do conceito (Vygotsky, 1989).⁴¹ O abstrato, será então, objetivado em sua relação com o concreto, na elaboração categorial na Matemática através da palavra.

As palavras constituem as unidades linguísticas básicas, que carregam além de seu significado, também as unidades fundamentais da consciência que refletem o mundo exterior (Luria, 1990).⁴²

Assim, o significado da palavra na abordagem sócio-histórica, ostenta um papel fundamental; configura a unidade de análise que guarda de maneira simples, todas as propriedades dos processos de pensamento e linguagem. O estudo do significado da palavra na dinâmica de formação categorial, tanto em outras áreas do conhecimento quanto em Matemática, se reveste de especial importância pois é através da palavra que o homem reproduz objetos e reordena as relações entre esses objetos, utilizando-a como meio para gerar processos muito complexos. Trata-se de um potente instrumento que faculta ao ser humano expressar-se através da criação de códigos lógicos objetivos.⁴³ Segundo a análise de Luria (1990) , baseada nas contribuições de Vygotsky, esses códigos tornam o homem apto a ultrapassar a experiência direta e extrair conclusões que

⁴¹ VYGOTSKY, L.S. Op. Cit.

⁴² LURIA, A.R. **Desenvolvimento Cognitivo**. São Paulo : Icone, 1990.

⁴³ LURIA, A.R. Idem. Ibidem

possuem tanta objetividade quanto os próprios dados da experiência sensorial direta. Isso significa afirmar que os sistemas de linguagem e os códigos lógicos são estabelecidos socialmente, e funcionam como ponte do sensorial para o racional.

Uma das preocupações de Vygotsky era como o uso das palavras conduz a uma reflexão categorizada da realidade. Neste sentido, categorização é tomado enquanto um aspecto do funcionamento semiótico, tanto na atividade social quanto na atividade individual. Qualquer significado categorizado (ou generalizado) da palavra está fusionalmente vinculado à interação humana, conforme ele mesmo esclarece :

"Para transmitir alguma experiência ou conteúdo da consciência para uma outra pessoa, não há outro caminho senão atribuir o conteúdo a uma classe conhecida, ou a um grupo de fenômenos conhecidos ; e como sabemos, isso necessariamente requer generalização. Assim , produzir a interação social necessariamente pressupõe generalização e o desenvolvimento do significado da palavra, isto é, a generalização se torna possível com o desenvolvimento da interação social. Formas psicológicas superiores unicamente humanas de interação social são possíveis somente porque o pensamento humano reflete a realidade de um modo generalizado".

(Vygotsky, 1956 : apud Werstch & Stone, 1985).

O exame de como o desenvolvimento da categorização está vinculado ao desenvolvimento da interação social, realizado por esse autor, mostra que o nível de generalização no indivíduo corresponde estritamente aos níveis de desenvolvimento da interação social alcançados.

Para analisar e discutir portanto, o processo de elaboração categorial na Matemática objetivamente, alcançando algum entendimento sobre o papel da linguagem natural nesse processo, é necessário a compreensão da interrelação do significado da palavra e interação social, o que passa pela distinção semiótica entre significado e referência.

Vygotsky distingue o significado da
44
palavra ou expressão de seu referente, isto é, dos objetos designados pela palavra. Do ponto de vista semântico, o significado é um componente indissociável da palavra, sem o qual esta seria um som vazio. Do ponto de vista semiótico, o significado coincide com a interpretação psicológica, é um conceito, uma generalização e portanto, um fenômeno do pensamento que ao ganhar objetividade na fala, garante a união da palavra e do pensamento. Ao mesmo tempo, o significado constitui um fenômeno da fala na medida em que está ligado ao pensamento, sendo iluminado por ele. É conforme afirma Mandelstam (apud Vygotsky,
45
1989) :

" esqueci a palavra que ia dizer, e meu pensamento, privado de substância, volta ao reino das trevas".

44

Vygotsky parece adotar uma tipologia semelhante à de Benveniste, Peirce e Ogden e Richards em que, além do significado e do significante que unem um conceito a uma imagem acústica ou símbolo, proposto por Saussure, existe a questão do referente. O signo linguístico é considerado então, uma entidade triade onde o referente é a designação da própria coisa. Ver : PEIRCE, Charles. *Semiótica e filosofia*. São Paulo: Cultrix, 1972 e RECTOR, M. & YUNES, E. *Manual de Semântica*. Rio de Janeiro : Ao Livro Técnico, 1980.

45

VYGOTSKY, L. S. Op. Cit.

Isso implica sustentar que o significado das palavras constitui um fenômeno da palavra apenas na medida em que alcança concreticidade, objetividade, por meio da fala, e enquadra-se como um fenômeno da fala enquanto expressar um pensamento. Na verdade, trata-se de um processo, um movimento fluido e constante entre palavra e pensamento e vice-versa. Nesse movimento a relação entre pensamento e palavra sofre transformações que são consideradas um processo de desenvolvimento no sentido funcional. Desenvolvimento funcional que se mostra através de um fluxo de pensamentos, onde cada um se move, amadurece, desempenha uma função e soluciona um problema.

É assim que cada estágio do desenvolvimento do significado da palavra está interrelacionado com a capacidade que o sujeito possui de comunicar-se, utilizando a sua possibilidade de diferenciar os significados das palavras na fala proferida e em sua consciência.

Vygotsky assevera que poderá haver um significado e diferentes objetos ou inversamente, um objeto vinculado a diferentes significados. Para clarificar essa posição⁴⁶ toma emprestado um exemplo de Sapir (1980). Ao se dizer "o vitorioso de Jena" ou "o vencido de Waterloo", a mesma pessoa está sendo referida (Napoleão). Apesar de o referente das duas expressões ser o mesmo, o significado é diferente.

O desenvolvimento do significado da palavra é constituído a partir da conexão do referente (função

46

SAPIR, Edward. *A Linguagem*. São Paulo : Editora Perspectiva, 1980.

nominativa) com o significado (função significativa) e elaborada em três estágios de desenvolvimento, estágio primitivo, intermediário e avançado. No estágio primitivo, a função nominativa é predominante. Em termos semânticos portanto, impera a referência objetiva, responsável pelo estabelecimento de relações reais-imediatas na apreensão da realidade. No estágio avançado, a significação passa a ocorrer de maneira independente da nomeação, do ato de referência das coisas, dando lugar a um tipo de pensamento denominado lógico-verbal, que é um sistema de relações abstratas , organizado em categorias gerais. Nessa regularidade genética, o momento de transição entre essas duas etapas do desenvolvimento do significado, configura o estágio intermediário.

Desta forma, o caráter generalizante do significado das palavras permite as duas funções principais da linguagem que a articulam com o pensamento - a função comunicativa e a representativa. Funcionalmente diferentes, a comunicação e a representação estão interrelacionadas pois a verdadeira comunicação humana pressupõe uma atitude generalizante, e a generalização é um estágio avançado da linguagem. Segundo Sapir (1980), o pensamento reflete uma realidade conceitualizada.

Essas considerações acabam sustentando que para se estabelecer a função comunicativa e a representativa, torna-se necessário que os referenciais significativos, de início, sejam comuns aos interlocutores. Isso é válido para qualquer ato comunicativo-representativo. A variação dos significados em

47

SAPIR, E. Op. Cit.

relação ao referente signico, ocorre no movimento/desenvolvimento categorial e da linguagem como uma etapa primitiva que garante uma relativa comunicação entre crianças e adultos. O uso da palavra pode mascarar diferenças entre sujeitos, dada a coincidência quanto as referências objetivas, levando o interlocutor mais experiente à suposição de que está sendo plenamente compreendido pela criança. Um exemplo claro disso é quando um adulto conversa com uma criança sobre animais - eles se entendem mas os processos cognitivos envolvidos são diferentes.

É particularmente interessante notar como a adoção de vários significados para um mesmo referente é comum na Matemática, e leva a criança a gerar conclusões que não são as mesmas pretendidas pelo adulto. No uso do valor posicional, no deslocamento das parcelas em uma multiplicação simples de um número de dois ou mais algarismos por outro de dois algarismos, a criança em estágio inicial de aprendizagem desse conteúdo não percebe a relação existente entre as ordens e o deslocamento da segunda parcela do resultado para a esquerda, como forma de atualizar o valor real da parcela. Na multiplicação :

$$46 \times 12 =$$

dentre as tentativas de solução que a criança pode utilizar vê-se:

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 12 \\ \hline 92 \\ + 46 \\ \hline 552 \end{array}$$

No entanto, não é raro perceber que as parcelas 92 e 46 são sobrepostas sem que a criança atine com o significado do deslocamento da segunda parcela. Multiplicar 46 por 12 passa a representar, indistintamente para a criança, multiplicar 92 por 1 e por 2. Como resultado dessa atribuição de diferentes significados a um mesmo referente "12", isto é, 1 dezena acrescida de 2 unidades tem-se :

$$\begin{array}{r}
 46 \\
 \times 12 \\
 \hline
 92 \\
 + 12 \\
 \hline
 104
 \end{array}$$

Em muitos casos, mesmo que a criança execute de maneira correta o algoritmo, quando inquirida sobre o que representa a parcela "46", ela demonstra não compreender que o valor desta parcela no contexto da operação em questão, é posicional, ou seja, vale 460 (4 centenas e 6 dezenas). A ausência do algarismo "zero" está sendo compensada pela deslocamento da parcela para a esquerda, em relação à parcela que lhe é imediatamente superior. A atribuição de significados diferentes a um mesmo referente, geneticamente parece estar ligado à não interiorização das operações que a criança realiza externamente. Muito mais do que um problema de memorização dos procedimentos envolvidos no algoritmo executado, parece haver dificuldade em transformar sem esforço, uma operação externa em um procedimento interno. Piaget aborda questão semelhante no trabalho comparativo entre a lógica da criança, do adolescente e do adulto, no entanto não chega

a considerar a variação dos significados em relação ao referente signico como uma etapa primitiva que possibilita a comunicação entre sujeitos de níveis de desenvolvimento diferenciados.

Essas operações mentais no âmbito da Matemática, assim como outros exemplos mais típicos, podem ser melhor caracterizadas do ponto de vista psicológico, quando se lança mão do processo de desenvolvimento das operações mentais mediadas pela linguagem natural, explicitadas por Vygotsky no estudo sobre a dinâmica da interiorização da fala.

O desenvolvimento da fala, à semelhança do que ocorre com o uso dos signos, se dá através de um estágio pré-intelectual e o desenvolvimento do pensamento ocorre através de um estágio pré-linguístico. Aproximadamente, aos dois anos a fala passa a invadir a esfera da inteligência prática e do pensamento. Este passa, portanto, a ser afetado pela fala. Inicia-se um complexo jogo de constituição pensamento-linguagem onde a influência é recíproca. É a partir da chamada fala egocêntrica que a função organizadora e planejadora da fala começa a se evidenciar. As linhas do desenvolvimento da fala e do pensamento se encontram quando a criança constitui a função simbólica das palavras. Essa fala cujo desenvolvimento perpassa a fala exterior, a fala egocêntrica e a fala interior, no momento em que é interiorizada psicologicamente, torna-se também interiorizada fisicamente.

Vygotsky menciona que as linhas pré-

48

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo : Martins Fontes, 1989.

intelectual da fala e pré-linguística do pensamento se encontram. A fase pré-intelectual da fala, de natureza conativo-afetiva torna-se intelectual e a fase pré-linguística do pensamento torna-se linguística. Parece haver, nesse ponto, necessidade de maior explicitação teórica.

Esse processo de interiorização que geneticamente sucede a fala egocêntrica e a fala exterior, acontece em quatro fases. Na primeira fase, denominada natural ou primitiva, corresponde a fala pré-intelectual e ao pensamento pré-verbal, quando estas operações com signos aparecem em sua forma original, tal como evoluíram do período mais rudimentar do comportamento.

A segunda fase tem como característica o fato de a criança aplicar a experiência que possui em relação às propriedades de seu corpo e dos objetos que a circundam, aos instrumentos, como se fosse a inauguração da atividade de experiência prática na criança. Nessa etapa, ela faz uso de formas e estruturas dadas sintaticamente como corretas, antes mesmo que tenha apreendido as operações lógicas a elas subjacentes. Nas palavras de Vygotsky :

"... a criança pode operar com orações subordinadas, com palavras como "porque", "se", "quando" e "mas" muito antes de aprender as relações causais, condicionais e temporais. Domina a sintaxe da fala antes de dominar a sintaxe do pensamento". (Vygotsky, 1989, p. 40)

Um outro exemplo rotineiro da relativa incapacidade para estabelecer relações lógicas sobre as operações de sintaxe correta que a criança formula, é o processo de contagem. Cedo a criança aprende os números e torna-se capaz de recitá-los, no entanto, o exame da compreensão das relações lógicas aí envolvidas, demonstra que ela está apenas aplicando sua experiência de dispor numa dada ordem pré-fixada, um conjunto de coisas, embora não atine com os critérios relativos à lógica de tal disposição. Assim, a criança pequena, pré-escolar sabe que após o "um" segue-se o "dois", e depois o "três", até atingir o universo dos números intuitivos (aproximadamente até 9) ou um pouco mais. Se solicitada a expressar ou demonstrar concretamente o entendimento das relações numéricas daí decorrentes, ou mesmo a utilizá-los de maneira que essas relações sejam evidenciadas, enquanto compreendidas, interiorizadas, não saberá fazê-lo.

A terceira fase é caracterizada pela utilização de signos exteriores e operações externas como auxiliares para a resolução de problemas internos. Na Matemática corresponde ao período em que a criança faz uso dos dedos como auxiliar na aprendizagem dos processos de contagem e, no desenvolvimento da fala, corresponde à fala egocêntrica.

As crianças quando iniciam a aprendizagem da adição exibem comportamentos desse tipo. Antes de terem interiorizado os "fatos fundamentais" da adição até vinte, e as conexões lógicas deles resultantes, desenvolvem recursos semióticos externos. A criança se organiza externamente e para

adicionar "dois" e "quatro", pode recorrer ao uso dos dedos, formulando materialmente, a operação entre esses signos matemáticos. Evolutivamente superior é o comportamento da criança ao somar "oito" e "sete". Como os dedos da mão são insuficientes para a exteriorização e materialização de toda a operação, a criança vai recorrer a outra estratégia. Guarda mentalmente uma das parcelas e passa a contar a outra parcela a ser adicionada a partir da primeira, indicando a operação com o auxílio dos dedos. Então, "toma" o "sete" e passa a adicionar contando nos dedos, "oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze". Mas essa contagem já subordina-se à interiorização de uma das parcelas, aqui representada pelo "sete". Esse movimento que ocorre no sentido "para dentro" liberta a criança da externalidade e é possível porque os recursos semióticos então desenvolvidos foram sendo refinados e internalizados.

No quarto estágio, também denominado "desenvolvimento interior", as operações externas se interiorizam e sofrem transformações muito significativas. O sujeito passa a ser capaz de contar mentalmente, agora fazendo uso da memória lógica, ou seja, operando com relações intrínsecas e signos internos. Vygotsky considera esse período como um estágio terminal da fala interior de cunho silencioso. Adverte no entanto, que há continuidade permanente da interação entre as operações externas e internas onde uma forma vai se transformando em outra. Não há nenhuma diferença bem delineada entre o comportamento exterior e o comportamento interior e ambos se aproximam muito quanto à forma como no caso de um sujeito que

repassa mentalmente "um ponto de arguição". O comportamento interno e externo se influenciam conjuntamente, o que torna o estabelecimento de uma demarcação entre eles uma tarefa árdua. Como o entrecruzamento de dois círculos, o pensamento e a fala gera uma área de intersecção que é o pensamento verbal, não obstante, esse produto não dá conta de todas as formas de pensamento e linguagem.

A fala interior, portanto, se desenvolve mediante uma sucessão de mudanças estruturais e funcionais e vai se separando da fala exterior, ao mesmo tempo em que ocorre a diferenciação das funções social e egocêntrica da fala. A partir do domínio das estruturas da fala, o indivíduo domina a estrutura do próprio pensamento.

É interessante verificar como esse processo se mostra com alguma clareza no comportamento de crianças na aprendizagem de determinados algoritmos, como é o caso da adição com reserva. Numa fase inicial de resolução da operação, as crianças tendem à utilização dos dedos como estratégias auxiliares na objetivação do signo matemático, ou seja, tentam transformar uma operação interna em operação externa a partir da mediação dos dedos enquanto signos externos. Na medida em que o grau de dificuldade aumenta e aparece a adição com reserva, a criança tende a verbalizar as operações de modo a viabilizar uma excursão do pensamento pelo sistema de numeração decimal. Isto é reconhecido pela descrição e análise da situação que externa oralmente e para si mesma, onde a soma de dois números que perfaça um total maior que "dez", recebe o desmembramento da reserva

falando o conhecido "vai um". Em acréscimo, busca um registro simbólico desse desmembramento que consiste em escrever a reserva sobre a ordem na qual ela será adicionada. Além de ser um recurso para evitar o esquecimento dessa sub-operação que não exige registro nos algoritmos formais, trata-se de uma maneira de nortear e organizar o pensamento durante a atividade. Com o desenvolvimento galgando novos patamares, a incidência desse tipo de estratégia tende a diminuir. Primeiramente a fala egocêntrica vai se escasseando até ser plenamente internalizada, quando a manifestação exterior tende ao desaparecimento. No entanto, a criança ainda necessita manter o registro simbólico do processo intelectual efetivado, por mais algum tempo. Posteriormente, esse recurso também tende a desaparecer na medida em que a operação externa tiver transformado as estruturas do pensamento, dominando-o, já plenamente interiorizada.

Apesar desse processo genético acontecer com crianças num momento inicial do processo de escolarização, é frequente constatar que adultos lançam mão de recursos semelhantes na resolução de problemas matemáticos, inclusive externando oralmente as tentativas de resolução do problema e utilizando registros simbólicos intermediários, de modo a auxiliar na solução da tarefa problemática. Parece, desta forma, caracterizar o movimento dialético do desenvolvimento das funções superiores no ser humano que mesmo tendo galgado níveis mais altos de complexidade de pensamento, pode retomar, num movimento espiral à etapas de desenvolvimento anteriores.

Nesse contexto do desenvolvimento das

operações com signos, a palavra desempenha um papel relevante, mostrando-se como instrumento linguístico do pensamento e da experiência sócio-cultural do indivíduo. A relevância da compreensão de que a criança utiliza a palavra, atribuindo a ela um significado diferente daquele imputado pelo adulto e a consideração de que a linguagem natural é a ferramenta que vai mediar a apreensão dos conhecimentos matemáticos, sobretudo nos níveis elementares e intermediários que correspondem à aprendizagem da aritmética na escola, torna transparente, no nível teórico, a função da linguagem natural como mediadora na formação do conceito matemático enquanto signo igualmente mediado.

As contribuições de Vygotsky mostram que é através do uso da referência objetiva coincidente que a criança, em um estágio ainda inicial do desenvolvimento é capaz de compreender um problema e visualizar o objetivo por ele colocado, já que as tarefas de compreender e comunicar são as mesmas para indivíduos em fase inicial e avançada de desenvolvimento. Desta forma, utilizando o que Vygotsky denomina equivalentes funcionais de conceitos, em uma idade muito precoce, a criança pode lidar com essas tarefas, mas as formas de pensamento que ele utiliza diferem profundamente em composição, estrutura e modo de operação, em se comparando com um nível de desenvolvimento mais elaborado.

Sobre esse aspecto, mais uma vez as operações que as crianças realizam com os números parecem bem elucidativa da questão, de como, no nível de desenvolvimento inicial elas formulam suas estratégias mentais. Embora saibam ler

e escrever corretamente os números, dominem o processo de contagem, quando se deparam com a análise numérica em ordens e classes, elas demonstram que os significados atribuídos aos números não coincidem com o seu conceito pleno (conceito no qual todos os atributos criteriosais estão para o sujeito devidamente diferenciados, por efeito do movimento de análise e síntese). Isto quer dizer que as formas de pensamento que a criança utiliza para conceber um número são muito diferentes em sua estrutura e nas relações que estabelecem entre seus atributos característicos. Assim é que, ao se perguntar a uma criança em idade escolar, quanto vale o "2" nos números 29 e 52, ela responderá que ambos têm um valor absoluto igual a "2" a menos que considere que o "2" em 29 corresponde a duas dezenas, o que é diferente do "2" de 52, onde este figura com o valor relativo e absoluto idênticos.

O estudo dos processos de elaboração categorial, utilizando o significado da palavra como unidade de análise, passa ao largo da limitação imposta pela compreensão do problema, imposta a partir da perspectiva da lógica formal. Um conceito não é formulado tomando como base a soma dos traços comuns a um certo número de objetos, como corresponderia ao sistema preconizado pela abordagem lógica ou formal, ao contrário. Um conceito se constitui como um movimento do pensamento que oscila sempre em duas direções, do geral para o particular e do particular para o geral. Nesse movimento, está presente uma operação intelectual em que as funções mentais elementares participam de uma combinação que tem no uso da palavra um instrumento para centrar ativamente a atenção,

abstrair determinados traços, sintetizá-los e simbolizá-los por meio de um signo .

Será através da palavra portanto, que o ser humano aprenderá a organizar e dirigir seu comportamento na constituição do conceito; a palavra será o signo mediador que, em princípio exercerá o papel de meio na elaboração categorial e posteriormente, se tornará seu símbolo.

A abordagem vygotskiana que fornece pistas para a compreensão desse processo de elaboração do conhecimento, apresenta distinção entre dois grupos de conceitos. Esses conceitos são diferentes no que concerne à sua origem e estrutura psicológica, e são designados como "conceitos espontâneos" ou "conceitos cotidianos" e "conceitos científicos".⁵⁰

O desenvolvimento dos conceitos cotidianos e dos conceitos científicos são processos interrelacionados que sofrem mútua influência, com isso fazem parte de um único movimento que é o processo de formação de conceito. Não obstante, esses se acham diferenciados na teoria, considerando as palavras do próprio Vygotsky :

"A mente se defronta com problemas diferentes quando assimila os conceitos na escola e quando é entregue aos seus próprios recursos. Quando transmitimos à criança um conhecimento sistemático ensinamos-lhe muitas coisas que ela não

50

A expressão "conceito cotidiano" será a denominação utilizada ao longo deste trabalho, embora em sua obra, Vygotsky se refira tanto a conceitos espontâneos quanto a conceitos cotidianos indistintamente, na teoria o conceito não é espontâneo, isto é, não é constituído pelo sujeito em uma dimensão individual, sem um processo interativo.

pode ver ou vivenciar diretamente. Uma vez que os conceitos científicos e espontâneos diferem quanto a sua relação com a criança, e quanto a atitude da criança para com os objetos, pode-se esperar que o seu desenvolvimento siga caminhos diferentes, desde o seu início até a sua forma final."(Vygotsky, 1989,

51

p. 74).

Esta posição torna-se particularmente adequada ao se pensar o processo de formação dos conceitos matemáticos nas situações informais, onde os conceitos cotidianos se constituem e na elaboração dos mesmos de maneira sistematizada na escola. A literatura é pródiga em estudos que enfatizam as dificuldades de sujeitos, sobretudo os provenientes das camadas economicamente desfavorecidas da população, quando da elaboração de conceitos matemáticos na escola. Esses estudos revelam que essas crianças utilizam os mesmos "conceitos" em situações cotidianas sem, contudo, possuírem deles consciência real (Ver os trabalhos de Terezinha Nunes Carraher, David Carraher e Ana Lúcia Schiellmann sobre a aprendizagem da Matemática em crianças economicamente desfavorecidas, em situações cotidianas e escolares, principalmente os livros "Na Vida Dez na Escola Zero" e "Aprender Pensando". Essa indicação, no entanto, não pretende entrar na discussão da natureza da matemática embutida nesses trabalhos) .

A constituição de conceitos científicos na escola desempenha um papel decisivo na conscientização da criança de seus próprios processos mentais, e parecem configurar

51

VYGOTSKY, L. S. Op. Cit.

um meio pelo qual a consciência e o domínio das operações intelectuais se desenvolvem, sendo mais tarde transferidos para outros conceitos e para outras áreas do pensamento. Segundo Vygotsky, a consciência chega através dos "portais dos conhecimentos científicos". Os trabalhos de Freitag com crianças de uma cidade satélite do Distrito Federal, mostram que aquelas foram beneficiadas cognitivamente quando submetidas à escolarização básica primária, mesmo frequentando escolas públicas consideradas de qualidade deficiente em relação às escolas particulares. Esse benefício se mostra sobretudo, no avanço intelectual dos sujeitos que acabam por atingir níveis de desenvolvimento cognitivo compatíveis com os patamares alcançados por sujeitos provenientes de camadas economicamente favorecidas.

Na aprendizagem escolar, os conceitos científicos que a criança adquire estabelece uma relação com o objeto que é mediada de início, por outro conceito. O conceito científico serve como elemento sistematizador sobretudo dos conceitos cotidianos. Este primeiro ocupa um lugar dentro de um sistema de relações de generalidade entre os vários conceitos e seu funcionamento se dá de cima para baixo, modificando a estrutura psicológica dos outros conceitos a que se relaciona. Forma, com isso, um conceito supra-ordenado, ancorado em uma série de conceitos subordinados e organizados dentro de uma hierarquia de diferentes graus de generalidade que garante ao próprio indivíduo, o conhecimento dessas representações e

52

FREITAG, B. *Sociedade e Consciência : um estudo piagetiano na favela e na escola*. São Paulo: Cortez, 1984.

estratégias cognitivas e portanto, seu controle intencional.
De acordo com Vygotsky :

" Assim, o conceito dado é inserido em um sistema de relações de generalidade. O seguinte exemplo pode ilustrar a função dos diferentes graus de generalidade no aparecimento de um sistema. Uma criança aprende a falar "flor", e logo depois a palavra "rosa" ; durante muito tempo o conceito "flor" embora de aplicação mais ampla que "rosa", não pode ser considerado nem subordina a palavra "rosa" - os dois são intercambiáveis e justapostos. Quando "flor" se generaliza, a relação entre "flor" e "rosa", assim como entre flor e outros conceitos subordinados, também se modifica na mente da criança. Um sistema está se configurando". (Vygotsky, 1989,

53
p. 80)

Os conceitos matemáticos cotidianos que são formados pelas crianças, como as idéias aditivas e comparativas, ambas aplicadas também à subtração, constituem outro exemplo da configuração de um sistema de conceitos na escola. Inicialmente, a criança aprende a idéia geral de adição e torna-se capaz de reunir objetos, elaborando a síntese aditiva. Na medida em que aprende a realizar operações subtrativas não percebe de início, a relação de oposição e complementação que existe entre essas operações. No entanto, logo que o conceito subtrativo é generalizado, na situação escolar, a relação entre este e a adição se transforma, permitindo a compreensão da reversibilidade existente entre elas . A utilização dos procedimentos de comparação passam a ser usados como estratégias de solução de problemas tanto aditivos quanto subtrativos.

53

VYGOTSKY, L.S. Op. Cit.

Uma criança, quando aprende alguma operação matemática elementar ou algum conceito qualquer apresenta um desenvolvimento apenas inicial dessa operação e isso se dá, segundo Vygotsky, porque a curva do desenvolvimento não coincide com a curva do aprendizado escolar; de um modo mais amplo, a aprendizagem precede o desenvolvimento intelectual.

Esta tese básica da teoria Vygotskiana pode ser explicada através da relação entre a aprendizagem escolar e desenvolvimento mental da criança. O desenvolvimento das bases psicológicas para a aprendizagem dos conteúdos escolares não precede essa aprendizagem mesma, mas se desenvolve em uma contínua interação com as contribuições provenientes dos próprios conteúdos. Isto se dá porque o plano intra-subjetivo de ação é formado pela internalização de capacidades originadas no plano intersubjetivo, interligando a dimensão social à individual.

Ao investigar os mecanismos pelos quais as experiências de aprendizagem criam o desenvolvimento, Vygotsky coloca o conceito de zona de desenvolvimento proximal. Esse conceito refere-se à capacidades que se manifestam no indivíduo a partir da ajuda de outro sujeito mais experiente. As capacidades que se manifestam de maneira autônoma, refletem o desenvolvimento que o sujeito já atingiu. As que ainda não se consolidaram e emergiram com o auxílio de outros, de modo partilhado, situam-se na zona de desenvolvimento proximal desse sujeito e seu

54

VGOTSKY, L.S.; LEONTIEV, A.N.; LURIA, A.R. & Outros. **Psicologia e Pedagogia - Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento**. Lisboa: Editorial estampa, 1977.

refinamento e internalização possibilitarão sua transformação em novas funções já consolidadas.

Esse movimento de consolidação e autonomização de funções emergentes a partir das várias experiências de aprendizagem, cria novas zonas de desenvolvimento proximal e gera uma visão de desenvolvimento mais prospectiva do que retrospectiva. Desta forma, as experiências (no sentido de aprendizagem) é que permitem um avanço do desenvolvimento. Se a aprendizagem que se origina no plano intersubjetivo possibilita o desenvolvimento, nem toda experiência afeta o desenvolvimento de maneira igual. Para ter repercussão significativa, a experiência deve autorizar que os conhecimentos de um grau maior de generalidade em relação ao desenvolvimento já estabelecido no sujeito.

A generalidade do conhecimento é compreendida a partir de duas dimensões : o espaço de abrangência de aplicação do conhecimento ao real e o nível de sua independência em relação ao imediato concreto, isto é, ao sensível. Desta forma, a experiência significativa, ou seja, que efetua o deslocamento das funções psicológicas no sentido do restrito abrangente resulta em avanço do desenvolvimento.

Pensar a constituição do conhecimento matemático então, impõe a presença de se pensar o caráter social dessa atividade humana. Isso faz com que a formação do conceito se desloque da mera constatação da existência de um contexto

55

GOES. M.C.A Natureza Social do Desenvolvimento Psicológico. In: Cadernos Cedes, 24. Campinas : Papyrus, 1991.

social que influencia os processos psicológicos para considerar o plano intersubjetivo como a pedra de toque, a condição para a gênese da própria atividade individual. Assim, a formação do conceito matemático ocorre na relação com o outro, em um processo interativo que não resulta em oposição do sujeito ao social (reducionismo individualista) ou do social ao sujeito (reducionismo sociológico), mas em uma vinculação genética dessas duas dimensões.

Embora o conceito de internalização e de desenvolvimento proximal sejam postulações centrais na obra de Vygotsky, parece ainda haver necessidade de especificação desses.
56
Davydov e Andronov analisaram a internalização de atos envolvidos em operações matemáticas realizadas por crianças pequenas, constatando que ações motoras tornam-se gradativamente mais compactadas ao longo das tarefas realizadas e em seguida, transformavam-se em símbolos, como se estivessem tentando ampliar a função mediadora da palavra. Esses autores concluíram então, que, a transição de atos "materiais" (ações que incidem diretamente sobre o objeto) para atos "representacionais" (ações configuradas no plano mental) acha-se fundamentalmente relacionada com o uso de meios de simbolização e que essa transformação leva a um movimento recorrente de "coisa-ato-palavra-coisa". A explanação que realizam desse problema segue o curso de argumentação relativo às condições e causas de mudanças

56

DAVYDOV, V.V. & ANDRONOV, V.P. Psychological Conditions of the Origins of Ideal Act. In: **Soviet Psychology**. XIX (3): 3-28, 1981.

no conteúdo e forma de um ato tal como foi internalizado e aponta para a necessidade de exames cuidadosos desses processos psicológicos para que se estabeleça um método adequado para o estudo dos processos de internalização.

Na tentativa de discutir a separação no campo intelectual de áreas que lhe são inerentes e que imprimem à cognição e ao desenvolvimento cognitivo um tratamento que culmina no estudo dessa questão como sendo áreas separadas da compreensão das circunstâncias culturais nas quais as pessoas vivem, Cole (1985) realizou um levantamento dos estudos sobre o conceito de desenvolvimento proximal. Para tal, tomou como indicador do processo de internalização, o controle que o sujeito evidenciava de suas próprias ações, a partir de ações partilhadas. Essas mudanças do comportamento dos sujeitos ocorriam de modo gradativo e pareciam colocar a descoberto algumas estratégias do processo de internalização, auferidas nas mudanças que ocorreram durante os vários níveis de partilha evidenciados nas ações dirigidas para um objetivo.

Embora essas tentativas de expansão e compreensão da teoria venham se dilatando, ainda se mantém lacunar o estabelecimento de diretrizes para o trabalho de concretização da abordagem de vinculação genética e a construção recíproca dos planos de funcionamento social e individual.

57

COLE, M. The Zone of Proximal Development; where Culture and Cognition Create each Other. In: WERTSCH, J.V. (ED.) **Culture, Communication and Cognition : Vygotskian Perspectives.** Cambrigde: Cambrigde University Press, 1985

58

GOES. M.C. Op. Cit. 1990.

O delineamento da ampliação do papel da aprendizagem no desenvolvimento da criança, remete certamente ao problema da elaboração conceitual, ainda alvo de estudos na psicologia. Apesar do esforço na esfera legal para encaminhar, via legislação de ensino, a superação da orientação formalista, a Matemática ainda é conduzida na prática escolar segundo a concepção de que cada matéria que se aprende possui uma importância específica no desenvolvimento mental geral da criança. Assim, continua apontando que o lugar reservado à Matemática é o de tornar a criança mais inteligente através do desenvolvimento de seu raciocínio lógico.

Ao se considerar esse ponto de vista correto, cai-se na perda irreparável do valor real da Matemática e provoca uma orientação conservadora na praxis educativa. Por outro lado, constitui uma tentativa de tornar independente a aprendizagem numa determinada área ao invés de considerá-la simplesmente um meio para o desenvolvimento geral da criança.

O fracasso da disciplina formal foi demonstrado em diversas investigações, não obstante ainda grassa como concepção aceitável em teorias inatistas e conservadoras. Cada área do conhecimento que é colocada como matéria escolar tem uma relação própria com o curso do desenvolvimento da criança, onde há uma dependência recíproca, extremamente complexa e dinâmica entre o processo de desenvolvimento e o da aprendizagem, dependência que não consegue ser explicada a partir de um esquema meramente formal ou uma tendência apriorística. Os processos de aprender a ler e escrever, por exemplo, ativam uma

fase de desenvolvimento dos processos psico-intelectuais inteiramente nova, o que origina uma mudança radical de suas características gerais. Essas aprendizagens são muito diferentes do ato de aprender a escrever à máquina, uma atividade essencialmente motora. Esta significa na verdade, estabelecer um certo número de hábitos motores que por si só não modificam de maneira substancial as características psico-intelectuais do sujeito. Uma aprendizagem desse gênero aproveita um desenvolvimento já elaborado e já consubstancializado⁵⁹, e justamente por isso contribui muito pouco para o desenvolvimento geral do indivíduo.

A relação entre a constituição da linguagem matemática e do conhecimento matemático é igualmente regida por esses pressupostos. Cabe deixar esboçado no entanto, que parece haver uma certa diferenciação nos níveis de elaboração em que se dão a aprendizagem da linguagem natural escrita e da linguagem matemática escrita. Vygotsky (1989) ao delinear os procedimentos psicológicos da constituição da linguagem natural falada em contraste com a linguagem escrita, permite que se hipotetize a existência de especificidades no caso da linguagem matemática. O indivíduo transfere na aquisição da linguagem matemática, o sistema de significados que aplica à linguagem que lhe é natural. A atenção do indivíduo não se volta para a dimensão externa, sonora do pensamento verbal mas se volta para os aspectos semânticos mediados via linguagem natural.

59

VYGOTSKY, L.S. Op.Cit.

A criança, quando em etapa inicial de escolarização, constitui a linguagem escrita a partir da utilização de procedimentos diferentes dos empregados no processo de aquisição da linguagem oral. Isso porque o desenvolvimento da escrita não repete o desenvolvimento da fala. A escrita é uma função linguística que difere da palavra oral tanto na estrutura quanto no funcionamento. Mesmo o desenvolvimento mínimo dessa estrutura exige um alto grau de abstração.

De acordo com Vygotsky, trata-se da fala em pensamento, excetuando-se as características expressivas, musicais e entonativas da modulação oral. Quando a criança aprende a escrever necessita se desligar do aspecto sensorial da fala e substituir as palavras por imagens de palavras. Isto significa afirmar que, ao aprender a escrever a criança deve representar uma imagem sonora por meio dos signos escritos, o que constitui uma representação simbólica de segundo grau (símbolo de símbolos).

Na aprendizagem da linguagem matemática a criança não apenas necessita tomar conhecimento da estrutura sonora de cada símbolo, mas representá-lo de uma maneira não coincidente com o ritual da escrita em que se inicia, ou seja, através de novos símbolos que representam entidades matemáticas abstratas.

De modo similar à escrita da linguagem natural, a criança deve tomar conhecimento da estrutura geral e do significado de cada palavra e reproduzi-la através de signos matemáticos, que precisam ser estudados e memorizados antes de

serem utilizados. A questão da sintaxe que rege a utilização desses signos, torna-se então, diferente, até mesmo inaugura uma relação de oposição frontal àquela. Ao invés de estender os procedimentos de leitura que partem sempre da esquerda para a direita na linguagem natural escrita na cultura ocidental, na linguagem matemática deverá operar da direita para a esquerda em alguns casos, quando em outros prevalece a leitura da esquerda para a direita (como na contagem, por exemplo). Ao mesmo tempo deverá compreender os diferentes significados provindos das várias posições que um algarismo pode ocupar em um número. Mas essa sintaxe deve ser apreendida usando o conteúdo lexical da linguagem natural que a criança já domina.

A escrita da linguagem natural exige um trabalho consciente devido a diferença de sua relação com a fala interior e a fala oral. A fala oral precede a fala interior no decorrer do desenvolvimento, enquanto que a escrita acompanha a fala interior e pressupõe que, antes da tarefa de escrever, tenha ocorrido uma tradução a partir da fala interior ou do pensamento.

De forma semelhante à uma linguagem estrangeira, na linguagem matemática o processo é consciente e deliberado desde o início, pressupõe uma certa consciência de seus significados e da sua sintaxe. Se uma fala imaginada em língua natural, que exige a simbolização da imagem sonora por meio de signos escritos, parece ser muito mais difícil para a criança do que a fala oral, a linguagem matemática conseqüentemente, resulta em uma dificuldade a mais para ser vencida, onde o principal obstáculo é sua sintaxe própria, e a

necessidade de mediação de seus significados através da linguagem natural.

Não se pode deixar de frisar, no entanto, que os processos de aquisição da escrita na linguagem natural e da linguagem matemática são processos que pertencem à mesma esfera do desenvolvimento do pensamento verbal. Vygotsky sustenta que os sistemas análogos se desenvolvem em direções opostas, tanto no nível superior, quanto no inferior, e cada sistema influencia o outro e, desta forma se beneficiam mutuamente. Parece haver entre esses domínios da linguagem uma relação de generalidade.

A análise que Vygotsky entabula sobre a constituição dos conceitos permite clarificar os enlaces semânticos contidos na palavra e os processos psíquicos subjacentes ao movimento conceitual, o que fornece esteio para uma investigação experimental sobre a elaboração dos conceitos de modo a comprovar essa distinção que se estabelece no processo categorial.

Embora os escritos de Vygotsky deixem transparecer que é mais enriquecedor o estudo do conceito científico do que o conceito artificial, a investigação sobre a elaboração do conceito artificial pode fornecer pistas interessantes para a compreensão dos fenômenos relativos a conceituação matemática.

Utilizando o método de estimulação dupla para caracterizar melhor os processos de mediação semiótica, propõe a sujeitos de diferentes idades, uma situação-tarefa que

somente poderá ser solucionada com a formação de um conceito novo.

O método consiste em dispor diante do sujeito uma série de figuras geométricas de cores, formas e tamanhos diferentes, que portam em suas bases, palavras artificiais. O móvel central dessa prova consiste em verificar como o sujeito organiza seu comportamento e quais os procedimentos psicológicos que envida, ao utilizar um signo (a palavra afixada na base do bloco) como um mediador do conceito a ser formado.

O problema proposto ao sujeito é apresentado no início da tarefa e consiste na apreensão das características essenciais dos blocos, tomando como ponto de partida seu nome (a palavra artificial). Ao longo do experimento a tarefa permanece a mesma e cabe ao sujeito definir o significado da palavra de uma forma generalizada.

Os resultados assim obtidos, sugerem a existência de uma trajetória que percorre três momentos básicos até a elaboração categorial efetiva, sendo que cada momento é subdividido em estágios intermediários.

60

O método de estimulação dupla aplicado por Vygotsky configura um procedimento mais amplo, aplicado no estudo da elaboração de conceitos artificiais, da memória, da atenção, etc.. Parece estar mais vinculada a fase em que o autor preocupava-se com as questões relativas ao modelo "estímulo-resposta". Posteriormente esse procedimento passou a ser utilizado nos estudos de mediação semiótica .

61

Ver Vygotsky, L. S. Pensamento e Linguagem. São Paulo : Martins Fontes, 1989; Luria, A.R. Curso de Psicologia Geral. Rio de Janeiro : Civilização Brasileira, 1979; e ainda Luria, A. R. Pensamento e Linguagem; As Últimas Conferências de Luria. Porto Alegre: Artes Médicas, 1987.

O primeiro momento, denominado fase sincrética tem lugar quando o sujeito agrupa os blocos de uma maneira desorganizada, sincrética ao tentar resolver o problema. Trata-se de um amontoado de objetos desiguais que mostra que o sujeito utiliza o signo de maneira não direcionada, confundindo os elos subjetivos e os elos reais existentes nos blocos.

A fase sincrética inclui três estágios. No primeiro, a ação do sujeito é orientada por tentativa e erro e ele seleciona os objetos aleatoriamente. No estágio seguinte toma como critério a posição espaço-temporal dos objetos em contiguidade em relação a outros objetos. Já no terceiro estágio os amontoados vão ser formados a partir da reunião dos dois critérios anteriormente utilizados.

O primeiro momento pode ser considerado a pré-história da constituição conceitual. O pensamento aqui, parece estar na fase pré-linguística, pois ainda não consegue se orientar através da linguagem. As estratégias de organização das tentativas de resolução do problema sugerem uma atividade não reflexiva, onde a ação precede o pensamento, como nos casos em que as crianças fazem um desenho para posteriormente decidirem o que foi efetivamente desenhado.

O segundo momento no processo de elaboração categorial configura um tipo de estratégia psicológica denominada "pensamento por complexo", onde o sujeito, ao procurar identificar o significado da palavra, reúne os blocos de acordo com traços distintos e mutáveis que, embora factuais e concretos,

ainda prescindem da abstração e da lógica categorial. Há cinco tipos de complexos descritos por Vygotsky - o complexo associativo, complexo por coleções, complexo em cadeia, complexo difuso e complexo ponte ou pseudoconceito.

O complexo do tipo associativo parece basear-se em relações de semelhança, contraste ou proximidade no espaço em que os objetos são organizados, e são selecionados como se fossem membros de uma mesma família.

O complexo por coleções sugere estratégias que agrupam os objetos baseando-se em características que os tornam diferentes ou complementares entre si, qual sucede às coleções rotineiras. O elemento organizador da atividade é a conexão via contraste e parece denotar a peculiaridade do pensamento orientado pelas relações concretas, reais - imediatas na medida em que está apoiado na experiência do sujeito.

No complexo em cadeia, o sujeito realiza uma reunião de objetos onde os atributos essenciais a serem apreendidos vão variando ao longo de todo o processo de escolha dos blocos, à semelhanças do que ocorre a uma corrente - cada elo isolado transmite um significado para o elo subsequente, sem uma articulação coerente, pelo fato de serem desiguais em relação aos traços essenciais do modelo tomado como referência.

O complexo difuso tem como característica marcante a maleabilidade das conexões que o sujeito realiza em sua escolhas em relação ao modelo. As generalizações ainda concreto-figurativas do sujeito, abrem possibilidade para conexões subjetivas das mais variadas, enquanto tenta fornecer

significado ao conceito. As conexões do complexo difuso baseiam-se em características imprecisas e instáveis mas bem factuais, como, por exemplo, a reunião de trapézios e triângulos pelo fato de trapézios serem "triângulos cortados", isto é, sem um dos vértices.

O pseudoconceito ancora-se em generalizações fenotipicamente semelhantes aos conceitos propriamente ditos, não obstante, permanece ainda um complexo. O sujeito cria grupos de objetos que parecem estar calcado em uma classificação categorial. Mas a ausência desse fundamento categorial legítimo é desvelada quando o sujeito amplia os princípios aplicados à generalização feita, estendendo-os a outros grupos. Nesse momento, o aspecto fenotípico revela e denuncia uma classificação incompatível com uma abordagem categorial, pois fica presa a um atributo apenas, sem atinar com o conjunto de atributos que fazem do objeto tomado, um membro representativo de uma determinada classe.

Nas várias etapas do pensamento por complexos, a criança parece comporta-se segundo um "continuum" que parte do estabelecimento de relações entre os objetos a serem categorizados, fundamentada em sua experiência perceptível, para gradativamente, galgar novas etapas. Aos poucos, vai diferenciando esses critérios de categorização, deixa o corpo e os objetos que a circundam como ancoradouro da referência aos objetos do mundo e passa a usar signos externos como estratégia de resolução da tarefa de formação do conceito. Dos amontoados sincréticos ao pseudo conceito, a despeito do movimento dinâmico

que impossibilita uma fixidez em um ou outro estágio, a criança recaptula as três primeiras etapas do processo de desenvolvimento da interiorização dos signos, faltando-lhe cumprir a última fase, que somente se constitui muito mais tarde.

O terceiro e último momento no processo de desenvolvimento dos conceitos é denominado "fase do conceito autêntico" ou "conceito propriamente dito". Trata-se do momento em que ocorre a unificação das características estabelecidas durante o período dos complexos; pressupõe o isolamento e a abstração dos elementos, em um movimento de análise e síntese das características gerais do objeto, classificando-o segundo aquelas que são essenciais. Essas operações de diferenciação e generalização, isolamento/abstração, análise/síntese se realizam em três estágios.

O primeiro estágio acontece quando o sujeito reúne objetos segundo um grau máximo de semelhança. Nesse instante, há a ruptura do caráter global da percepção do sujeito, o que lhe permite considerar os objetos segundo duas características concomitantemente. A abstração de um conjunto de traços passa a ocorrer mas sem relacioná-los claramente entre si. Embora essa operação mental não contemple ainda a classificação categorial, a superioridade das estratégias utilizadas em relação ao pensamento por complexos é nítida.

No estágio que se segue, o agrupamento de objetos com base na semelhança máxima possível é substituído pelo agrupamento dos objetos fundado em um único atributo, estágio esse denominado "conceitos potenciais".

Os conceitos potenciais advêm de processos de diferenciação/abstração que são comuns em várias fases do desenvolvimento da formação do conceito. Podem, portanto, ser formados tanto no âmbito do pensamento perceptual e prático, de características reais imediatas, calcado apenas em impressões semelhantes, quanto podem ser formados baseados em significados funcionais semelhantes, ainda de cunho concreto-figurado.

No pensamento por complexos, os conceitos potenciais também se encontram presentes, uma vez que os complexos pressupõem um determinado nível de abstração. O que vai diferir o aparecimento dos conceitos potenciais em um e em outro caso, é a característica do traço que é abstraído. Isto significa dizer que no pensamento por complexo quando se verifica um conceito potencial, o traço que foi abstraído é instável e cede facilmente lugar a outro atributo, numa sucessão de análises do objeto a ser conceitualizado. Cada atributo abstraído mantém-se relativamente isolado dos demais e um dado traço é substituído por um novo traço, sem que as relações entre eles sejam sintetizadas em uma generalização mais ampla.

Na elaboração do conceito propriamente dito, uma etapa geneticamente mais avançada entra em cena. Um traço que é abstraído não se deixa destruir entre outras características, pois a totalidade concreta que vigorava no pensamento por complexos, foi superada pela sua abstração. Nesse movimento, acontece a unificação dos atributos em um novo e diferente fundamento, que vai constituir uma síntese analítica de

todos os traços essenciais do objeto. A operação de abstração é, pois, de caráter estável, e configura uma superação da perspectiva concreta, imediata. Assim, o conceito somente é constituído na mente da criança quando os atributos abstraídos são reunidos em uma nova síntese mais potente e globalizante, uma síntese abstrata que vai se transformar em seu principal instrumento de pensamento doravante.

Com o advento da constituição do conceito de maneira plena, a criança demonstra que o desenvolvimento do processo de interiorização também se transformou, ou seja, há uma relação de reciprocidade entre o desenvolvimento do processo de interiorização das operações externas e a capacidade de formar os conceitos propriamente ditos. Para ser capaz de elaborar a análise e a síntese dos atributos dos objetos, em um ato de generalização mais abrangente, precisou operar com signos intensionalmente, e relações intrínsecas embora continue a existir uma interação constante entre as operações externas e internas, uma se transformando na outra.

Tendo sido delineada a questão da formação do conceito matemático em âmbito geral, cabe verificar a experimentalmente como se dá essa elaboração conceitual comparando-se a tarefa de formação do conceito descrita por Vygotsky e uma tarefa de formação de um conceito matemático no campo da geometria, no sentido de demonstrar os procedimentos a função da linguagem natural na constituição categorial na Matemática.

Capítulo V

Pesquisando a Elaboração Conceitual

Para investigar a função da linguagem natural na constituição do conceito matemático, descrevendo e analisando geneticamente as operações que resultam dessa atividade e estudar o comportamento em mudança, no plano das interações que ocorreram entre sujeitos/entrevistador, no ato da elaboração categorial, optou-se por estabelecer duas etapas na condução da pesquisa - a replicação do experimento da constituição de um conceito artificial desenvolvida pelos colaboradores de Vygotsky e o estudo da elaboração categorial na Matemática.

No âmbito da abordagem sócio-interacionista, o desenvolvimento psicológico do ser humano toma parte no desenvolvimento histórico geral da espécie humana. A aceitação dessa proposição significa orientar a pesquisa de cunho psicológico através de métodos que priorizem pelo menos dois princípios básicos.

O primeiro princípio propõe a análise de processos e não de objetos. Nesse sentido, pode-se "criar" artificialmente um processo de desenvolvimento psicológico onde a análise do processo passa a configurar a tarefa básica da pesquisa. Em decorrência desse pressuposto a pesquisa, se transforma numa reconstituição de cada estágio no desenvolvimento do processo psicológico estudado, a partir dos estágios menos avançados.

Mas essa análise não consiste na mera descrição dos processos fundamentados em relações fenotípicas, ao contrário, trata-se de uma análise genética e esse é o segundo princípio de ancoragem. Na análise genética o fenômeno é explicado baseado na sua origem e em suas transformações e não em sua aparência externa. Essa é na verdade, uma preocupação orientadora das investigações de Vygotsky que se interessa pelo genotípico, isto é, pelo estudo do processo subjacente ao fenômeno e das transformações qualitativas nele ocorridas. A análise genética objetiva abarcar não só a origem e transformações mas inclui uma explicação científica também das manifestações fenotípicas.

Assim, estudar um fenômeno historicamente significa estudá-lo através da dinâmica de seus movimentos de mudança e este é o requisito que alicerça esta investigação.

O estudo da elaboração categorial calcado nesses pressupostos metodológicos, não apenas abre uma via que permite estudar a constituição categorial a partir do estudo dos conceitos reais, isto é, dos conceitos científicos como também não oblitera que a investigação dos conceitos artificiais possa configurar um procedimento que revele a natureza genética e funcional do processo da constituição conceitual. Desta forma, o estudo dos conceitos artificiais ao empregar a tarefa de estimulação dupla faculta a investigação das várias fases evolutivas do processo de formação de conceitos na interação sujeito/entrevistador e coloca a descoberto a função do signo (da palavra) nesse movimento.

Nessa perspectiva, a primeira etapa desta investigação constou da replicação do experimento de Vygotsky quando este utiliza a tarefa de estimulação dupla no estudo dos conceitos artificiais. Para tal empreendimento, mostrou-se necessário compatibilizar as informações encontradas nas traduções das obras de Vygotsky e de seus comentadores, no sentido de recompor o material utilizado no experimento e situar, mesmo que de maneira provisória, as disposições metodológicas da tarefa de dupla estimulação e do processo de investigação como um todo.

Através da intersecção de alguns escritos de Luria (1979,1989), as adaptações da obra de Vygotsky elaboradas por Michael Cole, Vera John-Stuner, Sylvia Scribner e Ellen Souberman (1984); Robert Rieber, Aaron Carton, (1989) entre outros, tornou-se possível uma aproximação do experimento. A tarefa de estimulação dupla mostra-se como um procedimento experimental que permite focalizar o processo de mediação semiótica que tem lugar na elaboração categorial.

O material usado na tarefa de estimulação dupla compreende vinte e quatro blocos de madeira em cores, formas, tamanhos e espessuras diferentes.

Constando de cinco diferentes cores, azul, vermelho, amarelo, preto e verde, os blocos variam quanto ao formato, perfazendo seis formas geométricas distintas que lembram trapezóides, cilindros, semi-cilindros, paralelepípedos regulares e pirâmides. Cada bloco representando a aproximação de uma forma geométrica foi construído em dois tamanhos, pequeno ou

grande, duas espessuras, fino ou grosso. Na base de cada bloco, afixou-se uma pequena etiqueta constando de palavras artificiais "lag", "bik", "mur" e "cev". A palavra "lag" foi colocada em todos os blocos grandes e grossos, independentemente de sua cor ou forma; a palavra "bik" em todos os blocos grandes e finos; "mur" aos grossos e pequenos e "cev" em todos os blocos pequenos e finos. Esta denominação, conquanto tenha sido adotada para efeito do atual estudo, não apresenta consenso na literatura examinada. Acreditando que a alteração das palavras artificiais não interfere com a atividade de mediação semiótica, que é o objetivo central da tarefa, preferiu-se manter os termos encontrados na tradução do livro Pensamento e Linguagem de Vygotsky (1989).

A tarefa é apresentada aos sujeitos logo no início do experimento, com o objetivo de realizar o confronto entre o sujeito e a prova, excluindo do procedimento um período de aprendizagem inicial ou prática (conforme a prova original de Ach, tomada por Vygotsky). Os elementos que permitem a resolução do problema são introduzidos gradualmente durante a prova. No início do experimento, os blocos são apresentados bem misturados quanto a seus atributos gerais e postos sobre uma mesa. O sujeito é informado que cada peça possui em sua base um nome (a palavra artificial). Apanha-se então, um dos blocos (o modelo), dizendo que é um "bik", em seguida mostra-se sua etiqueta, omitindo no entanto que se está tratando de todos os blocos grandes e finos. Solicita-se ao sujeito que reúna todos os "bik" e logo após, todos os "lag", os "mur" e os "cev".

O procedimento de condução da tarefa foi subdividido em fases, de modo a favorecer a apreensão das estratégias intelectuais utilizadas em cada momento e, ao mesmo tempo, introduzir as pistas para a resolução do problema proposto, auferindo a atividade intelectual subjacente à cada tentativa de solução. Por essa via, torna-se possível detectar funções emergentes através da participação do outro no processo de elaboração conceitual, na medida em que as ações partilhadas podem interferir com a capacidade de solução dos problemas.

Na primeira fase, logo após a proposição da tarefa, incentivou-se os sujeitos a resolvê-las com seus próprios meios, apenas introduzindo como pista a identidade dos blocos selecionados que não pertenciam à classe do modelo. Era uma espécie de apoio para que fossem formulando novas hipóteses que os deixassem mais perto de uma solução correta.

Na segunda fase, quando as estratégias usadas não resultaram na formação de um novo conceito que solucionasse a tarefa, foram introduzidas questões guias de modo a favorecer a diferenciação dos atributos dos bloquinhos e possivelmente a generalização desses. Buscou-se colocar as questões estrategicamente, ao longo da entrevista de modo a favorecer a emergência de formas de resolução que sugerissem funções em desenvolvimento nos sujeitos no processo interativo, já que o ato de conhecer não se assenta apenas nos recursos individuais do sujeito. Assim, seria possível auferir as capacidades manifestadas com o auxílio e intervenção do outro (neste caso, do entrevistador) e as capacidades já consolidadas.

Na terceira fase, se o sujeito não se mostrar capaz de abstrair os atributos essenciais do conceito a ser formado, o entrevistador revela as características básicas de um dos modelos e propõe que um outro bloco, com características distintas seja categorizado.

Na quarta fase, mesmo que o problema seja dado por resolvido, sem a necessidade de percorrer todas as etapas anteriores, incentiva-se o sujeito a elaborar uma definição oral do conceito formado.

Com a replicação da tarefa de estimulação dupla no primeiro momento desta investigação pretendeu-se auferir as estratégias da atividade psíquica e descrever os enlaces semânticos contidos na palavra ao longo do desenvolvimento da constituição categorial de um conceito artificial para contrastá-los com os procedimentos, estratégias e atribuição de significado à palavra durante o desenvolvimento da elaboração de um conceito matemático.

Para auferir o desenvolvimento da formação de um conceito matemático, preparou-se uma atividade com base na geometria, onde estivessem ressaltados também os processos de estimulação dupla.

O uso de figuras geométricas vem se revelando rotineiro nas investigações psicológicas, sobretudo no estudo da percepção. Luria (1990)⁶³ faz uma análise das leis da percepção mostrando como esse processo é dependente da natureza

63

LURIA, A.R. Op.Cit.

da experiência prática dos sujeitos. Outras investigações sugerem igualmente essa estreiteza de laços entre percepção e cultura, como o caso de experimentos envolvendo a rotação de um círculo em seu eixo, mostraram maior constância da forma nos povos togos da África do que entre europeus (Beveridge, 1939, apud Luria, 1990).

As mudanças sociais acarretam mudanças profundas e fundamentais nos processos mentais. Assim, as raízes de todos os processos cognitivos básicos e com eles a formação dos conceitos matemáticos, estão assentadas na sua dimensão sócio-histórica. A estrutura do pensamento depende da estrutura dos tipos de atividades dominantes em diferentes culturas. O pensamento prático, portanto, predomina em sociedades que se caracterizam por manipulações práticas de objetos, e a atividade mais abstrata ou teórica das sociedades tecnológicas produzirá um pensamento mais abstrato (Luria, 1977 apud Tfouni, 1988.).

A percepção juntamente com os processos visuais têm uma função muito complexa nos processos de elaboração conceitual na Geometria. Parece haver evidências de que esta complexidade continua interferindo com a construção de altos níveis de pensamento geométrico. Hoz (1989) tem mostrado que a rigidez na percepção visual afeta a resolução de problemas geométricos e a capacidade do sujeito demonstrar teoremas e neste caso as características perceptuais dos problemas agem como

64

HOZ, R. The Effects of Rigidity on the Solution of Geometrical Problems to Solve. In : D.Tall (Ed.), Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology on Mathematical Education. (pp. 112-117). Warwick : Warwick University, Mathematics Education Research Center, 1989.

elementos perturbadores do processo. Há indícios (Hershkowitz, 1990, Yerushalmy & Chazan, no prelo)de que a interação dinâmica com modelos geométricos contribuem para a flexibilidade visual e perceptiva, em tarefas de formação do conceito geométrico.

Por outro lado, parece haver concordância em que algumas capacidades envolvidas na formação de conceitos geométricos, tais como a habilidade visual, possuem uma natureza altamente individual e pessoal (Bishop, 1978; 1989; Van Hiele & Van Hiele-Geldof, 1958; Van -Hiele , 1989). As discrepâncias individuais a respeito das tarefas geométricas encontradas em muitos projetos de pesquisa parecem decorrer do fato de que esse estudo tem sido considerado normalmente, um sub-produto dos objetivos principais das pesquisas sobre a formação de conceitos geométricos (Bishop, 1989; Hershkowitz, 1990.) e enfatizam, sobretudo, a interferência das perturbações visuais na elaboração desses conceitos .

Outra característica essencial envolvida nos vários níveis de capacidade geométrica, em torno da qual há concordância é a participação da linguagem no processo de formação conceitual na geometria, aspecto, no entanto, que ainda demanda maior esforço de pesquisa(Bishop, 1978; Van Hiele e Van Hiele Geldof, 1958, Hershkowitz & Vinner, 1987).

Em função da influência das condições sociais sobre os fatos perceptivos na sociedade ocidental, sujeitos com algum grau de escolarização tendem a designar uma figura geométrica tomando como referência algumas classes principais (círculos, quadrados, triângulos etc.). Existe uma

tendência para ignorar certos aspectos individuais das formas geométricas e denominá-las a partir das citadas classes. Os nomes categoriais nessa perspectiva, constituem os mediadores da percepção das figuras geométricas. Qualquer figura nova que se apresenta a um indivíduo com educação formal, será incluída entre as figuras geométricas já conceituadas.

Focando o processo de desenvolvimento da elaboração conceitual dessas figuras geométricas, pode-se propor uma tarefa onde os nomes categoriais já assumidos sejam substituídos por palavras artificiais, tomando-se como critério distintivo as características mais gerais dentro de um grupo de figuras, isto é, passa-se a exigir um nível de abstração mais refinado dos traços gerais das figuras geométricas, visto que cada ela estariam incluídas em uma classe imediatamente superior. Assim, ao se propor a definição de quadriláteros, enquanto uma figura fechada de quatro lados, sob a designação de uma palavra artificial, estaria sendo rompida a possibilidade de classificação com base em um nome categorial que poderia, estar escamoteando a formação de um conceito, através do uso de uma mesma referência para vários possíveis significados. Assim, para categorizar as figuras apresentadas o sujeito deveria incluir entre os quadriláteros todos os trapézios, todos os losângulos, os paralelogramos, além dos quadrados, retângulos e demais quadriláteros. Essa iniciativa dribla a utilização de nomes categoriais como recurso para definir uma dada figura geométrica, e impõe uma reflexão maior sobre os atributos categoriais das figuras.

Neste sentido, procurou-se elaborar uma tarefa onde a formação do conceito matemático de cunho geométrico pudesse ser estudado. Essa tarefa era composta de figuras geométricas de aspecto bidimensional, confeccionada em cinco cores : preto, azul, verde, vermelho e amarelo. As figuras representavam seis tipos distintos de triângulos, de quadriláteros, pentágonos e hexágonos, todos construídos em dois tamanhos, pequeno e grande, de modo que, apesar de pertencerem a uma classe geral, nenhuma das figuras de um dado tamanho era fenotipicamente igual à outra.

Sob cada uma das figuras foi afixada uma palavra artificial. Todos os quadriláteros receberam a palavra "pet", os pentágonos "vop", os triângulos "tav" e os hexágonos "dir".

O problema de maneira análoga à tarefa de formação de conceitos artificiais, era apresentado no início da atividade e consistia em selecionar todas as figuras do tipo de um modelo dado. As fases de introdução dos recursos para a mediação da elaboração categorial foram recapituladas no momento inicial da investigação. Assim, a prova era dada como concluída após a constituição do conceito ou a demonstração tácita de sua impossibilidade naquela oportunidade.

A tarefa descrita de elaboração conceitual de figuras geométricas básicas difere da anterior em função da especificidade do conceito a ser formado. O conceito de pentágono por exemplo, implica na discriminação do número de lados que a figura apresenta, desembaraçando-se das tentativas de alocá-lo em categorias outras como a de um triângulo, caso seu aspecto

fenotípico mostre uma base maior e dois lados tão pequenos que forneçam a impressão de uma forma triangular. Isso deve, após ser ponderado, resultar uma síntese mais abstrata que englobe os vários tipos de pentágonos regulares e irregulares, na apreensão dos atributos essenciais que fazem de um pentágono o que realmente ele é, desconsiderando ainda, todos os traços irrelevantes, como a regularidade dos lados, a cor, o tamanho ou a experiência anterior com as figuras.

Um processo análogo se dá com a apreensão dos traços essenciais do triângulo. É sabido que às crianças pequenas frequentadoras da pré-escola, são fornecidas experiências com figuras geométricas e muito cedo parecem capazes de conceitualizar quadrados, triângulos e círculos. As situações iniciais de aprendizagem do conceito de triângulo implicam em primeiras aproximações dos atributos categoriais desta entidade matemática. Assim, à palavra "triângulo" a criança atribui um significado, quando ao signo linguístico é associado um objeto de forma triangular, como um bloco de madeira, por exemplo. Essa elaboração de um ato referencial para uma entidade matemática, não constitui ainda a elaboração categorial propriamente dita. Trata-se apenas da instauração do processo de desenvolvimento da constituição conceitual. A criança é capaz de discriminar triângulos mas não abstrai os atributos criteriais dessa figura geométrica.

A elaboração conceitual dos quadriláteros apresenta possibilidades semelhantes, porém em um nível de aprofundamento superior no que respeita à abstração das

características essenciais que ostentam e à atribuição de significação ao termo "quadrilátero". A subdivisão dessa classe de figuras em "rombóides", "trapézios", losângulos e outros, eleva o grau e dificuldade das operações de diferenciação/generalização pois configuram uma subclasse de uma classe maior. Sujeitos em fase inicial do desenvolvimento não consideram os trapézios e os losângulos tão "quadriláteros" quanto um quadrado e um retângulo. Não se trata simplesmente de uma dificuldade perceptual gerada pela imaturidade dos processos neuropsicológicos da criança mas uma incompletude do desenvolvimento das operações com signos, facilmente verificada através do grau de abrangência da generalidade que o sujeito estabelece nas relações categoriais que entabula.

Os processos mentais engendrados na resolução desse problema matemático, que deverá ser resolvido a partir do refinamento do conceito em um grau de maior generalidade, potencializa a dificuldade encontrada na formação de um conceito matemático. A relação entre tamanho, forma e cor deve ser suplantada, para dar lugar a verificação de atributos como número de lados, número de ângulos, congruência entre ângulos, desconsideração de traços irrelevantes, com a concomitante seleção dos traços comuns e tudo isso ocorre através da mediação da linguagem natural. Ou o sujeito apreende uma rede de significados que são negociados na malha do processo de elaboração categorial durante a tarefa ou se fica incapacitado de lidar com ela. Nenhuma linguagem artificial que se pretendesse criar como veículo de apreensão do conceito em jogo, não se

constituiria a menos que houvesse coincidência do repertório lexical dos envolvidos. Se a atribuição de significados às entidades matemáticas passa pela mediação da linguagem natural, essa, por sua vez, embrenha-se no desenvolvimento das operações com signos, então o processo desenvolvimento da elaboração categorial na matemática segue o mesmo caminho.

Para verificar a validade dessa suposição, aplicou-se as duas tarefas em dez sujeitos cuja idade oscilava de cinco a dezessete anos. Os sujeitos foram escolhidos de modo a representarem, presumivelmente os níveis inicial, intermediário e avançado de desenvolvimento e cuidando para que todos tivessem algum nível de vivência escolar, já que as diferenças existentes entre sujeitos escolarizados e não escolarizados, conquanto interessante, não configuravam objetivo deste estudo. Todos eram provenientes de camadas consideradas economicamente médias e residentes na Cidade Satélite de Taguatinga, Distrito Federal, onde foi realizada a pesquisa. O nível de escolaridade e a idade dos sujeitos participantes da investigação pode ser visto no quadro que se segue :

Quadro 1

Nível de Escolaridade, Idade e Sexo
dos Sujeitos da Pesquisa

No. Ordem	Idade	Sexo	Escolaridade
1	6	M	Jardim III
2	6	M	Jardim III
3	8	M	3a. Série/I Grau
4	9	F	2a. Série/I Grau
5	11	M	5a. Série/I Grau
6	11	F	6a. Série/I Grau
7	13	F	7a. Série/I Grau
8	13	F	7a. Série/I Grau
9	17	M	3a. Série/II Grau
10	17	M	3a. Série/II Grau

O ambiente em que se deu a interação com os sujeitos e a aplicação das provas de formação de conceito foi numa sala ampla, com uma mesa e seis cadeiras, privada de ruídos perturbadores que pudessem influir na atenção dos sujeitos.

No primeiro contato com os sujeitos, quando do assentimento de participação na investigação, foi proposto a eles que jogassem dois jogos com o entrevistador e foi esclarecido, em linhas gerais e de acordo com a possibilidade de compreensão de cada um, que o pesquisador estava interessado em conhecer as estratégias que eles usavam para tentar ganhar os jogos. Como todos os sujeitos já haviam interagido com o entrevistador em situações informais e familiares, não pareceu

ter havido qualquer forma de resistência que pudesse comprometer negativamente o desempenho dos sujeitos na atividade. Mesmo assim, no sentido de assegurar condições adequadas à investigação, procurou-se estabelecer um rapport antes do início da atividade, conversando informalmente com cada sujeito durante dez minutos sobre suas experiências com jogos diversos.

As tarefas de elaboração conceitual foram aplicadas individualmente, segundo as etapas já relatadas. A primeira tarefa apresentada aos sujeitos foi a de formação do conceito artificial, replicando aquela desenvolvida por Vygotsky, e após um intervalo de vinte minutos, no qual os sujeitos permaneciam em um jardim, sem qualquer atividade sistemática para se envolver, seguia-se a realização da tarefa de constituição do conceito matemático.

As interações que tiveram lugar no desenvolvimento das duas provas foram registradas em audiogravação, usando-se um pequeno gravador colocado de maneira discreta sob a mesa, na qual eram realizadas as tarefas, com o assentimento dos entrevistados. Os registros foram completados escrevendo-se as opções que gradativamente os sujeitos apresentavam. Esses protocolos sofreram, posteriormente um processo de sincopagem a fim de facilitar os procedimentos de análise dos aspectos considerados relevantes para a investigação. Isto significa dizer que buscou-se apreender com essas estratégias as relações semânticas e o papel do signo como mediador do processo de aquisição dos conceitos pesquisados. Ainda consciente da simplificação resultante dessas medidas,

entendeu-se que elas poderiam colocar a descoberto as tentativas que o sujeito envidava, no sentido de estabelecer atos de referência para apreender o significado do objeto, no âmbito da Matemática, e o papel da linguagem natural nesse processo.

Os procedimentos metodológicos foram planejados, pois, em consonância com a elaboração teórica. Consequentemente, a perspectiva de análise das produções dos sujeitos seguiu a mesma orientação e procurou colocar a descoberto o nível de desenvolvimento dos sujeitos em relação às operações que são capazes de realizar a partir da mediação signica, as características do funcionamento intersubjetivo durante as interações, a relação entre os procedimentos e estratégias mentais utilizadas na constituição do conceito artificial, do matemático e o papel da palavra no desenvolvimento categorial.

Capítulo VI

Analisando e Discutindo Resultados

A preocupação que norteou a análise da produção auferida foi a de não se manter centrada nas "respostas" emitidas, consideradas em si mesmas, mas na ausculta e inferência da atividade organizadora dos sujeitos, ou seja, no processo através do qual cada sujeito chegou a elas, a partir dos elementos nelas destacados e articulados.

Essa orientação constitui uma decorrência natural da consideração da atividade mental não enquanto uma instância visível, nem tampouco como algo que possa ser percebido diretamente mas como compreensível, quando recolocada no contexto de outros signos passíveis de compreensão. Assim, um signo pode ser esclarecido por outro signo e isto estabelece um movimento de possíveis leituras das estratégias de elaboração categorial em circulação nas atividades propostas.

Cada enunciado, tanto quanto cada comportamento evidenciado, foi tomado como um todo, no sentido de buscar apreender a lógica de sua elaboração e dos elementos em jogo, levando em conta o curso histórico de sua produção - a situação experimental artificial.

De maneira análoga, as elaborações dos sujeitos também foram tidas na condição de elaborações possíveis em uma situação experimental e em outras condições poderiam ser articuladas/constituídas de outro modo.

Durante as atividades quase todos os sujeitos ouviram com atenção as instruções dadas, iniciaram e concluíram as duas etapas propostas enquanto "jogos" com entusiasmo próprio das situações lúdicas.⁶⁵

Na tarefa de elaboração de conceito artificial todos os sujeitos partiram inicialmente de procedimentos evolutivamente menos elaborados, para gradativamente lograrem níveis de desenvolvimento mais avançados. As palavras artificiais foram adquirindo significados diferentes nos estágios sucessivos de desenvolvimento que puderam ser evidenciados. Isso tornou possível, ao longo da atividade categorial, determinar como a palavra alcançava novas significações e identificar as operações signicas subjacentes a cada processo. Concomitantemente, os procedimentos que utilizaram nas classificações dos objetos categoriais, sugeriam variações da estrutura lógica, de acordo com a fase de desenvolvimento que vivenciavam, e com os processos psicológicos engendrados.

Os sujeitos que lograram um nível de desenvolvimento mais avançado pareciam exibir idade cronológica e nível de escolarização igualmente mais altos. Entretanto o fator ~~idade~~ não se mostrou condição suficiente para assegurar procedimentos mais sofisticados de abstração e generalização que garantissem a elaboração categorial.

65

Apenas um dos sujeitos de 13 anos de idade demonstrou pouco entusiasmo pela atividade e não chegou a completar as duas etapas propostas na pesquisa. Apesar disso, sua produção foi analisada, até onde as lacunas provenientes da situação peculiar permitiram.

Comparando-se os pares de idades aproximadas, nível de escolarização e procedimentos psicológicos de resolução da tarefa conceitual, parece que sujeitos de mesma idade e escolaridade podem exibir estágios diferenciados de desenvolvimento. É o que mostra o quadro que se segue :

Quadro II

Conceito Artificial x Idade x Escolaridade		
Idade (anos)	Escolaridade (série/grau)	Estágio Desenvolvimento Conceitual
6	Jardim III	Conceito Poten.
6	Jardim III	Complexo Assoc.
8	3a./ 1o.	Complexo Cadeia
9	2a./ 1o.	Complexo Difuso
11	5a./ 1o.	Complexo Difuso
11	6a./ 1o.	Complexo Difuso
13	7a./ 1o.	Conceito P.Dito
13	7a./1o.	1o.Est.Conceito
17	3o./2o.	Conceito P.Dito
17	3o./2o.	Conceito P.Dito

(No quadro II considerou-se como estágio de desenvolvimento conceitual característico de cada sujeito, os procedimentos psicológicos preponderantes no desenvolvimento real, revelado na análise do material produzido pelos sujeitos, anterior à instauração de um processo de cooperação, em que se buscou evidenciar manifestações de funções emergentes que

configuram a zona de desenvolvimento proximal daqueles.)

O que pareceu ser dispersão da função idade/escolaridade em relação ao desenvolvimento, na verdade mostra que tanto uma quanto a outra atuam na condição de coadjuvantes do processo de aquisição de conceituação. Aos níveis mais elevados de atividade categorial corresponderam níveis mais avançados de escolarização e idade (salvo no caso de um dos sujeitos de seis anos) pelo fato da maturação das funções biológicas básicas estar vinculada a idade cronológica dos indivíduos. Por outro lado, as oportunidades de interação social e de elaboração de conceitos científicos que geram maior nível de abrangência das generalizações estão associadas às oportunidades de escolarização dos indivíduos. Tudo isso gera desenvolvimento.

As diferenças encontradas entre sujeitos de mesma idade, parecem provir da diversidade dos micro-contextos sociais nos quais os sujeitos vivem e interagem.

Sendo a escola um espaço reconhecidamente importante na determinação do desenvolvimento do ser humano, os dados fornecidos neste trabalho, conquanto apontem para a relação desenvolvimento/escolarização/idade cronológica, necessitam maior ampliação, pesquisando também sujeitos escolarizados e não escolarizados e de várias idades cronológicas.

Ao analisar as mudanças de significado das palavras artificiais, encetadas ao longo da tarefa, foi possível acompanhar além da variação da estrutura semântica, as operações sígnicas que lhes eram subjacentes. Na medida em que os

sujeitos iam jogando com hipóteses acerca do significado das palavras, as relações entre os atributos dos objetos categoriais ou tornavam-se mais claras para os sujeitos de desenvolvimento mais avançado ou sustentavam e clarificavam os limites do pensamento dos sujeitos em fase de desenvolvimento inicial ou intermediário. Os primeiros passavam então, de um atributo a outro, estabelecendo relações cada vez mais complexas e abstratas, até inferirem os traços categoriais dos objetos e assumiam a palavra artificial em seu papel de organizadora dos processos cognitivos entabulados na situação conceitual. Os segundos prosseguiram tentando organizar o pensamento em torno dos núcleos de generalização mais factuais e concretos e não percebiam na palavra outra função senão a de nomear, referenciar o objeto categorial. O uso da palavra, conseqüentemente facilitava para os sujeitos de desenvolvimento mais avançado, o trânsito da reflexão calcada na experiência sensível ou na abstração de características isoladas para o pensamento categorial. Os demais sujeitos elaboravam abstrações e generalizações fundamentados nos aspectos fenotípicos dos objetos.

As estratégias de elaboração utilizadas pelos sujeitos, sobretudo os de idade e grau de escolarização mais avançados, embora também se relacione com o tipo de situação produzida pela relação de interlocução à semelhança do ocorrido com os demais sujeitos, possibilitou a emergência de características próprias do nível de seu desenvolvimento, em um movimento que ia do pensamento por complexo ao pensamento conceitual.

Os processos psicológicos auferidos constituem as maneiras pelas quais os sujeitos se orientaram em relação à palavra e portanto, o modo pelo qual a utilizaram para codificar, mediar e resolver a situação.

A função representativa tendia a esclarecer a comunicativa. É na função representativa que os referenciais significativos denunciam possíveis variações de significados em relação ao referente signico, que tem lugar no movimento/desenvolvimento categorial e da linguagem, desvelando objetivamente os enlaces contidos na comunicação.

Desta forma, os sujeitos nos quais o desenvolvimento das operações com signo encontrava-se na fase de inteligência prática, atribuíam uma multiplicidade de sentidos aos objetos categoriais. Pela multiplicidade de encadeamentos dos atributos criteriais do conceito de cada bloquinho com os possíveis traços não essenciais, o critério de análise foi sendo tomado de maneira fluida e deslocado a cada novo elemento, a cada nova relação estabelecida pelo sujeito. Só lhes era possível, naquele momento, lidar com referências objetivas dos objetos nas tentativas de categorização e, essas referências podiam ser transmutadas segundo a relação estabelecida, gerando ora complexos associativos, em cadeia, difusos, ora pseudoconceitos. Outros sujeitos (Fernando e Luciana) utilizavam recursos auxiliares na resolução da situação conceitual e evidenciavam em algumas circunstâncias o uso de relações reais-imediatas e em outras, tentativas de organização dos objetos em categorias mais gerais, mais abstratas. No

entanto, eles acabavam sucumbindo ao enlaces perceptuais imediatos e concretos dos objetos. Essa vacilação do pensamento no movimento de abstração/generalização parece caracterizar o estágio de transição de um momento menos evoluído de deenvolvimento para outro mais avançado.

O uso de estratégias envolvendo operações auxiliares que eram interiorizadas posteriormente, ocorridas nas formas de comportamento categoriais propriamente ditas, aconteciam quando a significação da palavra passava a ocorrer para além da nomeação, ou seja, os sujeitos eram capazes de estabelecer um conjunto de relações abstratas, organizando os objetos categoriais em generalizações mais gerais, ressaltando os atributos essenciais e considerando irrelevantes para a tarefa, os demais traços dos objetos.

É interessante ilustrar os procedimentos utilizados pelos sujeitos através de alguns recortes mais elucidativos dos protocolos experimentais.

Sujeito : Vanessa, 9 anos, cursando a 2ª série do 1º grau.

Tarefa de elaboração de conceito artificial.

E: - Olhe, Vanessa, este é um "cev" (cilindro azul, pequeno e fino). ~~Todos~~ estes outros (demais blocos espalhados sobre a mesa) têm uma etiquetazinha colada com o nome de cada um. Escolha para mim, sem virar o bloquinho para ler o nome, todos os "cev".
Você compreendeu ?

V: - Acho que sim.

E: - Então, diga-me o que você irá fazer ?

V: - Vou escolher esse aqui (indica o modelo com o dedo).

E: - Isto mesmo, você vai escolher dentre os bloquinhos que estão sobre a mesa, todos aqueles que são "cev". Podemos começar ?

V: -Podemos.

(Ela inicia o trabalho selecionando todos os cilindros e colocando-os próximo ao "cev".)

E: - Por que estes são "cev", Vanessa ?

V: - Por que é assim (mostra a forma do arredondamento do cilindro, acompanhando com o dedo).

(Ao escolher os cilindros, Vanessa o faz devido às relações que existem entre os objetos que lhe foram apresentados. Embora constitua um tipo de generalização, as ligações que estabelece entre eles é concreta e factual. Os cilindros para ela parecem fazer parte de uma mesma família e as características básicas que determinam essa classificação é a forma do objeto que ela não anuncia completamente de forma verbal, mas indica através do gesto. Com isso, sugere que "cev" significa para ela um nome próprio de um objeto isolado, uma espécie de nome de família sob o qual agrupa um conjunto de objetos. Orienta-se assim, de acordo com o pensamento por complexo do tipo associativo).

E: - Vamos ver se eles são "cev" (virando os blocos selecionados pelo sujeito, o experimentador vai procedendo a identificação de cada um deles).

- Este é "mur".

- Este é "bik".

- Este é "lag".

- Escolha para mim os "cev".

V: (Escolhe um semi-cilindro pequeno e fino, um semi-cilindro

pequeno e grosso, e outro grande e fino).

E: - Por que estes são "cev" Vanessa ?

V: -Porque este daqui (aponta para o semi cilindro pequeno e grosso) parece com o círculo (referindo-se ao cilindro pequeno e fino tomado como modelo).

E: - Explica para mim, como é que eles se parecem ?

V: - Parece com o círculo. Só falta um pedaço (indica, então que o semi-cilindro compreende a metade do cilindro).

(A identificação dos blocos escolhidos parece ter levado a outro tipo de raciocínio, qualitativamente diferente mas ainda vinculado ao pensamento por complexos. Ao seleccionar os semi-cilindros podia-se pensar que esse procedimento constituia um seguimento natural da atribuição de nomes aos objetos da mesma família. No entanto, a explicação de Vanessa revela que a estratégia psicológica subjacente à escolha prende-se a um tipo de conexão difusa, pela fluidez dos atributos que unem os elementos do conjunto formado. Essas conexões baseiam-se em atributos vagos e instáveis. O significado da palavra oscila em duas direcções, no rumo das áreas não-práticas, não-perceptuais do seu pensamento e opostamente, no sentido das factuais, concreto e prático. Como ainda não é capaz de lidar de maneira competente com o pensamento mais abstrato, realiza transições interessantes e generalizações até mesmo inesperadas para compensar os limites de sua reduzida experiência. Assim, elabora complexos difusos ilimitados e em relação ao desenvolvimento do significado da palavra, posiciona-se entre a fase primitiva dos enlaces reais-imediatos e das relações lógico-verbais. Nas escolhas subsequentes

mesmo estando de posse de todos os "cev", permanece explicando a generalização feita através de complexos difusos.)

E: - (após todos os "cev" terem sido identificados)

- Você pode me dizer então, o que são os "cev" ?

V: - É este (cilindro pequeno e fino) que parece com este (semi-cilindro pequeno e fino; este (trapezóide pequeno e fino) que parece com este (hexágono pequeno e fino) e este (triângulo pequeno e fino).

E: - Como eles se parecem (Tomando o hexágono e o triângulo).

V: - Olha, este aqui (triângulo) pode ser colocado assim (insere o triângulo no hexágono).

Sujeito : Renato, 6 anos, cursando a pré-escola, jardim III.

Tarefa de elaboração de conceito artificial

E: - ... O que você vai fazer então ?

R: - Vou pegar o "lag" (modelo foi um semi-cilindro grosso, grande e vermelho).

R: - (Separa todos os vermelhos)

E: - Veja, Renato, este aqui (semi-cilindro pequeno e grosso é "mur", este (quadrado fino e grande) é um "bik" e este, (triângulo grosso e pequeno também é "mur".-Pegue todos os "lag".

R: - (Pega novamente o semi-cilindro pequeno grosso e vermelho. Em seguida devolve).

- Este não é.

- (Torna a pegar outros dois dos blocos vermelhos já selecionados).

- Todos esses são "lag".

E: -Por que são "lag", Renato ?

R: -Porque são vermelhos, já disse !

E: -Olhe, Renato, eles são "mur" e "bik". Pegue os "lag".

R: -Não tem mais. Só estes (torna a reunir todos os blocos vermelhos)

(Ao selecionar todos os blocos vermelhos, Renato utiliza como critério o atributo "vermelho" do modelo considerado, assim como poderia ter lançado mão de sua forma ou outro traço concreto ressaltado. A ligação entre o modelo e o objeto selecionado se estabelece com base na relação familiar "vermelho". A identificação dos blocos pareceu não afetar o tipo de estratégia que vinha desenvolvendo, apesar de reconhecer que o semi-cilindro vermelho não era "lag", possivelmente recordando-se da identificação feita pelo entrevistador, logo em seguida retomou dois blocos igualmente vermelhos, afirmando serem "lag". A palavra neste caso, significa um nome de família que abriga objetos isolados tal qual ocorre em sua experiência individual. Essa relações concretas são características do pensamento por complexo do tipo associativo. A manutenção do critério de classificação empregado pela criança sugere a inconsciência dos procedimentos psicológicos que norteiam sua ação e também a relativa cristalização da etapa de desenvolvimento que vivencia no momento, reiterada ao longo de toda a atividade de constituição do conceito.)

Sujeito: Viviane, 13 anos, cursando a 7a. série do 1o. grau.

Tarefa de elaboração do conceito artificial.

E: - Gostaria que pegasse todos os "mur" (semi-cilindro, vermelho, pequeno e grosso) e os reunisse aqui, ao lado. Você

entendeu ?

Vv: - Entendi. (Seleciona todos os semi-cilindros).

E: - Por que eles são "mur" ?

Vv: - São "mur" porque têm um lado igual (aponta para a base do semi-cilindro) e um diferente (aponta para o arco do bloco).

E: - Olhe, Viviane, . Este é um "cev" (semi-cilindro pequeno e fino), este é um "lag" (grande e grosso) e este é "bik" (grande e fino). Pegue os "mur".

Vv: - (Escolhe um cilindro azul, grosso e pequeno e um triângulo pequeno, fino e preto.)

E: - Por que são "mur" ?

Vv: - Porque são pequenos.

(As estratégias usadas pela adolescente na classificação dos blocos parecem ser exatamente a mesma elaborada pelos sujeitos dos protocolos anteriores, isto é, parecem basear-se em complexo do tipo associativo, já que o critério adotado foi a forma e a explicação fornecida por ela releva os aspectos de semelhança e diferença entre o modelo e os blocos selecionados. Não obstante, o andamento da atividade mostrou que a identificação das peças erradamente escolhidas desencadeou a busca de uma outra classificação possível, e portanto não é totalmente incompatível com uma estratégia categorial. Embora os resultados pareçam os mesmos, o processo pelo qual foram obtidos revelou-se diverso. E isso pode ser melhor constatado na segunda escolha realizada, onde o atributo "pequeno" foi abstraído, demonstrando que a totalidade concreta dos traços estava sendo destruída através de uma abstração mais estável. Esta última opção portanto, já assume

a conotação de um conceito potencial, o segundo estágio da fase final de elaboração de conceitos.)

E: - Veja, este é "mur" (cilindro grosso e pequeno) e este é um "cev" (triângulo pequeno e fino). Reúna os "mur".

Vv: - (Escolhe um quadrado verde, pequeno e grosso, um hexágono amarelo pequeno e grosso, um cilindro pequeno, azul e grosso, um quadrado pequeno, verde e fino.)

E: - O que estes blocos possuem que fazem deles um "mur" ?

Vv: - Ainda não sei.

E: - Olhe, este é um "cev" (quadrado pequeno e fino), este também é um "cev" (cilindro pequeno e fino), agora este é um "mur" (hexágono pequeno e grosso) e este também (quadrado pequeno e grosso). Pegue todos os "mur".

Vv: - Já peguei todos.

E: - Então, Viviane, o que é um "mur" ?

Vv: - É um bloco pequeno e grosso.

Na verdade, a expressão "ainda não sei", oculta duas hipóteses engendradas a partir da identificação dos blocos. Segura de que um dos traços essenciais de "mur" era ser "pequeno" começa a negociar o sentido pleno, categorial, jogando com os atributos "grosso" e "fino". A palavra veio sendo deliberadamente empregada para dirigir e organizar o pensamento categorial, ora para centrar ativamente a atenção em determinados etapas da tarefa, ora para abstrair traços específicos e a seguir sintetizá-los e simbolizá-los por meio dela. As operações realizadas ao longo da atividade foram gradativamente se refinando, transformando-se e a partir da produção de relações

mais abstratas, pareceram compor estratégias mais avançadas no pensamento do sujeito. As etapas que se sucederam, demonstraram que os processos de abstração/generalização foram se tornando mais sofisticados, garantindo análises mais acuradas dos objetos conceituais e garantindo sua utilização ao longo da atividade conceitual. Desta forma, o sujeito completou a atividade sem necessitar de novas hipóteses norteadoras de sua ação. Ao ser questionado sobre a existência de outros blocos "mur", a afirmação segura permitiu ver que naquele ponto, todos os traços já abstraídos, formaram uma nova totalidade, uma síntese abstrata que, tendo apreendido as duas dimensões essenciais do conceito, tornou-se o principal instrumento do pensamento na condução do restante da tarefa.

Como o processo de conceitualização não é focalizado apenas na perspectiva cognitiva, buscou-se, mesmo tendo consciência das limitações impostas pelas situações artificiais experimentais, analisá-lo como uma prática social, dialógica e pedagógica. As condições em que se dá a constituição categorial, ou seja, a situação imediata e o papel dos interlocutores foram levados em consideração no desenho da investigação, quando se previu a análise das interações e da linguagem na elaboração categorial.

O contexto histórico, em sua relação com a ideologia, embora seja constitutivo do processo de significação e da atividade mental a ele referida, foi marcado em algumas situações neste estudo mas, sacrificado na análise, em função do recorte deliberadamente estabelecido, e será retomado em

investigações ulteriores.

As análises das atividades conceituais dos sujeitos, até aqui apresentadas, basearam-se no desenvolvimento real que exibiam, isto é, funções que já estavam amadurecidas e que possibilitaram as elaborações evidenciadas. ⁶⁶

Durante as entrevistas, foram jogadas experimentalmente condições de mediação pedagógica, no sentido de provocar manifestações de funções emergentes que configuram um processo de desenvolvimento proximal, para através delas reconhecer as mudanças produzidas nas formas de elaboração do ⁶⁷ conhecimento.

Esse jogo experimental passou a ocorrer quando o entrevistador iniciou dialogicamente, a inserção de pistas que pudessem incitar a emergência de funções ainda não totalmente maduras, durante a atividade categorial dos sujeitos. Essas pistas eram de dois tipos. No primeiro, o entrevistador auxiliava o sujeito revelando um dos traços essenciais do objeto categorial, para favorecer a análise e abstração do outro atributo e apreender o significado categorial da palavra. No segundo tipo, o entrevistador escolhia perante o sujeito, uma

66

Segundo Vygotsky, o "nível de desenvolvimento real define funções que já amadureceram, ou seja, os produtos finais do desenvolvimento. Se uma criança pode fazer tal e tal coisa, independentemente, isso significa que as funções para tal e tal coisa já amadureceram nela." (VYGOTSKY, 1984, p.97)

67

"A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação..." (VYGOTSKY, 1984, p. 97). O desenvolvimento proximal pode ser determinado através da resolução de situações problemáticas com o auxílio de adultos ou colegas mais capazes.

classe inteira de objetos categoriais revelando-lhe o nome da classe, dirigindo a atenção do sujeito para a escolha mas sem externar oralmente os atributos essenciais dos objetos. Tanto em um caso, quanto no outro, incentivava-se o sujeito abstrair o critério categorial e tentar fazer significar a palavra artificial que os designava. O processo de auxílio instalado desautorizava tentativas de respostas uniformizadas, simples cópia da ação do entrevistador, e a homogeneização dos significados, mas assentava-se no pressuposto de que, no método de "observar e fazer", o concreto é visto na condição de meio, de sustentação necessária para o desenvolvimento.

"... Um princípio intocável da Psicologia clássica é o de que somente a atividade independente da criança, e não sua atividade imitativa, é indicativa de seu nível de desenvolvimento mental. Esse ponto de vista está expresso em todos os sistemas atuais de testes. Ao avaliar-se o desenvolvimento mental, consideram-se somente aquelas soluções de problemas que as crianças conseguem realizar sem assistência de outros, sem demonstração e sem o fornecimento de pistas. Pensa-se na imitação e no aprendizado como processos puramente mecânicos. Recentemente, no entanto, psicólogos têm demonstrado que uma pessoa só consegue imitar aquilo que está no seu nível de desenvolvimento."

68

(VYGOTSKY, L.S. 1984 p.99.)

Nesses termos, o processo de imitação não foi tomado na dimensão simplista da mimese de um ato ou ação. Buscando abrir maior espaço para a elaboração dos sujeitos, as mediações foram estabelecidas de modo que o sujeito, ao tentar

68

VYGOTSKY, L.S. Op. Cit.

imitar o critério de análise proposto, revelasse a reestruturação particular que imprimia à ação imitada. Assim, o processo de imitação permitiria a reelaboração da ação em uma nova instância. A ação passou a ser interpretada, pensada, significada e deixou de ser o ato original para constituir uma ação-recriada-pelo-sujeito. Essa concepção da imitação abre perspectivas para que se perceba a constituição do sujeito a partir da interrelação com o outro, em um dado contexto, como participação na criação do funcionamento do sujeito. O sujeito participa na realidade social em que a imitação é proposta e esta passa ser uma função reversível, recíproca, complementar e vista como um processo determinado limitadamente tanto pelo outro quanto pelo contexto.

Os resultados pareceram evidenciar que, a partir das explicações e das ações do entrevistador, operações intelectuais mais avançadas na escala do desenvolvimento eram utilizadas. Ao colocarem momentaneamente, as operações intelectuais manifestadas espontaneamente e dirigirem o pensamento de acordo com a sugestão do entrevistador, os sujeitos pareceram inaugurar a apropriação de um novo tipo de relação cognitiva, iniciando um processo de transformação da estrutura dos conceitos anteriores.

Os sujeitos que alcançaram a elaboração conceitual empregando apenas os recursos da identificação dos blocos selecionados, como fonte para a formulação de hipóteses, não demonstraram necessitar de outro nível de ajuda. As funções

69

GOES, M.C.R. Os Modos de Participação do Outro no Funcinamento do Sujeito. In : I Conferência de Pesquisa Sócio-cultural. Madrid: Texto mimeografado, 1992.

já amadurecidas eram suficientes para solucionar o problema da constituição categorial independentemente de ajuda.

Os sujeitos em fase de desenvolvimento inicial não se limitaram a reprodução do traço destacado pelo entrevistador. A operação de análise marcada foi estendida a outros objetos, introduzindo níveis de generalização mais refinados. Por outro lado, as elaborações dos sujeitos mostravam-se assinaladas pela palavra do entrevistador. Ao mediar a atividade intelectual dos sujeitos, o entrevistador compartilhava com eles funções que eles ainda não eram capazes de desempenhar sozinhas. Ao mesmo tempo, a fala do entrevistador era analisada e seu sentido redimensionado, abrindo nova atividade organizadora do sujeito. No entanto, mesmo tendo constituído operações mentais mais elaboradas quando auxiliados, não conseguiram suplantar o pensamento por complexos.

Já na etapa de desenvolvimento intermediário, a maioria dos sujeitos, ao tentar aplicar o critério de análise sugerido pelo entrevistador, constituiu estratégias mentais que romperam com a concreticidade e factualidade do pensamento por complexo, atingindo ora os primeiros estágios do pensamento categorial propriamente dito, ora completando essa etapa do desenvolvimento. A cooperação instaurada no processo de interação, parece ter permitido que as funções em processo de amadurecimento emergissem durante a realização da tarefa e nessa zona de desenvolvimento potencial, os sujeitos foram capazes de dilatar a aplicação do critério empregado e de operar com níveis de generalização mais

sofisticados e complexos.

As transformações ocorridas na estrutura do pensamento categorial na situação interativa pareceram projetar prospectivamente o desenvolvimento conceitual dos sujeitos. Os indicadores dessas transformações podem ser percebidos nos recortes dos protocolos experimentais que se seguem.

Vinicius : 6 anos, cursando pré-escola, Jardim III.

Tarefa de Elaboração do Conceito Artificial

(Foi apresentado à criança um modelo grande e grosso, ou seja, um "lag", que além desses atributos categoriais, era quadrado e azul. Na primeira escolha ela reuniu todos os quadrados, após a identificação dos quadrados, toma como critério de análise a espessura e seleciona todos os blocos grossos espalhados sobre a mesa.)

E: - Por que estes que você escolheu são "lag" ?

Vi:- Porque é tudo da mesma grossura.

(Quando uma criança de seis anos opta por quadrados, na primeira tentativa de conceituação, a tendência é acreditar que ela está orientando seu pensamento através de um complexo associativo, de natureza concreta e factual. Mas a sucessão das escolhas logo esclarece a opção anterior; ao estabelecer como núcleo a forma e em seguida a espessura, a criança está promovendo uma espécie de abstração isolante com base em significados funcionais semelhantes. A palavra está sendo empregada para dirigir teleologicamente, os processos parciais de categorização, já numa fase avançada de desenvolvimento verbal.)

E: - (Após a identificação de todos os "lag" corretamente selecionados, pega um cilindro azul, pequeno e grosso por ele escolhido.)

- Olhe, Vinícius, mas este aqui é um "mur".

Vi:- Ah, é !

E: - Então, Vinícius, ele é "lag" ?

Vi:- Não é.

E: - Por que ele não é "lag" ?

Vi:- Porque é pequeno.

(No estágio de desenvolvimento em que se encontrava, a simples visualização de vários objetos "lag" e o confronto com outro "não-lag", relevou-se suficiente para que ele próprio percebesse a contradição da aplicação do esquema categorial centrado apenas em um atributo.)

E: - Mas você me disse que o "lag" era grosso ...

Vi:- Mas ele é pequeno.

E: - Então, você pode pegar todos os "lag" ?

Vi:- (Pega o único "lag" existente dentre as demais peças, um cilindro vermelho, grosso e grande e coloca junto aos demais "lag".)

(Nesse ponto, o entrevistador investe mais nas funções emergentes que caracterizam a zona de desenvolvimento proximal do sujeito, realçando a contradição que ainda persiste, ao relembrar o critério de classificação anteriormente adotado. Espera que a criança reelabore o critério de análise e as operações efetuadas e consiga tomar consciência da contradição. De fato, ela estabelece uma análise das abstrações já realizadas,

e em um processo de síntese potente, apreende os traços característicos do objeto categorial. A partir daí, a tarefa é concluída sem necessidade de gerar novas hipóteses ou investir em intervenções-guias, para este bloco e os demais.)

E: - Por que ele é "lag" ?

Vi: - Porque é grosso e grande.

Sujeito : Luciana, 11 anos, cursando a 6ª série do 1º grau.

Tarefa de Elaboração de Conceito Artificial

(Ao ser apresentado como modelo um "bik", bloco grande e fino mas que também ostentava outras características tais como ser um trapezóide vermelho, escolhe um conjunto de blocos e tenta encaixá-los, imaginando se tratar de um quebra-cabeça. Esclarecida novamente a atividade, ela seleciona uma série de objetos, onde cada objeto tomado lega um atributo para a próxima escolha, encadeando as opções como os vários elos de uma corrente. Sem ariscar atribuir algum significado verbalmente para a palavra que norteia a tarefa, orienta-se a partir do processo de exclusão, operação complementar ao pensamento por complexo em cadeia.)

E: -(O entrevistador pega o último "bik" que faltava para completar essa classe e coloca o conjunto dos "bik" em frente à criança.) Diga-me, Luciana, o que faz estes bloquinhos serem "bik" ?

L: - Não sei.

E: - Olhe bem, o que eles têm em comum para serem "bik" ?

L: - (Falando baixinho) Não é a forma porque este é quadrado, e este é assim (indica com o dedo a forma do trapézio). Este é assim (indica a forma do hexágono).

- Também não é a cor.

(Ao repensar as relações entre as peças, o sujeito estabelece de início, uma operação de diferenciação entre elas, cumprindo a tendência evolutiva dos processos perceptivos no ser humano. Relativamente mais complexa, a operação de síntese dos atributos semelhantes parece ainda constituir uma etapa em estruturação nas estratégias mentais até aqui exibidas pelo sujeito. Analisa cada traço que percebe enquanto fundamental, ressaltando as diferenças e nessa situação mostra-se incapaz de estabelecer uma síntese que contemple a similaridade dos traços essenciais. Diante da dificuldade de apreender as semelhanças entre as peças, passa a produzir uma fala para si, reguladora e organizadora de sua ação e dos procedimentos mentais que vão sendo elaborados. Tal qual a fala egocêntrica, parece ser uma forma de descrição e análise da situação. Nesse ponto, o sujeito toma a sua própria ação como objeto, evidenciando a interdependência dos cursos da evolução da fala e da ação inteligente.)

E: - Então, Luciana, o que eles têm em comum ?

L: - Não sei.

E: - Preste bem atenção em cada um deles (o entrevistador dispõe as peças uma ao lado da outra e passando o dedo sobre cada uma delas.)

L : - Ah ! É tudo fino !

(O entrevistador dirige a atenção do sujeito no sentido de auxiliar na apreensão das similaridades das peças. A disposição ordenada das peças constitui um primeiro esforço para centrar a

atenção. O gesto de apontar, segundo nível de ajuda, não revela a semelhança existente propriamente dita mas coloca-se como índice de sua existência. Na verdade, um índice que pode trafegar tanto na direção do atributo tamanho, quanto do atributo espessura ou na direção de ambos. O que vai determinar portanto, o desvelamento da pista será a possibilidade do sujeito estabelecer as relações pertinentes entre o índice fornecido e a situação real dada. Esse tipo de ajuda põe a descoberto as funções em processo de desenvolvimento no sujeito, ao mesmo tempo em que "puxa" prospectivamente o desenvolvimento para etapas mais evoluídas. Ao ser capaz de estabelecer uma característica categorial a partir da cooperação do entrevistador, o sujeito evidencia que seu desenvolvimento potencial extrapola o domínio do pensamento por complexos e chega aos conceitos potenciais, segundo estágio do processo de desenvolvimento dos conceitos propriamente ditos.)

E: - Elas têm mais alguma coisa em comum ?

L: - Não, só a finura.

E: - Agora, veja o que eu vou fazer. (Retira do monte um "mur", cilindro, grosso, pequeno e azul). Este é um "mur". Pegue outro "mur" para mim.

L: - (Escolhe um cilindro amarelo, grosso e grande)

E: - Por que ele é "mur" ?

L: - Porque combina (indica com o dedo a espessura da peça).

(Nesse trecho, o sujeito ao demonstrar que ancora sua percepção no critério de análise "espessura" e atribui significado à palavra "mur" revela a incorporação da operação

mental de generalização sugerida através da ajuda. No entanto, não aprisiona o significado da palavra a partir do mero reconhecimento de outro bloco que tenha o mesmo atributo, ou seja, não reproduz linearmente o atributo "fino" generalizado na situação anterior, mas elabora uma ampliação incluindo a dimensão "grosso". Trata-se da abstração de apenas um dos atributos categoriais mas de qualquer forma evidencia a abertura de um novo foco na estrutura dinâmica da percepção e reorganização da atenção. Essa nova operação parece consolidar o conceito potencial deflagrado na zona de desenvolvimento potencial.)

E: - Olhe, é "lag". Procure um outro "mur".

L: - (Seleciona um semicilindro vermelho e grosso .)

E: - Por que este é "mur" ?

L: - Porque eu peguei e vi que era um "mur" (Ela não leu o nome afixado na base do bloco.)

E: - Como você "viu" que era "mur" ?

L: - O fino é "bik", este ("mur") é grosso.

(O trecho descrito confirma a análise feita. Da organização do pensamento em complexo do tipo cadeia, o sujeito aporta em elaborações compatíveis com o conceito potencial pois o traço "espessura" abstraído não se perdeu facilmente entre outros atributos, ao contrário, foi unificado numa base diferente, e mais estável.)

Assim sendo, é na relação do sujeito com o outro (entrevistador), que capacidades manifestadas ainda através da cooperação podem se transformar em desenvolvimento consolidado, abrindo novas possibilidades de funções emergentes.

E essas capacidades originadas no plano intersubjetivo, uma vez internalizadas, vão constituir o plano intrasubjetivo. Para que o processo de ajuda resulte significativa, parece necessário eliminar a reprodução e homogeneização de ações, via proposição de experiências em um grau maior de generalidade do que aquelas externadas de modo autônomo. O grau de generalidade segundo lembra Vygotsky (1989), é dado apoiado em duas dimensões, o espaço de abrangência de aplicação do conhecimento ao real, e o nível de sua independência em relação à experiência sensível, ao concreto.

A ampliação dos tipos de estratégias usadas pelos sujeitos pareceu revelar a interferência das informações e análises desencadeadas pelo entrevistador. Embora as estratégias de elaboração dos sujeitos sofressem variações, pareceu haver o predomínio em termos de estruturas de generalização (sistema de operações psicológicas), do pensamento por complexos, nos sujeitos cujos níveis de desenvolvimento conceitual estavam na fase inicial, no primeiro momento da investigação. Essa predominância se explica de um lado, em função das características do desenvolvimento do pensamento verbal exibidos pelos sujeitos, e do outro, em função das estratégias cognitivas engendradas estarem alicerçadas em processos iniciais de análise e abstração. A participação da palavra como elemento de mediação da elaboração conceitual permitiu o desvelamento de algumas das estruturas de abstração e generalização utilizadas pelo sujeito e de transformações ocorridas a partir da interação com o adulto e

basicamente direcionou, controlou e regulou a atividade dos sujeitos.

Uma vez analisada a tarefa de elaboração do conceito artificial, parâmetro da atividade categorial neste estudo, cabe levantar e discutir os resultados da tarefa de constituição do conceito matemático, no sentido de discutir e determinar a função da linguagem natural nos processos de constituição categorial na Matemática.

O estudo sobre o desenvolvimento da elaboração do conceito matemático, particularmente das figuras geométricas, abrange uma sistemática de estrutura semântica complexa, sofisticada, baseado em processos que envolvem, entre outros aspectos, a análise das características essenciais e sua síntese. Essa sistemática segue o desenvolvimento dos conceitos em geral e sofre igualmente a influência das condições sócio históricas, nas quais os sujeitos interagem.

A atividade categorial com figuras geométricas em pessoas escolarizadas, segundo Luria de um modo genérico, tende a ser elaborada a partir do isolamento dos principais aspectos das classes das figuras. O isolamento configura o critério fundamental em que se apoiam as decisões do sujeito cognoscente, em relação à uma nova figura a ser conhecida. Assim, combinar cilindros de vários tamanhos e espessuras, numa mesma classe, passa pela análise das características do cilindro, sua síntese em uma classe geral, e posterior aplicação desses atributos à objetos semelhantes.

Os resultados deste estudo indicaram, no

entanto, que a forma externa necessita ser suplantada ao se propor a conceituação de várias classes de figuras geométricas, organizadas dentro de uma hierarquia conceitual. O critério de isolamento por si só, será necessário mas não suficiente. Reunir em uma mesma classe os quadrados, em outra os trapézios e em outra os paralelogramos representa uma tarefa que as crianças em nível de desenvolvimento não avançado podem desencumbrar-se com relativa facilidade. No entanto, a apreensão de que todas estas figuras geométricas e outras mais que podem ser categorizadas como quadriláteros, demanda uma análise que extrapola o aspecto fenotípico da situação; implica em se colocar cada conceito em um nível de generalidade que permita ver sua abrangência em relação aos outros conceitos, isto é, seu grau de generalidade dentro de uma hierarquia de conceitos supraordenados.

Ao atribuir nomes artificiais na tarefa de constituição desses conceitos supraordenados, aqui investigados, em lugar da nomenclatura difundida no ensino formal, foi possível constatar o movimento do desenvolvimento dos significados que foram gradativamente atribuídos aos objetos categoriais. Os enlaces que permanecem às vezes embutidos na função comunicativa revelaram-se, através das tentativas de fazer significar a palavra/conceito em questão. Na negociação conceitual, à medida em que a palavra atingia novas significações, eram desveladas as relações factuais e imediatas das produções dos sujeitos em estágio de desenvolvimento inicial. O objeto categorial passou a ser designado de seu papel nominativo e as relações que os sujeitos elaboravam com as

figuras geométricas pareciam possuir referência objetiva, como se pode observar nos seguintes turnos extraídos dos protocolos experimentais :

Sujeito : Vanessa, idade 9 anos, escolaridade 2ª série/ 1º grau.

E : - Quais serão os "vop" ?

V : - (Pega um "vop" já selecionado, um pentágono preto, grande, um outro pentágono preto de forma diferente, preto e grande).

E : - Por que eles são "vop" ?

V : - (Mostra os ângulos mais ou menos de mesma medida e que parecem o telhado de uma casinha).

- Parecem aqui, como uma casinha.

(A criança apoia-se na relação fenotípica existente entre a figura a ser conceituada e o seu conhecimento de "uma casinha". Assim, designa objetivamente a figura, vinculando-a a objetos de sua vivência pessoal. Como não é capaz de externar as relações de semelhança que percebe entre um possível telhado de uma casa e a confluência de dois ângulos, em um pentágono regular, usa como recurso a imagem factual do objeto-parâmetro na comparação. Essa estratégia explica-se pela associação que a criança faz dos objetos em sua mente, devido a relações que de fato existem entre eles. No entanto, o critério de análise não consegue ir além das impressões subjetivas e não chega a apreender os traços essenciais do conceito. O significado da palavra está preso à sua função nominativa e impera a referência objetiva responsável pelo estabelecimento de relações reais.)

No segundo estágio, denominado intermediário, a significação pareceu caracterizada em alguns

momentos, pelos enlaces reais-imediatos da palavra, para em seguida tender a um estágio mais avançado. Entretanto, na oscilação entre as instâncias pertencentes ao concreto e ao abstrato predominam as vinculações factuais, concretas. O trecho que se segue parece elucidativo dessa fase de transição :

E :- Olhe, Fernando, este é um "tav" (triângulo, azul e pequeno), você poderia pegar os outros "tav" ?

F : -(Reune três triângulo de tamanhos e cores variadas, um pentágono que se assemelha a um triângulo com dois lados cortados).

E : - Olhe, estes aqui (triângulos) são "tav". Este aqui é "vop". Reuna só os "tav". Observe-os. Por que será que são "tav" ?

F : Ah ! Já sei ! É triângulo (Reune os triângulos mas inclui dois quadriláteros semelhantes a um triângulo com um dos ângulos cortados).

E : - (Pegando os quadriláteros selecionados)

- Por que estes são "tav" ?

F : -Olhe, é quase um triângulo, só falta este pedacinho aqui.

(O sujeito, embora tenha generalizado as características essenciais do conceito "tav", permanece em situação de conflito em relação aos aspectos externos do objeto categorial. Ao mesmo tempo em que revela conhecer que figuras de três lados são triângulos, demonstra que seu pensamento ainda se orienta baseado na referência objetiva da palavra. A ampliação que tenta fazer dessa referência resulta na inserção de um conceito da classe dos quadriláteros em outra distinta, a dos triângulos. Não se trata de um problema perceptual, conforme o sujeito deixa claro - é

quase um triângulo - mas de sua capacidade de abstrair os traços essenciais do objeto, mediando o pensamento através da palavra. Colocadas as funções nominativa e significativas face a face numa mesma situação, perdura a primeira.)

No terceiro estágio (avanzado) os sujeitos já estabeleciam a partir da mediação da palavra, uma série de conexões cada vez mais abrangentes, sistematizando os objetos categoriais em abstrações complexas. Embora utilizassem em um dado momento recursos próprios dos níveis menos evoluídos de desenvolvimento, o contato com outras possibilidades que eram colocadas através da identificação das peças, favoreceu a objetivação e a problematização das respostas que foram sendo emitidas. Gradativamente, os sujeitos nesse nível de desenvolvimento, utilizaram a palavra para separar as características do objeto, generalizá-las, incluindo-as em determinadas categorias. Além disso, a palavra pareceu exercer um trabalho automático de análise do objeto, transmitindo-lhes a experiência das gerações anteriores, experiência acumulada na história social dos indivíduos. Assim, os enlaces lógico-verbais predominaram como fase de desenvolvimento conceitual, no cômputo geral da tarefa, conforme pode ser observado nos seguintes turnos:

E : - Bem, Marcílio, vamos fazer uma aposta, se tiver pelo menos mais um "vop" no monte eu ganho, se não tiver você ganha. É pegar ou largar !

M : - (Vascila, pega dois hexágonos irregulares, semelhantes, separa-os e depois devolve-os).

E : - Então, é pegar ou largar.

M : - Tá legal. Vamos lá.

- Bem, então, este aqui ("vop" já selecionado) é formado por um trapézio e um triângulo. Bom, então estes outros (diferentes), também são. (Seleciona todos os "vop" restantes).

E : - O que é um "vop" afinal ?

M : - São figuras formadas por quadriláteros e um triângulo. Bom, são pentágonos.

E ; - Ok. Você venceu o jogo !

(O sujeito vale-se da palavra durante toda a atividade para organizar e dirigir o pensamento e esta função da linguagem está colocada nos turnos reproduzidos. Através da linguagem, Marcílio refaz o percurso cognitivo em que se embrenhou na elaboração conceitual. Revisando os critérios e generalizações já constituídos ao longo da tarefa, passa a produzir verbalmente uma série de raciocínios, onde vai conectando os argumentos um a um, coordenando e controlando o pensamento, a partir da atividade discursiva. Estabelece então, uma premissa onde assenta sua conclusão - "este aqui ("vop" já selecionado) é formado por um trapézio e um triângulo, (então, estes outros também são)". Entre a premissa e a conclusão há uma série de argumentos não explicitados mas considerados na sua viabilização. Ao afirmar "estes também são" não se referia exatamente à composição trapézio/triângulo. Já considerava os trapézios numa dimensão subordinada aos quadriláteros, de maior abrangência em termos de generalidade. São recursos próprios de uma elaboração calcada em enlaces lógico-verbais.)

A coincidência do repertório lexical que

pode ocultar o uso de um mesmo referente para significados diferentes ou variados, teve sua análise favorecida ao se estudar o desenvolvimento do significado da palavra na atividade conceitual. Quando o sujeito se refere a um conceito matemático, identificar a coincidência dos significados em circulação, torna-se uma tarefa possível de ser realizada quando se examina as estratégias e transformações ocorridas nas tentativas que o sujeito envia para fazer significar um conceito. Essa análise pôs a descoberto as relações referente/significado no processo de elaboração categorial das figuras geométricas básicas.

As operações que os sujeitos engendravam não só permitiram acompanhar a negociação dos significados mas pareceram apontar para o movimento de internalização de vários sentidos em circulação. Na elaboração do conceito matemático, em consonância com os procedimentos psicológicos observados na constituição do conceito artificial, os sujeitos que lidavam com a referência objetiva da palavra, demonstraram que só lhes era possível, naquele momento, operar com signos na dimensão da inteligência prática, sem estabelecer relações lógicas mais complexas.

Aqueles que apresentavam operações calcadas em referentes objetivos, concretos, como auxiliares da atividade, sem suplantar a factualidade desses procedimentos psicológicos, pareceram engendrar, naquele momento e situação, estratégias que caracterizam a fase de transição do pensamento real/imediato para o lógico-verbal.

Vale ressaltar que não se pode considerar

nenhum dado da análise da constituição categorial como uma ocorrência isolada. O desenvolvimento do significado das palavras e das operações com signos, definem a própria atividade conceitual e lhe dá corpo. Na medida em que os significados das palavras e as operações engendradas através delas vão sendo modificadas, a relação entre pensamento e palavra também se modifica. Os procedimentos psicológicos observados na atividade do sujeito, permitiram que se mapeasse um esboço do desenvolvimento desses conceitos. é o que se pode verificar através do quadro IV que se segue :

Quadro IV

Desenvolvimento do Conceito Matemático

Conceito Matemático x Idade x Escolaridade

Idade (anos)	Escolaridade (série/grau)	Desenvolvimento Conceitual (Estágio)
6	Jardim III	1 ^o Est. Conceito
6	Jardim III	Sincrético
8	3 ^a / 1 ^o	Cadeia
9	2 ^a / 1 ^o	Cadeia
11	5 ^a / 1 ^o	Difuso
11	6 ^a /1 ^o	Pseudoconceito
13	7 ^a / 1 ^o	Conceito Propria/Dito
13	7 ^a / 1 ^o	
17	3 ^a /2 ^o	Conceito Propria/Dito
17	3 ^a /2 ^o	Conceito Propria/Dito

A tendência do processo de formação e utilização do conceito matemático pareceu acompanhar a formação do conceito em geral. O desenvolvimento tendeu a melhorar na medida em que aumentou a idade cronológica e o nível de escolarização. Essa tendência pode ser explicada pelo fato dos conceitos matemáticos, (a verdade conceitos científicos) constituírem juntamente com os espontâneos (e nesse ponto pode-se considerar o conceito artificial como tal), um movimento único de constituição categorial. ..

Não obstante, os índices de estrutura de generalização obtidos através da análise dos procedimentos que os sujeitos foram utilizando na elaboração categorial, apontaram para uma variação do nível de generalidade do conceito matemático, em relação ao conceito artificial. Essa variação mostrou que os sujeitos precisaram utilizar estruturas de generalização mais elaboradas no desenvolvimento do conceito matemático, mesmo tendo sido mantidas as condições experimentais de elaboração conceitual. Por índices de estruturas mais elaboradas de generalização, nesse trabalho, considerou-se não só os três estágios descritos por Vygotsky no desenvolvimento da formação do conceito mas também os diferentes níveis intermediários que integram cada uma dessas fases (Ver Vygotsky, 1989, pp.45-101) e que se configuram a partir de formas e graus diferenciados de abstração/generalização utilizados pelos sujeitos. Essa variação ocorreu em sujeitos cujas estratégias de elaboração conceitual ancoravam-se no pensamento sincrético ou por complexos. Já os sujeitos que se valiam do pensamento

conceitual propriamente dito pareceram tender para a estabilização dos procedimentos na resolução da tarefa conceitual. Embora partissem de níveis menos elaborados de pensamento, gradativamente foram estruturando as informações do campo perceptivo e engendrando análises que culminaram na resolução correta da tarefa conceitual.

Desta forma, Vinicius reuniu os objetos categoriais na tarefa de formação do conceito de figuras geométricas básicas, de acordo com um grau máximo de semelhança, abstraindo um conjunto de traços mas sem relacioná-los claramente entre si, de modo a ressaltar os atributos essenciais do conceito. Esses procedimentos foram alcançados sem interferência direta do entrevistador, apenas com as pistas originadas da própria tarefa. Já na elaboração do conceito artificial, o agrupamento dos objetos foi realizado com base em processos de diferenciação/abstração, onde a totalidade concreta dos traços foi destruída por sua abstração, inaugurando uma espécie de unificação mais abstrata das características do objeto categorial. Os turnos extraídos da tarefa de formação do conceito matemático denotam essa tendência :

Vinicius, 6 anos, elaboração do conceito de figuras geométricas básicas.

(É apresentado à criança um pentágono regular, grande e vermelho com a palavra "vop" colada em seu verso e solicitado a ela que pegue os outros "vop" existentes no conjunto de figuras colocado sobre a mesa.)

Vi : (Escolhe um hexágono grande e vermelho, um triângulo grande

e vermelho e um retângulo grande e vermelho.)

E : - Por que eles são "vop" , Vinicius ?

Vi : - Porque é grande e vermelho .

(A criança orienta suas escolhas tentando aplicar um atributo essencial abstraído na tarefa de formação do conceito artificial na situação em questão. Provavelmente, ao perceber a impossibilidade de considerar de modo simultâneo, os aspectos "espessura" e "tamanho", por estar diante objetos que representam figuras bidimensionais (quando os blocos da tarefa anterior eram tridimensionais), tentou compensar o atributo "espessura" através da característica "cor". Realiza, assim, a abstração de um traço não essencial do conceito requerido e o mantém estável durante toda a tarefa. Esse procedimento suplanta o pensamento por complexo e parece ser compatível com o conceito potencial pois o atributo abstraído "grande" não se perde facilmente entre outros traços. É o que se verifica no decorrer dessa etapa da tarefa conceitual.)

E : - Olhe, Vinicius, este é um "tav" (triângulo), este é um "dir" (hexágono) e este é um "pet" (quadrilátero). Você pode pegar os "vop" ?

Vi : - (Seleciona um trapezóide preto e grande, um pentágono grande e azul, um quadrado amarelo e grande e um hexágono verde e grande.)

E : - Por que estes são "vop" ?

Vi : - Porque são "maior".

(Vinicius demonstra a estabilidade do traço abstraído não apenas dirigindo suas escolhas com base nesse critério mas

verbalizando a relação estabelecida. No entanto, ao jogar com dois atributos só consegue manter a estabilidade em termos do critério "tamanho". O traço "cor" passa a variar e se torna um aspecto apenas factual para a criança.)

E : - Veja, Vinicius, este (trapezóide) é um "pet". Este (quadrado) é também um "pet" e este (hexágono) é um "dir". Mas este (pentágono) é um "vop". Vamos pegar os outros "vop" ?

Vi : - (Escolhe um romboide amarelo grande, um pentágono amarelo e grande e um hexágono amarelo e grande.)

E : - Por que eles são "vop" ?

Vi : - Porque são "amarelo e grande".

(A criança procura retomar o critério "cor" como se tivesse descoberto a oscilação do próprio pensamento. Tendo verificado a inadequação da cor vermelha como atributo critérial, lança como hipótese a cor amarela. O traço "tamanho" permanece inalterado.)

E : - Veja, Vinicius. Este (romboide) é um "pet". Este aqui (hexágono) é um "dir" mas este aqui (pentágono) é um "vop". Vamos continuar, pegue outros "vop".

Vi : - (Apanha um triângulo pequeno e amarelo e um hexágono verde e grande.)

E : - Por que eles são "vop" ?

(A identificação das peças que selecionou pareceu funcionar como a negação das operações que já havia realizado. Vacila em relação às características tomadas como essenciais no conceito.)

Vi : - Não sei.

E : - (Tomando o triângulo pequeno que na concepção do sujeito era "vop")

- Olhe, este aqui é um "tav". Este (hexágono) é um "dir".
Vamos lá, pegue os outros "vop" do monte.

Vi : - (Escolhe um pentágono grande e verde, um hexágono grande e vermelho, outro hexágono verde e grande, um pentágono azul e pequeno. A seguir, coloca o hexágono menor e azul sobre um pentágono azul e menor, e pega outro hexágono azul e grande, cujos lados descrevem uma forma semelhante a do hexágono anterior.)

(Nesse ponto, a criança redimensionou sua análise e passou a considerar outra provável característica do objeto categorial. Tentando unificar as impressões que se desorganizaram, colocou cada figura geométrica uma sobre a outra, pretendendo assim criar novas bases para novas abstrações. Embora tenha continuado a manter o atributo "tamanho", fornecendo-lhe um tratamento preferencial, introduziu o critério "comprimento". O caráter global da percepção mais uma vez é vencido .)

E : - Vinicius, olhe bem para as figuras que você escolheu e diga-me, por que elas são "vop".

Vi : - Porque é grande e comprido.

Os atributos foram divididos em duas partes desiguais e a importância atribuída ao critério "tamanho" mais uma vez foi confirmada. A função genética desses procedimentos intelectuais é específica e difere portanto, do pensamento por complexos e ao mesmo tempo, dos conceitos potenciais. A vinculação do pensamento da criança à bases ainda meramente perceptivas pareceu impedir que o processo de análise e síntese alcançasse níveis mais avançados na formação do conceito de figuras geométricas simples.

Os turnos subsequentes revelaram transformações interessantes nas estratégias engendradas pela criança quando o entrevistador, além das pistas fornecidas pela própria atividade planejada, passou a confrontar o pensamento exteriorizado por ela com outras concepções. Nesse ponto, a interação sujeito/entrevistador possibilitou a objetivação e problematização das operações de generalização em jogo na atividade conceitual e a apreensão de pistas da elaboração interna dos conceitos, ou seja, da internalização das funções psicológicas e da atividade organizadora do sujeito nesse processo.

E : - (Identificando as figuras selecionadas pela criança)

- Este (pentágono grande) é um "vop".
- Este (pentágono pequeno) também é um "vop".
- Este (hexágono grande) é um "dir".
- Este (hexágono grande) é um "dir".
- Vinícius, olhe bem, este (pentágono pequeno) não é grande e é "vop".

(O entrevistador contrasta o critério de análise "grande" tomado pela criança, para que ele perceba a inconsistência de sua aplicação sobre as figuras já selecionadas.)

Vi : - Hum. (Pega um hexágono verde e grande, um romboide grande e amarelo e um hexágono grande e preto.)

E : - Este aqui (hexágono) é um "dir".

- Este também.

- Agora este (romboide) é um "pet". Pegue os "vop".

Vi : - (Seleciona um quadrado grande e verde e um hexágono verde

e grande.)

E : - Olhe, este é "pet" (quadrado) e este (hexágono) é "dir".

Vi : - (Conta as figuras "vop" já selecionadas.)

- Sete.

- (Continua procurando só entre as peças grandes; pega um triângulo grande e preto.)

E :- é "tav".

Vi : - (Pega um hexágono com dois lados de mesma medida, preto e grande.)

(A criança permanece centrada no atributo "tamanho" para a seleção das figuras. A indicação de que "grande" não era um atributo criterial, através da análise realizada pelo entrevistador não modificou a organização do foco perceptivo e da estrutura de generalização adotada pela criança.)

E : - é um "dir". Olhe bem o que eu vou fazer, Vinicius. (Seleciona um triângulo equilátero, preto e pequeno.)

- Este é um "tav". Junte deste lado, todos os "tav".

(A circulação de vários possíveis sentidos na mediação do entrevistador ficou evidenciada na resposta da criança. O surgimento de um complexo de significados associados, ocorrido involuntariamente e carreado pela palavra do entrevistador durante a mediação, levou-o a aprofundar sua intervenção.)

Vi : - (Separa um trapézio amarelo e grande, um quadrilátero irregular, azul e grande e um pentágono grande e preto.)

E : - Olhe Vinicius, eu vou pegar outro "tav" (escolhe um triângulo isósceles, pequeno e amarelo)

Vi : - (Pega as peças e compara os nomes do primeiro modelo "tav"

fornecido pelo entrevistador, com o nome do segundo "tav" escolhido.)

- É "tav". (Afirma ao "ler" a palavra colada no verso da figura geométrica.)

(Nesse ponto, ao ler a palavra pareceu que a criança tentou usá-la para separar a característica do objeto, de modo a perceber seus traços constitutivos. Foi na verdade, uma estratégia desenvolvida por ela para possibilitar a inclusão da figura geométrica em determinada categoria.)

E : - Olhe bem para os "tav". Veja o que cada uma destas figuras tem que faz dela um "tav".

(O entrevistador procurou imprimir nova direção à percepção da criança, apelando para a discriminação das características das figuras. Implicitamente pareceu afirmar que cada figura possuía um atributo comum que devia ser identificado.)

Vi : - (Segura um "tav" e procura compará-lo com outras figuras, sobrepondo inicialmente triângulo sobre triângulo, após triângulo sobre quadrilátero. Logo após retira do monte um triângulo preto e pequeno.)

- É "tav".

E : - Isto mesmo, é "tav".

Vi : - (Seleciona um pentágono preto que se assemelha a um triângulo com dois ângulos "cortados" e um quadrilátero, azul pequeno com um dos ângulos "cortados", semelhantes a triângulos.)

E : - Este é "vop" (pentágono) e este é "pet" (quadrilátero). Escolha os "tav".

(Estabelecendo uma comparação do aspecto fenotípico das figuras, elaborou uma operação de discriminação das semelhanças e após utilizou a palavra para generalizar as figuras, incluindo-as na categoria dos "tav". Embora seja possível perceber mudanças nesses modos de elaboração, em termos de ampliação dos tipos de estratégias utilizadas, a criança valeu-se ainda de processos de generalização centrados na referência objetiva dos objetos.)

Vi : - (Pega três triângulos, um grande e dois pequenos e compridos.)

E : - Por que eles são "tav", Vinicius ?

Vi : -(colocando os menores dentro das figuras maiores)

- Não sei.

E : -Será que tem mais algum "tav" ?

Vi : - (Pega outros quatro triângulos, vira cada um deles, lendo o nome da peça)

- É "tav".

- É "tav".

- É "tav".

- É "tav".

A criança elaborou uma atividade de classificação supostamente coerente, no entanto, essa operação não se alicerçou em um fundamento conceitual avançado, configurando ainda operações próprias do conceito potencial. O agrupamento foi elaborado com base em um único atributo que define a classe dos triângulos. Inicialmente recorreu a relações prático-funcionais para abstrair os traços da figura geométrica em questão, e posteriormente esse procedimento foi transformado em um nível

mais complexo de pensamento. Na atividade de justificativa das opções realizadas, as dificuldades foram maiores, pois falar sobre o conceito não é o mesmo que operar com o conceito. Esse esforço de explicitação do conceito demanda um certo grau de consciência das operações engendradas pela criança, o que ainda não pareceu não ter sido alcançado. A fala do entrevistador foi analisada pela criança e seu sentido redimensionado, o que proporcionou nova atividade organizadora do sujeito.

O movimento de significação do conceito e a participação do entrevistador nessa dinâmica pode ser acompanhado também no protocolo de Antônio. Na atividade de formação do conceito de figuras geométricas, sem o auxílio do entrevistador, a criança evidenciou estruturas de generalização compatíveis com o pensamento por complexos do tipo cadeia, onde os atributos das figuras geométricas eram tomados como funcionalmente iguais e dispostos em um encadeamento de significados que se transmitiram de uma figura para outra. A partir da mediação da palavra do entrevistador, pareceu haver a ampliação das estratégias elaboradas pela criança, impulsionado-a para o uso de estruturas de generalização mais refinadas.

Sujeito : Antônio, 8 anos

E : - Olhe, Antônio, este é um "tav" (triângulo retângulo pequeno.) Pegue todos os "tav".

A : - Como você está vendo que é "tav" ?

E : - Ele tem alguma coisa que me faz perceber que ele é um "tav", uma certa qualidade, sabe ! Além da palavrinha colada, a figura tem essa tal qualidade. Você pode descobrir ao observar

bem cada figura, comparar as que são iguais e as que são diferentes, entendeu ? Vamos lá, tente pegar os "tav".

(Diante da inconsciência da criança em relação aos atributos essenciais do conceito, o entrevistador chamou a atenção do sujeito para a necessidade de estabelecer uma análise entre as várias características do objeto conceitual. Mostrou que a palavra poderia ser usada também separar as características do objeto de modo a perceber seus traços constitutivos do objeto. Dirigiu também a atenção da criança para necessidade da atividade de comparação deliberada entre as figuras.)

A : - (Escolhe um trapezóide semelhante a um triângulo e um outro pentágono que também lembra um triângulo com um dos "ângulos cortados".)

E : - Sabe por que eles são "tav" ?

A : - Não.

(A criança realizou uma tentativa de abstração isolante do atributo criterial do triângulo mas ainda sucumbiu às impressões imediatas causadas pela sua percepção. Assim, confunde figuras fenotipicamente semelhantes aos triângulos com essa classe de figuras geométricas.)

E : - Você pegou outro "tav" para você observar melhor. (Apanha um triângulo isósceles e dá à criança). Olhe bem para este "tav". veja o que eles têm de parecido. Agora pegue outros "tav".

(Novamente, através da instrução verbal e colocação de novas pistas através de questionamento, o entrevistador tentou estabelecer outro foco na estrutura da percepção da criança, forçando a conexão entre os atributos que ela já havia

abstraído. No entanto, nesse movimento, as formas de colocar uma pergunta, o tipo de situação experimental vivenciada e a dinâmica da interação no momento pareceram interferir nas produções do sujeito.)

A : - Não sei.

E : - (Adianta-lhe outro "tav".) Olhe bem para estes dois "tav".
Um se parece com o outro ?

A : - Sim.

E : - Por que ?

A : - Não sei.(Pega todos os outros triângulos.)

E : - Já sabe o que é um "tav" ?

A : - É isto (aponta para os triângulos).

(A palavra do entrevistador assumiu a função diretora da atividade do sujeito e sintetizadora dos traços categoriais, ou seja, possibilitou à criança um tipo de generalização novo. Ela passou a exteriorizar uma visão articulada dos elementos essenciais do objeto conceitual, embora ainda não lhe fosse possível a definição do conceito.)

E : - Vamos fazer de conta que não podemos ver os "tav". (cobre as figuras com uma folha de papel). Responda agora, o que é um "tav" ?

A : - É um triângulo.

(Essa forma de utilização da linguagem que abarca a visão articulada dos elementos envolvidos, revelou a incorporação de formas de generalização "aprendidas". A palavra triângulo já figurava no repertório linguístico da criança, mas seu significado ainda estava em processo inicial de desenvolvimento.

Na tentativa de "atribuir sentido" ao objeto categorial, a partir da mediação do entrevistador, a atenção foi reorganizada e a conexão entre os elementos criteriosais do conceito aconteceu. Parece que esse turno é indicativo de que a ampliação dos tipos de estratégias utilizadas pela criança, foi determinada pela interferência das informações e análises desencadeadas pelo entrevistador, em um movimento ascendente, característico da relação entre as várias etapas da elaboração de um conceito. Mas a generalização que a criança realizou é apenas fenotipicamente semelhante à do adulto, pois o sistema de operações psicológicas engendradas é diferente. Os turnos que se seguem apontam para essa especificidade.)

E : - Muito bem, Antônio. Agora, pegue os "pet". (O modelo apresentado é um quadrado, azul e grande.)

A : - (Escolhe um retângulo amarelo, grande - muito parecido com um quadrado e um quadrado grande e azul.)

E : Isto mesmo, pegue outros "pet".

A : - Não tem acabou.

E : - Você não quer tentar ?

A : - Não tem mais "pet" é só quadrado. Não tem mais.

(A classificação criada pela criança tinha características próximas de um agrupamento coerente. A ausência de fundamento conceitual se revelou através da criação de "falsas classes", onde o critério de escolha das figuras manteve-se vinculado à impressões concretas dos objetos. O grau de generalidade que envolve os quadriláteros - que abarcam trapezóide, rombóides, quadrados, retângulos etc.- não foi percebido pela criança que se

limitou os "pet" a quadrados. Vale ressaltar que mesmo na classificação de quadrados a percepção imediata foi que orientou a atividade .)

O desenvolvimento do pensamento verbal de Antônio pareceu se ampliar com a intervenção do entrevistador. Deixado à seus próprios recursos na elaboração do conceito das figuras geométricas, utilizou estratégias próximas do pensamento por complexo em cadeia. A mediação do entrevistador pareceu projetar os procedimentos psicológicos para estratégias compatíveis com os pseudoconceitos - o estágio final dessa fase de desenvolvimento categorial. As generalizações que a criança elabora estiveram orientadas por enlaces práticos, por situações diretas, sem um cunho lógico que as sustentassem).

Sujeito : Vanessa, 9 anos.

(Foi apresentado à criança um modelo "vop", pentágono, azul e pequeno, e ela iniciou a seleção através de tentativa e erro.)

E : - Por que estes daqui são "vop" ?

V : - Como eu vou saber ?

(Nesse ponto, a palavra para a criança pareceu se confundir com o objeto conceitual. A impossibilidade de identificar as figuras pelo nome, através da leitura mostra esse processo de simbiose palavra-objeto.)

E : - Quando você começou a escolher estas figuras, você decidiu pegar cada uma por causa de um motivo. Que motivo foi este ?

V : - Você disse que eu não posso virar e ler, então eu peguei qualquer um.

(A orientação que a criança imprimiu à atividade não decorreu de

estratégias vinculadas ao pensamento sincrético, conforme se poderia supor inicialmente. Decorreu da estrutura de generalização utilizada pela criança que a faz perceber a palavra e o objeto categorial como parte de um mesmo amálgama. O entrevistador passou então, a direcionar a atenção da criança de modo a facilitar o processo de análise.)

E : - Antes de pegar qualquer uma, Vanessa, você deve pensar, tentar descobrir o que a figura têm que faz dela um "vop". Entendeu ? Olhe bem a figura, compare a figura que você vai escolher com os outros "vop" que você já conhece. Certo ?

V : - Entendi. (Reinicia a operação pegando um triângulo amarelo e grande.)

E : - Este é "vop" ?

V : - É.

E : - Por que ?

V : - Não sei.

E : - O que ela tem em comum com aquelas ("vop" já selecionados ?)

V : - Nada.

(As justificativas que a criança apresentou sobre as escolhas realizadas, pareceram indicar que o que foi dito pelo entrevistador e o que foi dinamicamente apreendido pela criança era um dos múltiplos sentidos possíveis, que circularam durante a mediação do entrevistador. Desta forma, a operação complementar de análise intentada pelo entrevistador, não se efetivou. A atenção da criança permaneceu centrada na mesma direção.)

E : - Olhe, Vanessa. Este aqui é um "tav" (pega um triângulo

retângulo preto e grande e mostra para a criança.)

- Vou pegar outros "tav" (seleciona mais quatro triângulos grandes, pequenos, de características diferentes e coloca em separado, próximo à criança. Em seguida pede a ela que vire cada um dos triângulos selecionados, para que a criança verifique os acertos do entrevistador.)

- Quando eu escolhi os "tav", eu fui pegando aqueles que eu achava que tinham as características de "tav". Agora é a sua vez. Pegue para mim os "tav".

(Investindo mais incisivamente na organização da atividade do sujeito, o entrevistador realizou uma forma específica de classificação - selecionou e agrupou os elementos "tav" em uma categoria definida por um conceito abstrato. Assim, o pensamento verbal poderia direcionar a percepção da figura e a palavra seria o instrumento usado como meio para centrar a atenção, orientar a comparação e a abstração de determinados traços criteriosais.)

V : - (Vanessa escolhe um triângulo retângulo vermelho e grande.)

E : - Muito bem, é "tav".

- Pegue outros.

V : - (Escolhe um pentágono com dois lados cortados, parecido com um "tav".)

E : - Este é "vop". Pegue outro "tav".

V : - (Pega um triângulo já escolhido e nele sobrepõe outras figuras parecidas com um "tav". Decide então por dois triângulos e um quadrilátero com um dos lados "cortados".)

E : - Por que eles são "tav" ?

V : - Porque eles são assim (descreve com o dedo o formato do - triângulo.)

E : - Este (Quadrilátero) é "pet".

_ Veja, Vanessa este é "tav", este aqui também (triângulos).

- Há mais algum "tav" no monte ?

V : - Não. Eu já peguei todos.

E : - E o que é um "tav" ?

V : - É uma figura assim (descreve o formato da figura com o dedo.)

(A criança embora já tenha refinado as operações que inicialmente elaborou, analisa os atributos das figuras e as agrupa baseando-se em critérios perceptualmente concretos. As generalizações que estabeleceu ocorreram nas áreas práticas, e as formações de "falsas categorias" foram realizadas devido justamente à dificuldade da criança para abstrair atributos que considerava apenas na dimensão concreta.)

E : - Agora pegue os "vop" para mim (retoma o modelo que é um pentágono).

V : - (Escolhe um hexágono vermelho e grande).

E : - Por que ele é "vop" ?

V : - Porque é vermelho, é parecido.

E : - Este é "dir". Procure os "vop".

V : (Seleciona um triângulo retângulo, amarelo e grande, coloca junto dele um pentágono amarelo, grande já selecionado como "vop".)

E : - Por que eles são "vop" ?

V : - Este (Triângulo) parece com este (pentágono). são

amarelos. Aqui tem duas pontas (ângulos mais salientes do pentágono) e aqui (triângulo) também.

E : - Mas este é um "tav". Lembra que eu peguei os "tav" ?

(Os atributos definidos como criteriosais pela criança mostraram-se fluidos, inconstantes. Uma mesma figura geométrica podia fazer parte de mais de um tipo de classificação, de acordo com a imagem e a relação que ela criava entre os objetos, em um dado momento. Os traços percebidos conquanto fossem factuais, eram determinados por alguma impressão subjetiva da criança, como os ângulos mais salientes de uma figura ou a semelhança dos segmentos de reta que formavam determinados ângulos.)

V : - (Recomeça a escolha e pega um pentágono regular e vermelho.)

E : - Muito bem. Este é "vop". Como você soube que ele era um "vop" ?

V : - Porque eles são parecidos (mostra os dois ângulos agudos mais ou menos de mesma medida, comuns às duas figuras.)

E :- Pegue para mim outros "vop".

V :- (Tomando como critério a presença de um ângulo agudo, formado por dois segmentos de reta mais ou menos de mesma medida, seleciona um hexágono vermelho.)

E : - Por que é "vop" ?

V : - Este aqui (dois segmentos de reta que formam o ângulo agudo) se parece com este (pentágono vermelho, selecionado antes).

E : - Olhe, este é "dir".

V : - (Escolhe um pentágono azul e grande, usando como critério

os segmentos que formam um dos ângulos agudos da figura.)

E : - É "vop".

V : - (Apanha um trapezóide isósceles, azul e pequeno.)

E : - Como você sabe que ele é um "vop" ?

v : - Parece com este (aponta para um quadrilátero amarelo, grande, indicando um ângulo mais ou menos de mesma medida em relação ao modelo que ela tomou). É assim, como uma casinha (coloca a figura em uma posição na qual o ângulo considerado como critério fica semelhante ao telhado de uma casinha).

- (Inicia uma busca peça por peça guiada pela semelhança fenotípica das figuras. Baseia-se inicialmente na forma, reúne todos os "vop" já escolhidos e retira entre eles um amarelo que lembra a "cassinha". A partir daí retira do conjunto das outras figuras um hexágono pequeno, vermelho, parecido com a "cassinha". Ela mesma desvira a figura e verifica a identidade da peça. Ao perceber que se trata de um "dir", devolve a peça para o monte e escolhe um outro hexágono, grande e preto, sem, contudo, se aperceber da semelhança entre as figuras. Procede a identificação das figuras e, ao constatar que é um "dir", recoloca-o no monte. Prossequindo, remexe os "vop" selecionados e separa um azul e grande. Inicia um processo de tentativa de apreensão das características gerais do "vop", verbalizando de si para si e apontando para o ângulo formado por dois segmentos de retas de aproximadamente a mesma medida.)

- Eles se parecem aqui (aponta para o ângulo considerado.)

(A produção da fala durante a elaboração conceitual denotou a função organizadora que a palavra assumiu durante a atividade. O

pensamento e a ação são articulados por essa fala espontânea e norteadora da ação.)

E : - Será que existe mais algum "vop" que você não escolheu ?

V : - (Toma um "vop" amarelo e pequeno no meio das peças identificadas e, voltando-se para o monte das peças em geral retira um hexágono pequeno e azul e continua falando consigo mesma).

- Eles se parecem aqui (indica com o dedo o "telhado da casinha". Agora passa a demonstrar preocupação com a medida do ângulo.)

(Ao ignorar a pergunta do entrevistador e continuar a produzir um tipo de fala orientadora, a criança procurava centrar sua atenção nos traços que elegeu como essenciais na apreensão do significado do conceito. Nesse ponto, o critério tomado ganhou relativa estabilidade quando se objetivou em enlaces reais-imediatos, originários da experiência da criança. Assim, "parecer como uma casinha" torna as relações difusas mais estáveis e passíveis de novos tipos de generalização .)

E : - Olhe, é um "dir"

- Agora, Vanessa, eu gostaria que você pegasse para mim todos os "tav". (Retoma um "tav"- triângulo verde e pequeno) e fizesse com eles um só montinho.

(O entrevistador procurando determinar o alcance das generalizações já elaboradas pela criança, retomou o conceito de "tav".)

V . - (Inicia a escolha, separando um triângulo pequeno e amarelo, um triângulo grande e verde, outro pequeno e preto, um

pequeno e amarelo.)

E : - Existe mais algum "tav" no monte ?

V : - Não.

E : - Por que eles são "tav" ?

V : - Porque eles se parecem (aponta os três lados de um dos triângulos, em seguida confere uma a uma as figuras selecionadas como "tav" e sorri.)

(A atividade da criança pareceu sugerir que a palavra do entrevistador foi sendo analisada e redimensionada de modo a desencadear nova atividade organizadora da criança. Não há referências diretas à produção oral do entrevistador nas justificativas que a criança engendrou, não obstante a internalização redimensionada dessa produção foi sugerida exatamente pela dissolução das estratégias do entrevistador nas próprias elaborações da criança. É que a criança organizou as relações de interlocução da mediação do entrevistador, imprimindo sobre elas as marcas de sua autoria.

E : - Podemos ver se você encontra algum "tav" além destes ?

V : - (Escolhe um triângulo azul e grande, um azul e pequeno, um amarelo e grande, um hexágono grande e preto que se assemelha a um triângulo com dois ângulos "cortados" e após insere o hexágono em um triângulo isósceles preto e grande.)

E : - E por que este aqui (hexágono) é um "tav" ?

V : - Porque parece com este (toma o triângulo isósceles preto e sobrepõem novamente as figuras).

E : - (O entrevistador escolhe um quadrilátero grande e preto, cuja forma lembra um triângulo com um ângulo "cortado" - e este

também é "tav" ?

V : - Não, porque aqui é assim (Mostra os lados iguais do triângulo isósceles) e este é assim (indica com o dedo que o quadrilátero não tem dois lados semelhantes, como o triângulo isósceles. A criança pega então, um quadrilátero preto e grande, com dois lados de mesma medida e um dos ângulos cortados - um trapézio isósceles.)

- Este aqui é "tav".

E :- E por que ele é "tav" ?

V : - é porque ele é assim (coloca as duas figuras com a base apoiada sobre a mesa, de modo que fiquem ressaltados os lados semelhantes).

E : - Diga-me, Vanessa , o que é um "tav" ?

V : - Não sei.

(A criança não dominou formalmente o conceito de "tav" mas foi capaz de destacar algumas de suas características, realizando atividades de análise e generalização sobre elas. Os enunciados da justificativa denotaram a apropriação transformada da operação de análise desenvolvida pelo entrevistador. Porém, a definição verbal do conceito de "tav" não foi alcançada seja pela dificuldade que os sujeitos experimentam nessa atividade, seja pela incompletude do desenvolvimento do conceito em questão.)

Ao se focalizar a elaboração conceitual na interação, no próprio ato da interlocução através da linguagem, essa atividade revelou-se como um processo de produção de sentidos, os quais foram sendo engendrados, negociados e constituídos. Foi nesse jogo de apropriação dos sentidos que as

pistas da internalização das funções psicológicas e da atividade organizadora do sujeito foram se colocando. Através do movimento da atividade interpsicológica/intrapsicológica, da apropriação/objetivação, foi possível facultar aos sujeitos momentos individuais de objetivação de pelo menos uma figura geométrica, tomando as enunciações decorrentes dessa atividade como indicativas de sua elaboração interna.

As tentativas de análise das elaborações dos sujeitos ancoraram-se no fato de que essas enunciações haviam sido produzidas em uma relação específica - a relação de simulação de jogos onde o outro (entrevistador) era um adulto com maior experiência e que estabelecia as bases da atividade. O dizer do entrevistador nessa circunstância, ocupava uma posição semântica determinada e produzia um efeito talvez inibidor sobre a exteriorização da elaboração conceitual dos sujeitos, sobretudo dos sujeitos mais novos. Mesmo com essa limitação, na dinâmica da interlocução as estratégias compartilhadas apareceram reelaboradas das mais diversas formas. O dizer do outro não era citado em sua plenitude, de maneira fechada, acabada, mas tomava parte nas estratégias de ação dos sujeitos, de modo entrelaçado, integrado. A apropriação ativa do dizer do outro mostrou um recorte de palavras, de procedimentos de análise, de sentidos, onde os aspectos que se coadunavam com a atividade organizadora do sujeito se destacaram. Durante a elaboração conceitual não houve referências diretas à produção oral do entrevistador porque os sujeitos organizaram as relações de interlocução, imprimindo sobre elas as marcas de sua autoria, numa reestruturação

dialógica. Ao mesmo tempo, a fala do entrevistador era analisada pelos sujeitos e o redimensionamento dos sentidos iam descortinando novas possibilidades de organização da atividade. A partir das tentativas de explicitar para o outro suas elaborações que os sujeitos demonstraram suas interações com a palavra alheia.

Embora os sujeitos de menor idade não generalizassem na palavra as características do conceito e nem dominassem o conceito formalmente mostraram-se capazes de níveis cada vez mais elaborados de análise e generalização, a partir da mediação do entrevistador. Os enunciados e as ações desenvolvidas durante as justificativas das classificações feitas figuraram como índices da apropriação dos recursos do entrevistador.

As elaborações dos sujeitos mais velhos denotaram independência em relação ao sensível-imediato. Foram capazes de abstrair as características tanto do conceito artificial quanto das figuras geométricas de maneira articulada.

Assim, esta investigação permitiu observar algumas pistas da utilização dos atributos categoriais que foram generalizados, em novas operações de análise e abstração, na determinação do conceito através da inclusão e exclusão de elementos em relação às classes de figuras geométricas básicas. Essa reconstrução ativa, que o sujeito envidou das funções desenvolvidas pareceu ocorrer no processo de participação nas atividades organizadas e mediadas pelo entrevistador.

O movimento conceitual surgiu então, como

uma negociação fluida onde, inicialmente os sujeitos classificaram blocos de madeira e figuras geométricas, selecionando as que pertenciam a uma categoria definida por uma palavra artificial. Os sujeitos realizaram uma série de operações, dentre as quais a análise da operação de classificação o que demandou um nível maior de reflexão sobre a atividade desenvolvida. Essa reflexão foi particularmente desencadeada pela necessidade de justificativa das escolhas feitas.

As estruturas de generalização envidadas pelos sujeitos na replicação da tarefa de formação de conceitos de Vygotsky, em relação às estruturas emergidas durante a atividade de elaboração conceitual de figuras geométricas básicas, sugeriram que essas últimas requereram procedimentos de análise mais abstratos. Além da suplantação do aspecto fenotípico na apreensão dos traços essenciais dos blocos, no sentido de comparar tamanho e espessura, as figuras geométricas solicitaram dos sujeitos o estabelecimento de níveis de hierarquia e generalidade entre as figuras consideradas. Assim, quadrados, trapezóides, retângulos, rombóides faziam parte de uma mesma classe - a dos quadriláteros. A classe dos triângulos, por sua vez, não podia conter figuras cuja diferença era apenas um pequeno corte em um dos ângulos, com esse artifício a figura pertencia a classe dos pentágonos. Se o aspecto externo das figuras não podia ser levado em conta, era necessário estabelecer uma relação de correspondência entre os lados das figuras, desconsiderando aspectos não-essenciais como comprimento dos segmentos de reta de cada lado, congruência ou semelhança dos

ângulos. Desta forma, uma figura semelhante a uma "casinha" podia tomar parte em uma mesma classe de outra semelhante a um triângulo de lados "cortados".

Nesse movimento dinâmico da formação do conceito de figuras geométricas, o discurso matemático, expresso em linguagem matemática é suprimido. O discurso em circulação que é o discurso do outro, expresso em linguagem natural foi sendo apreendido, composto e recomposto através dos mecanismos da interiorização e foram acrescentados, integrados a outros discursos em suas diversas formas de ação social para ajudarem a constituir as funções psicológicas nos sujeitos.

Na apropriação do conceito de figuras geométricas, mediado pela linguagem natural através da palavra do outro, ficou revelada a multiplicidade dos caminhos que são trilhados na atribuição de sentido ao conceito e nas tentativas de apropriação das operações intelectuais nele contidas. A língua materna, na qual é expressa a palavra do outro, transmite um saber matemático e uma certa estabilização do sentido corrente mas não transmite o fechamento do sentido em torno de um conceito formalizado, exato. A palavra é reelaborada pela criança, emaranhando-se em suas palavras interiores. Através da linguagem natural, o conceito matemático vai sendo re-significado, recortado, analisado e assumido pelo sujeito até dissolver-se em suas palavras interiores. No entanto, no processo de apropriação do saber matemático, a palavra do outro também é questionada pelo sujeito e os critérios que embasam tais questionamentos nem sempre se assentam em formulações e processos lógicos. A fluidez

dos procedimentos e estratégias de análise e generalização não cabem dentro de uma camisa de força formalizada e lógica. Trata-se antes, de uma reconstrução ativa onde as funções psicológicas que tomam parte nesse processo são desenvolvidas historicamente, via mediação de seus parceiros sociais. A elaboração dos conceitos através da repetição de sentidos literais, a-históricos, cristalizados, plenamente estabilizados, na verdade cerceia, dificulta quando não oblitera a formação do conceito matemático.

Assim, o funcionamento da linguagem natural na constituição dos significados na Matemática se dá em dois níveis interrelacionados, no nível da palavra que designa e significa o conceito e no plano das trocas dialógicas, no qual a palavra está imersa.

O sujeito não deduz de forma súbita e irrevogável, a relação entre o signo e o método de usá-lo numa situação categorial, tampouco consegue desenvolvê-lo intuitivamente através de uma atitude abstrata originada, por assim dizer das profundezas da mente da própria criança. Esse ponto de vista metafísico segundo o qual esquemas psicológicos inerentes são preexistentes à qualquer experiência, leva inevitavelmente, a uma concepção apriorística das funções psicológicas superiores.

As operações com signos, o desenvolvimento do significado da palavra e por conseguinte, o processo de elaboração categorial, aparecem como resultado de processos complexos e prolongados, sujeitos a todas as leis

básicas da evolução psicológica na espécie humana. Embora a estrutura semântica e sistêmica do conceito (e da palavra) seja marcada pelo processo de desenvolvimento e interfira também com a aprendizagem matemática, há um outro processo que é determinante nessa atividade. As condições sócio-históricas em que o desenvolvimento e a aprendizagem ocorrem são constitutivos dos sentidos elaborados pelo sujeito. Mas tratar da reconstituição e análise da atividade categorial na Matemática, moduladas no jogo das enunciações, auscultando sua determinação sócio-histórica, é uma outra empresa, passível de outras investigações.

A linguagem natural assim como a linguagem matemática compreendem elaborações de instrumentais de mapeamento da realidade e se fundamentam na constituição de sistemas de representação. A relação entre a linguagem natural e a linguagem matemática na constituição conceitual não se restringe à expressão de conceitos desses dois campos do conhecimento através da fala comum, em uma perspectiva simplista.

É lugar comum que a Matemática se vale da linguagem natural para externar seu conteúdo, ou do contrário seria apenas um discurso sem enunciado. O que se pretende destacar com este estudo é a essencialidade da relação que as vincula.

As investigações interessadas em compreender a gênese e natureza social do funcionamento do sujeito tomam a realidade social como constitutiva do individual,⁷⁰ e que postulam que essa determinação ocorre de maneira limitada.

70

GOES, M.C.R. Op. Cit.

A assumpção de que a ação do outro pode ser constitutiva mas limitadamente determinante do funcionamento do sujeito gera uma ambivalência que torna o esforço de interpretação nas investigações ora infrutífero, ora desconfortável.

O presente estudo toma a concepção da internalização como um processo pertencente a constituição do sujeito dentro do funcionamento intersubjetivo. Procurou-se em tarefas concretas, identificar pistas dos movimentos da internalização da linguagem e dos procedimentos do outro, no processo de elaboração do conhecimento matemático. A constituição do sujeito nesse ponto, foi assumida como sendo marcada pela reciprocidade da relação, como participação na criação do funcionamento do sujeito. Assim, um possível saldo deste estudo é também contribuir para o debate sobre alternativas metodológicas, que explicitem os processos de elaboração de internalização.

Do ponto de vista pedagógico, a elaboração conceitual na matemática, vem sendo tradicionalmente experimentada e desenvolvida enquanto um processo estritamente cognitivo e individual. Se por um lado, o aluno é solicitado a repetir os sentidos determinados pelo professor na formação de um conceito matemático, já que se trata de uma ciência exata e seu objeto de estudo não é afeito à conotatividade própria das demais Ciências, por outro lado, pode ser deixado à própria sorte, para construir os sentidos relativos a um dado conceito que, na verdade foram produzidos durante o processo histórico-cultural pela humanidade. Essas tendências parecem acreditar que toda forma de interação com o adulto no processo de conceitualização,

não interfere no desenvolvimento intelectual do aluno. Como consequência, os significados matemáticos tornam-se estabilizados, cristalizados, revelando a mesma lógica e as mesmas representações dessa lógica. A mediação da linguagem natural restringe-se à externalização de conceitos matemáticos prontos, definitivos que devem ser "adquiridos" ou de tarefas estruturadas para que o aluno sem auxílio, "construa" esses conceitos. Mero veículo de comunicação de uma mensagem, oblitera os sentidos em circulação e as possibilidades de apreensão dos dizeres emitidos.

A ação do professor, sua palavra participa da constituição dos modos de funcionamento intelectual do aluno. Esse processo ocorre no ponto de intersecção das interações professor/aluno. Se o professor interfere com os procedimentos psicológicos do aluno, envolvido na elaboração conceitual, o faz sobretudo através da palavra. Seu discurso, composto de múltiplos sentidos, sua ação preenchida de múltiplos significados configuram para o aluno, possíveis sentidos. Para que o professor possa expor-se à variedade dos sentidos que circulam em uma atividade conceitual, no sentido de apreendê-los e articulá-los na dinâmica das interlocuções, precisará não apenas conhecer, mas explicitar os possíveis significados, marcados nas suas produções e dos alunos. Precisarà utilizar a linguagem natural assumindo a co-participação e co-autoria da relação de ensino.

Anexo I

Roteiro Para Aplicação da Tarefa de Elaboração do Conceito Artificial

1_o - Esclarecimento inicial junto aos sujeitos, sobre o objetivo da atividade a ser desencadeada, utilizando argumentação compatível com o nível de entendimento de cada sujeito.

2_o - Rapport - conversa informal procurando saber nome, idade, escolaridade e experiências lúdicas do sujeito.

3_o - Apresentação do material da tarefa de elaboração do conceito artificial e proposição do problema.

4_o - Apresentar um bloco como modelo, chamando-o pelo nome afixado em sua base e informando que todas as peças possuem igualmente uma palavra que as identifique.

5_o - Solicitar ao sujeito que selecione dentre os blocos aqueles que são do tipo do modelo apresentado.

6_o - Apresentar as chaves para a resolução do problema gradativamente, através da identificação dos blocos escolhidos pelo sujeito.

7_o - Assim que o sujeito conseguir reunir os blocos pertencentes à classe do modelo apresentado, propor a conceituação de outro modelo e assim sucessivamente, até que as quatro classes de blocos sejam conceituadas.

8_o - Auxiliar com perguntas-guias quando o sujeito se mostrar inibido ou revelar-se incapaz de resolver a tarefa de maneira autônoma.

9o - Induzir, indiretamente, a apreensão das características essenciais de um modelo se o sujeito se mostrar incapaz de lidar com a tarefa independentemente, propondo, a seguir, a conceitualização de outro modelo.

10o - Solicitar a definição dos significados das palavras mediadoras da elaboração categorial em cada etapa do desenvolvimento da atividade.

11o - Sondar a opinião do sujeito sobre a atividade realizada.

Anexo II

1_g - Apresentação do material da tarefa de elaboração do conceito matemático.

2_g - Informar ao sujeito que se trata de uma tarefa semelhante à tarefa de elaboração do conceito artificial mas que sua resolução dependerá da formulação de novas hipóteses.

3_g - Apresentar a figura modelo, chamando-a pelo nome afixado em seu verso, e informar ao sujeito que todas as demais peças possuem igualmente uma palavra que as identifiquem.

4_g - Solicitar ao sujeito que selecione dentre todas as figuras, aquelas que são do tipo da classe do modelo apresentado.

5_g - Apresentar as chaves para a resolução do problema gradativamente, através da identificação das figuras já escolhidas pelo sujeito.

6_g - Assim que o sujeito conseguir reunir as figuras relativas à classe do modelo apresentado, propor a conceitualização de outro modelo e assim sucessivamente, até que as quatro classes sejam conceitualizadas.

7_g - Auxiliar com perguntas-guias quando o sujeito se mostrar inibido ou revelar-se incapaz de resolver a tarefa de maneira autônoma.

8_g - Incentivar indiretamente, a apreensão das características essenciais de um modelo, se o sujeito se mostrar incapaz de resolver a tarefa independentemente, propondo, a seguir, a conceitualização de outro modelo.

9_g - Solicitar a definição dos significados da palavra

mediadora da atividade conceitual em cada etapa da atividade categorial.

10o - Solicitar a opinião do sujeito sobre as atividades realizadas, no sentido de apresentar uma comparação em termos de grau de dificuldade entre ambas.

Bibliografia

- ALSTON, A. & MAHER, C. A. (1988) Effectiveness of Small Group Problem solving within Classroom settings. In : M. J. BEHR; C.B. LACAMPAGNE & M.M. WHEELER. (Eds). **Proceedings of the 10th Annual Meeting of the North American Branch of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** (pp. 206 - 213). Dekalb : Northern Illinois University.
- BALACHEFF, N. & LABORDE, C. (1988) Social Interactions for Experimental Studies of Pupils' Conception : Its Relevance for Research in Didactics of Mathematics. In : H.G. STEINER & A. VERMANDEL, (Eds.), **Proceedings of the Second Conference on the Theory of Mathematics Education.** (pp. 189-95). Bielefeld & Antwerpen : Universitat Bielefeld.
- BALDWIN, J. (1967) **Theories of Child Development.** New York : Wiley.
- BEAUDICHON, N. (1982) **La Communication Sociale chez L'Enfant.** Paris : Presses Universitaires de France.
- BERGERON, J.C. HERSCOVICS, N. (1988) The Kindergartners' Understanding of Discret Quantities. In : A. BORBAS, (ed.), **Proceedings of the 12th Internatinal Conference for the Psychology of Mathematics Education.** Vol. 1, pp. 162-69. Veszprém : Ferenc Genzwein, 00k.
- BISHOP, A. J. (1985) The Social Psychology Of Mathematics Education. In : L. STREEFLAND. **Proceedings of the Ninth Internacional Conference for the Psychology of Mathematics Education.** (Vol. 2, pp. 1-13). Utrecht : State University of Utrecht.
- BISHOP, A. J. (1989) **A Review of Research on Visualization in Mathematics Education.** Focus on Learning Problems in Mathematics, 11 (1 e 2), 7-16.
- BOLTON, N. (1972) **The Psychology of Thinking.** London : Methuen, pp.55-6.
- BOURBAKI, N. (1970) **Theorie Des Ensembles.** Paris : Hermann.
- BOYER, A. (1974) **História da Matemática.** São Paulo : Edgar Blucher.
- BRUNER, J. S.; GOODNOW, J.J. & AUSTIN, G. H. (1959) **A Study of Thinking.** New York : Wiley.

- CARPENTER, M. & MOSER, L. (1984) **The acquisition of Addition and Subtraction Concepts in grades One Through Three.** Journal for Research in Mathematics Education, 15, 179-202.
- CARPENTER, M.; BERGERON, H. & HERSCOVICS, E. (1989) **Evolution of Students' Conception : An Example from Addition and Subtraction.** In : M. CARRS. (ed) **Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematics Education.** Boston : Birkhauser.
- CARRAHER, T. N. (1986) **Na Vida Dez na Escola Zero.** Petrópolis : Vozes.
- CARRAHER, T. (Org.) (1987) **Aprender Pensando.** Petrópolis : Vozes.
- CHAPMAN, L. J. & CHAPMAN, J.P. (1959) **Athmosphere Effect Reexamined.** Journal Of Experimental Psychology, 58 : 220-26.
- COHEN, M. (1956) **Pour Une Sociologie du Langage.** Paris : Presses Universitaires de France.
- COLE, M. (1985) **The Zone of Proximal Development : Where Culture and Cognition Create each Other.** In : WERTSCH, J.V. (ed) **Culture, Communication and Cognition : Vygotskian Perspectives.** Cambridge : Cambridge University Press.
- CONROY, J. S. (1987) **Learning Language and Mathematics in Infants School.** Research to Mathematics Education in Australia. 2:203-212, Australia : University of Sidney.
- COONEY, A. (1985) **A Beginning Teachers' View of Problem Solve.** Journal of Research in Mathematics Education, 16 : 324-336.
- DAVIDOFF, V.V. & ANDRONOV, V.P. (1981) **Psychological Conditions of the Origins of ideal act.** In : **Soviet Psychology.** XIX (3) : 3-28.
- ELKIND, D. & FLAVELL, J. (1967) **Studies in Cognitive Development: Essays in Honor of Jean Piaget.** New York : Oxford University Press.
- FERNANDES, F. (1978) **Fundamentos Empíricos da Explicação Sociológica.** São Paulo : Livros Técnicos e Científicos.
- FIGUEIREDO, L.C. (1991) **Matrizes do Pensamento Psicológico.** Petrópolis : Editora Vozes.
- FLAVELL, J. (1976) **O Desenvolvimento de Conceitos.** In: P.H. Mussen (org.) **Manual de Psicologia da Criança.** (Vol. 6) São Paulo : Editora Universidade de São Paulo.

- FREITAG, B. (1984) **Sociedade e Consciência : Um Estudo Piagetiano na Favela e na Escola.** São Paulo : Editora Cortez.
- GELMANN, F. & GALLISTED, H. (1982) Basic Numerical abilities. In: R.J. STENBERG. (Ed) **Advances in Psychology of Human Intelligence.** (Vol. 1. pp.181-205). Hillsdale : Erlbaum.
- GILSON, C. & ABELSON, R. P. (1975) **The Subjective Uses of Inductive Evidences.** Journal of Personality and social Psychology. 2 : 301-10.
- GINSBURG, H. (1975) **Young Children's informal knowledge of mathematics.** Journal of Children's Mathematical Behavior, 1 (3), 63-156.
- GINSBURG, H. (1976) **Learning Difficulties in Children's Arithmetics : A clinical cognitive approach.** In : A. O. OSBORNE. (ed.) **Modes for Learning Mathematics.** Columbus : SMEAC/ERIC.
- GINSBURG, H. (1977). **The Psychology of Arithmetic Thinking.** Journal of Children's Mathematical Behavior, 1 (4), 1-89.
- GINSBURG, H. (1982) **Children's Arithmetics : The Learning Process.** Austin : Proo-ed.
- GOES, M. C. R. (1991)
- GOES, M. C. R. (1992) **Os Modos de Participação do Outro no Funcionamento do Sujeito.** I Conferência de Pesquisa Sócio-histórica. Madrid .
- GRANELL, G. R. (1987) **Procesos Cognoscitivos en la Aprendizaje de la Multiplicación.** In : G. SASTRE & M. MORENO. **La Pedagogia Operatória.** Barcelona : Editorial Gaia.
- GREENE, J. (1976) **Pensamento e Linguagem.** Rio de Janeiro : Zahar Editores.
- GRÖEN, V. (1978) **A Chronometric Analysis of Simple Addition.** Psychological Review, 79, 329-343.
- HEIDBREDER, B. (1946) **The Attainment of Concepts.** Journal of General Psychology, 35 : 173-89.
- HERSKOWITZ, R. (1989) **Visualization in Geometry : Two sides of the coin.** Focus on Learning Problems in Mathematics, 11 (1-2), 61-75.

- HERSHKOWITZ, R. & VINNER, S. (1987) The Role of Critical and Non-critical Attributes in the Concept-image of Geometrical Concepts. In: R. HERSKOWITZ, (Ed.), **Proceedings of the 7th International Conference for the Psychology of Mathematics Education.** (pp. 223-28) Rehovot : Weizmann Institute of Science.
- HOYLES, C. & NOSS, R. (1987) **Children Working in a Structured Logo Environment : From doing to Understanding.** Recherches en Didactique des Mathématique, 8 (1- 2), 131-174.
- HOZ, R.(1989) The Effects of Rigidity on the Solution of Geometrical Problems to Solve. In : D. Tall (ed.) **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology on Mathematical Education.** Warwick : Warwick University.
- HUNT, J. Mc V.(1961) **Intelligence and Experience.** New York : Ronald.
- HUNT, J. Mc V. (1963) **Piaget's Observations as a Source of Hypotheses concerning Motivation.** Merrill-Palmer Quart.
- INHELDER, B. (1962) Some aspects of Piaget's Genetic Approach to Cognition. In: W. KESSEN & C. KUHLMAN (eds.) **Thought in the Young Child.** Monogr.Soc.Res.Child Development.
- INHELDER,B.; BOVET, M. & SINCLAIR, H. (1974) **Développement et Apprentissage.** Rev. Suis. Psychol. 26, 1-23.
- JOFFE, V. & FOXMAN, P. (1986) **Factor affecting small group performance in problem solve.** London : University of London.
- JACKSON, L & COUTTS, J. (1987) Measuring Behavioral Success avoidness in Mathematics Dyadic Settings. In: J.C. BERGERON; N. HERSKOWITZ e C. KIERAN. (Eds), **Proceedings Of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education.** Vol.1 pp. 84-91. Montreal : Université de Montreal.
- KAMII, C. (1986) **A Criança e o Número.** São Paulo: Paz e Terra.
- KENDLER, H. H. & KENDLER, T. S. (1962) **Vertical and Horizontal Process in Problem Solving.** Psychology Review, 69: 1-16.
- KIERAN, C. (1990) The Early Learning of Algebra : A Structural Perspective. In : S. WAGNER & C.KIERAN. (Eds.) **Research Agenda for Mathematics Education.** Vol. 4, Hillsdale : Erlbaum.
- KILPATRICK, J. & WIRSZUP, I. (eds) (1969) **Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics.** Vol. 1-6. Stanford : School Mathematics Study Group.

- KILPATRICK, J. What Construtivism Might be in Mathematics Education. In : J. C. BERGERON; N. HERSCOVICS & C. KIERAN. (Eds.). **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education.** (Vol. 1, pp. 3-27). Montreal: Uniresité de Montréal.
- KORNER, S. (1974) **La Filosofia de la Matemática.** México : Veintuno Editora.
- KRUTETSKY, V. (1977) Algumas Características do Desenvolvimento do Pensamento nos Estudantes com Pouca Capacidade para as Matemáticas. In : A. R. LURIA et alii. **Psicologia e Pedagogia II.** Lisboa : Editorial Estampa.
- LABORDE, C. (1990) Language and Mathematics. In : P. NESHER & J. KILPATRICK. **Mathematics and Cognition.** Cambrigde : Cambrigde University Press.
- LEE, L. (1987) The Status and Understanding of Generalized Algebraic Statements by High School Students. In : J.C.BERGERON, N. HERSCOVICS & C. KIERAN. (Eds.) **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education.** (Vol.1, pp. 316-23) Montreal : Université de Montreal.
- LEITE, L. B.(1991) **As Dimensões Interacionista e Construtivista em Vygotsky e Piaget.** Cadernos Cedes (24) .
- LOVELL, K. (1959) A Follow up Study of Some Aspects od the Work of Piaget and nhelder on Child's Conception of Space. **British Journal of Education Psychology.** (29) 104-117.
- LURIA, A. R. (1987) **Pensamento e Linguagem: As Conférencias de Luria.** Porta Alegre : Artes Médicas.
- LURIA, A. R. (1988) **Desenvolvimento Cognitivo.** São Paulo : Icone.
- MACHADO, J. N. (1987) **Matemática e Realidade.** São Paulo : Editora Cortez.
- MACHADO, J. N. (1991) **Matemática e Língua Materna.** São Paulo : Editora Cortez.
- MENCHINSKAYA, N. A. (1969) The Psychology of Mastering Concepts. In: J. KILPATRICK e I. WIRSZUP. (ed) **Soviet Studies in the Psychology of Learnig and Teaching Mathematics.** Stanford: School Mathematics Study Group.

- MORANGE, D. (1985) Quelques Aspects des Fonctions du Langage dans la Résolution de Problèmes Additifs. **Séminaire de Didactiques des Mathématique et des L'informatique.** SDL-IMAG, Institute Fourier, Grenoble, Année, 1985-86, pp.3-38.
- MORF, A.; SMEDSLUND, J.; WIHN-BANG & WHOLWILL, J. L. (1959) **L'apprentissage des Structures Logiques.** Etude D'épistémologie Génétique. Vol. 9. Paris : Presses Universitaires de France.
- MOHRER, H. (1954) **Learning Theory and the Symbolic Processes.** Wiley, Nova York.
- NESHER, P. & KILPATRICK, J. (1990) **Matematics and Cognition: a Research - Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Cambrige : Cambrige University Press.
- OLERON, P. (1978) **Langage et Développement Mental.** Brussels: Pierre Mardaga Editeurs.
- OSGOOD, J. (1963) **On Understanding and Creating Sentences.** American Psychologist 18 : 735-51.
- PASCUAL-LEONI, J. & BOVET, M. C. (1970) **L'apprentissage de la Quantification de L'Indusion et la Théorie Opératoire.** Acta.Psychol. 1966, 25, 334-356.
- PIERCE, C. (1972) **Semiótica e Filosofia.** São Paulo, Cultrix.
- PENNA, A. G. (1974) **Introdução à História da Psicologia Contemporânea.** Rio de Janeiro Zahar eds. .
- PENNA, A. G. (1984) **Introdução a Psicologia Cognitiva.** São Paulo, EPU. .
- PERROT, J. (1970) **La Linguistique.** Paris: Presses Universitaires de France.
- PIAGET, J & INHELDER, B. (1967) **Psychologie de L'Enfant.** Paris, PUF.
- PIMM, D. (1987) **Speaking Mathematically : Communication in the Mathematics classroom.** London : Routledge & Segan Paul.
- PIRIE, S. & SCHWARZENBERGER, R. (1988) **Mathematical Discussion and Mathematical Understanding. Educational Studies in Mathematics,** 19, 459-70.

- PUTNAM, R. T.; LESGOLD, S. B.; RESNICK, L. B. & STERRET, S. G. (1987) Understanding Sign Change Transformation. In: C. BERGERON, N. HERSCOVICS, C. KIERAN (eds.) **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics**. Vol. 1, pp 338-344. Montreal: Université de Montreal.
- RECTOR, M. & YUNES. E. (1983) **Manual de Semântica**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico.
- RESNICK, L. B. & NELSON-LE GALL (1987) Meaning Construction in Mathematical Problem Solving. In J. C. BERGERON; N. HERSCOVITS & C. KIERAN (Eds.), **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Vpl.3, pp. 215-220. Montreal: Université de Montreal.
- ROMBERG, T. A. (1987) **The Monitoring of School Mathematics: Background Papers**. Madison: University of Wisconsin.
- SAPIR, E. (1980) **A Linguagem**. São Paulo : Editora Perspectiva.
- SASTRE, G.; BASSEDAS, M.& SELLARES, R. (1987).Gênesis de la Representación Gráfica del Aumento y la Disminución de Cantidades. In : SASTRE, G. & MORENO, M. **La Pedagogia Operatória**. Barcelona : Editorial Gaia (pp. 105-128).
- SASTRE, G. & MONSERRAT, M. (1987) **La Pedagogia Operatória**. Barcelona : Editorial Gaia.
- SIEGLER, R. S. & SHRAGER, J. (1984)Strategy Choice in Addition and Subtraction : How do Children Know What to Do ? In : C. SOPHIAN (ed.) **Origins of Cognitive Skills**. Hillsdale : Erlbaum (229-94).
- SINCLAIR, A.; SIEGRIST, F. & SINCLAIR, H.(1983) Young Children's Ideas about the Written Number System. In : D. Rogers & J. SLOBADA (Eds.) **The Acquisition of Symbolic Skills**. (pp. 535-542). New York : Plenum.
- SHARAN, S.; HARE, P. WEBB, C. D. & HERST-LAZAROWITZ, R.(1980) **Cooperation in Education**. Provo : Brigham Young University Press.
- SKINNER, B. F. (1969)**Contingencies of Reinforcement**. New York : Appleton Century Crofts.
- SMOLKA, A.L.B.(1991) **A Prática discursiva na Sala de Aula: Uma Perspectiva Teórica e um Esboço de Análise**. Cadernos Cedes (24). Campinas : Cortez Editora.

- TFOUNI, L. V. (1988) **Adultos Não Alfabetizados : O Averso do Averso**. Campinas : Pontes, (pp.29-38).
- THOMPSON, A. (1982) **Teachers' Conception of Mathematics and Mathematics Teaching : Three Cases Studies**. Tese de Doutorado não publicada, Universidade da Georgia.
- VAN HIELE, P. M. & VAN HIELE-GELDOF, D.(1958). A Method of Initiation into Geometry. In : H. FREUDENTHAL (Ed.), **Report on Methods Initiation into Geometry**. Groniegen : Walters.
- VAN HIELE, P. M. (1987) **A Method to Facilitate the Find to Levels of Thinking in Geometry by using the Levels in Arithmetics**.Conference on Learning and Teaching Geometry, Syracuse University, New York.
- VERGNAUD, G.(1981) **L ' Enfant, La Mathematique et La Realité**. Bern : Peter-Lang.
- VERGNAUD, G. (1987) About Construstivism. In : J. C. BERGERON; N. HERSCOVICS & C. KIERAN. **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics**. Montreal : Université de Montreal.
- VYGOTSKY. L.S. (1984) **A Formação Social da Mente**. São Paulo : Martins Fontes.
- VYGOTSKY, L. S. (1989) **Pensamento e Linguagem**. São Paulo : Martins Fontes.
- VYGOTSKY, L. S.; LEONTIEV, A. N.;LURIA, A. R. et alii.(1977) **Psicologia e Pedagogia- Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento**. Lisboa : Editorial Estampa.
- WASON, P. C. (1968) On the Failure to Eliminate Hipotheses : a second Look. In : P. C. WASON & P. N. JOHNSON- LAIRD (Eds.), **Psychology of Reasoning**. London : Batsford.(pp. 66-73).
- WASON, P. C. & JOHNSON-LAIRD, P. N. (Eds.), (1972) **Psychology of Reasoning**. London: Batsford.
- WERTSCH, J. V. (Ed.), (1985) **Culture, Communication and Cognition**. Cambridge : Cambridge University Press.
- WHEELER, D. (1987) The World Of Mathematics : Dream, Myth or Reality ? In : J. C. BERGERON, N. HERSCOVICS & C. KIERAN. **Proceedings of the 11th Internatinal Conference of the Psychology of Mathematics Education**. (Vol. 1, pp. 42-54) Montreal : Université de Montreal.

YACKEL, E. (1987 O A Year in the Life of a Second Grade Class: Small Group Perspective. In : J. C. BERGERON, N. HERSCOVICS, C. KIERAN. (Eds.), **Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Vol. 3, pp. 208-214. Montreal : Université de Montréal.

ZANKOV, L. V. (1977) Combinações de Meios Verbais e Visuais no Ensino. In : A.R.LURIA, LEONTIEV et alii. **Psicologia e Pedagogia II**. pp. 99-122. Lisboa : Editorial Estampa.