



**ANAIS**  
*Trabalhos completos*  
*I Simpósio Brasileiro de*

# *Psicologia da Educação Matemática*

Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática  
*Sociedade Brasileira de Educação Matemática*



Universidade Tuiuti do Paraná  
Centro de Pós-Graduação, Pesquisa e Extensão – CEPPE  
Setor de Editoração  
Coordenadora do Setor de Editoração: Prof.ª Mestre Sandra Fischer  
Consultor Interno: Prof. Dr. Geraldo Carlos do Nascimento  
Revisor da Língua Portuguesa: Prof. Dr. Sebastião Cherubim  
Assessora Administrativa: Prof.ª Mestre Elisabeth Lavalle Farah Silva  
Produção Gráfica: Prof. Renato Bertão e Prof.ª Haydée Silva  
Secretária: Nicole do Nascimento Santos

#### Catálogo na fonte

Biblioteca Sydney Antônio Rangel Santos da Universidade Tuiuti do Paraná

S612 Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática  
(1. : 2002 : Curitiba)  
Anais : trabalhos completos/ Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática; [organizadores]: Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. --- Curitiba : UTP, 2002.  
240 p.  
1. Matemática - Psicologia. 2. Matemática - Estudo e ensino. I. Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática. II. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. III. Universidade Federal do Paraná. IV. Universidade Tuiuti do Paraná. V. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. VI. Título.  
CDD - 510.7

## Sumário

### Simpósio 1: Pesquisa em psicologia da educação matemática

- 15 O "pensar em voz alta" como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática  
*Márcia Regina F. de Brito*  
37 Auto-estima e desempenho em matemática: uma contribuição ao debate teórico-metodológico acerca das relações entre cognição e afetividade  
*Jorge Tarcísio da Rocha Falcão e Izabel Harzin*  
51 Zona de desenvolvimento proximal como campo simbólico-temporal: aproximações de um modelo teórico e aplicações para o ensino da matemática  
*Luciano Meira*

### Simpósio 2: A dinâmica e o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático: uma análise do conceito de divisão

- 61 Definindo a divisão e resolvendo problemas de divisão: as múltiplas facetas do conhecimento matemático  
*Síntia Labres Lautert e Alina Galvão Spinillo*  
71 A influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de cálculo oral utilizados por crianças  
*Jane Correa*  
81 Das estruturas aditivas para as multiplicativas na iniciação matemática. Aprender a repartir e a repetir grandezas equivalentes  
*Maria Lucia Faria Moro*

### Simpósio 3: Argumentos e provas na produção de matemática: mídias e aprendizagem

- 97 Argumentação e provas no ensino de matemática  
*Lilian Nasier e Lúcia Tinoco*  
107 A geometria no ensino fundamental: concepções de professores de matemática  
*Saido Ag Almouloud*  
131 Tecnologia, corpo, linguagem: cognição  
*Janete Bolite Frant*

## O "pensar em voz alta" como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática

Márcia Regina F. de Brito

Departamento de Psicologia Educacional da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas

### Resumo

O texto apresenta um histórico do surgimento e do uso da técnica de "pensar em voz alta" na psicologia e, em particular, na psicologia da educação matemática. Algumas pesquisas sobre solução de problemas matemáticos têm-se beneficiado dos recursos proporcionados por esta técnica. O "pensar em voz alta" permite ao pesquisador coletar dados de caráter mais "qualitativo" que, somados aos aspectos quantitativos, permitem a elaboração de protocolos bastante completos e, em consequência, uma melhor compreensão dos procedimentos de solução. Na parte final do texto são apresentados alguns exemplos, extraídos de protocolos de alguns dos estudos realizados pelo grupo de psicologia da educação matemática (PSIEM-FE-UNICAMP), além de algumas considerações sobre a importância e extensão do método, bem como a utilidade e aplicação da técnica de "pensar em voz alta".

O presente trabalho é uma síntese de um artigo mais amplo, que está sendo elaborado com os objetivos de: apresentar um histórico do surgimento e do uso da técnica de "pensar em voz alta" na psicologia e, em particular, na psicologia da educação matemática; apresentar um levantamento de algumas pesquisas publicadas que empregaram esse método e as diferenças no emprego; apresentar alguns protocolos de estudos realizados pelo grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática que empregaram a referida técnica e que fornecem algumas pistas sobre a maneira de elaborar os protocolos.

A análise da literatura a respeito do uso de protocolos verbais e do método de pensar em voz alta mostra que os precursores do método foram: Alfred Binet; E. Claparède (1945); Karl Duncker (1948); A. Newell; J.

C. Shaw e H. A. Simon (1958); V. A. Krutetskii (1956-1970) e mais recentemente, K. A. Ericsson e H. A. Simon, autores do livro *Verbal report as data* de 1984, considerado um clássico sobre o tema. O livro de Van Someren; Barnard e Sandberg (1994) que trata exclusivamente do método de pensar em voz alta é indispensável para aqueles que se dispõem a estudar a solução de problemas através da análise de protocolos.

De acordo com Resnick e Ford (1990, original em inglês datado de 1981) embora os estudos sobre tempo de reação tenham fornecido bons resultados para a compreensão dos fenômenos psicológicos relacionados às tarefas matemáticas simples, não ocorre o mesmo quando o objeto de investigação está relacionado às tarefas mais complexas. Para tanto, os investigadores usam a análise de protocolos, pois estes permitem perceber os procedimentos mais complexos que estão sendo usados pelos sujeitos. Resnick e Ford (1990, p. 107) chamaram de protocolo ao registro completo de todas as atividades de um sujeito ao solucionar um conjunto de problemas e este conjunto de dados é analisado na tentativa de descobrir invariantes ou *padrões regulares do comportamento*. Essas autoras apontaram alguns passos que devem ser seguidos por aqueles que desejam utilizar a análise de protocolos. O pesquisador precisa registrar, com a maior riqueza possível de detalhes, o que o sujeito faz durante a solução, podendo incluir: gestos, expressão facial, tempo gasto entre uma ação e outra. Além disso, em ordem cronológica de ocorrência, devem ser registradas as representações gráficas, as tentativas de solução (incluindo as que não levam à solução), as anotações escritas, além dos comentários orais. Ainda de acordo com Resnick e Ford (pp.107-108) o protocolo incluiria ainda o registro dos pensamentos da pessoa enquanto tenta solucionar o problema, atendendo a um pedido do experimentador para "pensar em voz alta", explicitando os procedimentos de solução:

*...Este pensamento verbalizado passa a fazer parte do protocolo total, em um registro com indicação do tempo ao qual é associado aos movimentos físicos e outras ações relacionadas com a solução.*

*É importante notar que o "pensar em voz alta" não é mais que um dos aspectos do protocolo total; não tendo um valor especial sobre os demais aspectos. Antigamente a Psicologia acreditava que as interpretações que os sujeitos davam às próprias ações eram uma prova direta daquilo que realmente faziam. Hoje, os protocolos que se baseiam no pensar em voz alta não pressupõem que os sujeitos "sabem" o que estão*

*fazendo; mas podem compartilhar com o experimentador uma parte daquilo que aparece, na parte consciente de sua mente, enquanto trabalha. A tarefa do pesquisador é utilizar esta informação junto com as observações mais objetivas, para dar forma a uma explicação do verdadeiro processo de solução de problemas.*

Ericsson e Hastie (1994, p. 46), em um artigo onde descreveram o surgimento e evolução dos estudos sobre o pensamento e a solução de problemas por sujeitos humanos, afirmaram que o ponto central da teoria do processamento humano da informação é que os processos cognitivos e o pensamento podem ser descritos como uma seqüência de estágios, cada um deles definido por uma quantidade limitada de informação ativa na atenção (*memória de curto prazo*). Cada estágio fornece as condições para o surgimento e processamento da informação no estágio seguinte. Ainda de acordo com esses autores, o "pensar em voz alta" seria a técnica mais adequada para acessar o processamento de informações durante a solução de problemas. Enfatizaram que a teoria do processamento humano da informação faz predições a respeito de comportamentos observáveis (*movimentos dos olhos e relatos verbais*) que fornecem pistas sobre o que o sujeito está pensando.

Referindo-se ao modelo de verbalização do pensamento, desenvolvido por Herbert Simon e K. Anders Ericsson e que está descrito no texto *Verbal report as data* (1994), Ericsson e Hastie (1994) apontaram que os sujeitos verbalizam seus pensamentos à medida que recebem instruções para prestar atenção naquilo que estão pensando e colocar em palavras os procedimentos que estão desenvolvendo. Esses autores (p.46-47) destacaram as vantagens deste método no estudo do pensamento durante a solução de problemas, afirmando que *esses relatos verbais fornecem um registro "denso" do pensamento mediano o surgimento da solução*. Os relatos verbais são o único tipo de dados que permitem aos pesquisadores monitorar os conteúdos da informação acessada da memória de longo prazo, os quais poderiam não corresponder à informação perceptualmente disponível.

De acordo com Ericsson e Simon (1984) os protocolos verbais podem ser obtidos através do método de pensar em voz alta durante o processamento da informação. O "pensar em voz alta" não deve ser confundido com o "falar em voz alta", pois este último refere-se apenas à descrição das ações que estão sendo executadas, seria relativo ao "falar para o outro" e não descreveria os complexos procedimentos de alto nível que ocorrem durante o processo de solução, isto é, não revelaria os intrincados "nós" que atam uma seqüência de pensamento a outra.

Para esses autores, a ocasião em que o sujeito é solicitado a dar as informações e a maneira através da qual estas vão ser obtidas, vai caracterizar o tipo de protocolo verbal. Assim temos: a) pensar em voz alta: os dados são coletados durante o processamento da informação; b) investigação concorrente: os dados são obtidos quando as informações ainda estão disponíveis na memória de curto prazo; c) investigação retrospectiva: quando o sujeito, após completar a tarefa, é solicitado a descrever em voz alta ou a escrever, usando lápis e papel e de maneira a mais detalhada possível, sobre o modo de operar, como pensou para solucionar o problema apresentado a ele.

Ainda conforme apontado por Anderson e Simon (1984) o método de "pensar em voz alta" inclui relatar verbalmente quatro elementos: as intenções, as cognições, o planejamento e a avaliação. Cada um desses elementos refere-se especificamente aos seguintes componentes:

- *intenções*: objetivos, passos futuros e razões da escolha dos procedimentos: "preciso", "quero", "devo", "tenho de", "vou";
- *cognições*: atenção e situação, presença e verbalização imediata;
- *planejamento*: "se x então y". Quais são as questões inferenciais que aparecem na mente.
- *avaliação*: "não", "sim", "isso mesmo", "não é isso", "pronto".

O pensar em voz alta é um método que consiste em solicitar aos sujeitos que verbalizem o que estão pensando, isto é, que pensem em voz alta enquanto estão solucionando um problema sendo que os protocolos verbais resultantes são analisados posteriormente. De acordo com Someren, Barnard e Sandberg (1994) este seria o método mais adequado e direto a ser usado quando o pesquisador deseja obter insight a respeito do conhecimento humano e dos métodos usados pelos indivíduos durante a solução de problemas. O método pode ser usado por psicólogos ou outros cientistas sociais que desejam conhecer mais sobre os processos cognitivos.

O uso desse método é de grande relevância na pesquisa em educação matemática, principalmente nas tarefas de solução de problemas. Nestes casos, o indivíduo é solicitado a verbalizar, enquanto soluciona um problema, descrevendo, da forma mais precisa possível, os procedimentos que usa e as escolhas que faz, enfim, todas as relações e interconexões de pensamento que estão disponibilizadas durante a solução. Essa solicitação é repetida, se necessário, durante todo o processo, finalizando apenas quando é encontrada e

avaliada a solução do problema; isso é feito de forma a encorajar o sujeito a relatar, de maneira precisa, os procedimentos que está executando. No método de "pensar em voz alta" o experimentador deve levar o sujeito a explicitar o que ele/a está tentando fazer; quais confusões ou dúvidas, em relação ao problema, estão surgindo; quando tomam uma decisão, qual é a expectativa sobre o que vem a seguir; tentar incentivar as verbalizações, através de perguntas que busquem esclarecer as relações estabelecidas entre os procedimentos.

Claparède (1934, *in* Miller e outros) foi o primeiro a apontar os aspectos positivos e negativos do método "pensar em voz alta". Esse autor considerou as seguintes vantagens e desvantagens:

- *aspectos positivos*: poder falar enquanto está envolvido na tarefa (no presente caso, na tarefa matemática); poder comentar o que está fazendo, o que está procurando, qual a intenção ao realizar uma determinada operação; poder informar qual (is) objeto(s) prende sua atenção, além de fornecer uma grande quantidade de informação sobre detalhes do processo de pensamento.
- *aspectos negativos*: a tarefa de falar em voz alta pode inibir o processo de pensamento ou torná-lo mais lento; pode fazer o processo de pensamento parecer mais ordenado e coerente do que realmente é; os referentes para algumas verbalizações não são claros; o sujeito pode ficar em silêncio no momento que o experimentador mais quer que ele fale.

Além destes aspectos, Krutetsky (1976) enumerou outros que poderiam ser adicionados a essa lista. As dificuldades enumeradas por esse autor têm surgido também nos estudos que usam a técnica de pensar em voz alta e têm crianças e adolescentes como sujeitos desenvolvidos pelo PSIEM (Brito, 1996; Utsumi, 2000 e Lima, 2001). Em primeiro lugar, a falta de familiaridade com a tarefa e a dificuldade de compreensão daquilo que é esperado que ele faça pode gerar desconforto e ansiedade, podendo levar o sujeito a distorcer a realidade. Em segundo lugar, aparece a influência do ensino escolarizado; na sala de aula, o estudante é, freqüentemente, solicitado a encontrar a solução de problemas, isto é, ele precisa mostrar como uma solução foi encontrada. A criança é treinada a explicar os algoritmos mais simples e quando o experimentador solicita a ela que expresse o pensamento em voz alta ela entende como uma "solução para os outros" e não como uma explanação a respeito da maneira como está buscando, relacionando e processando a in-

formação. Essa segunda dificuldade está presente, principalmente, nas crianças mais velhas, pois elas entendem que estão sendo solicitadas a descrever exaustivamente as operações que realiza para chegar a um resultado. Em terceiro lugar, muitos sujeitos passam a emitir juízos de valor sobre o próprio pensamento ou sobre o problema e isso também vai funcionar como um obstáculo que impede a expressão do procedimento. Em quarto lugar, pode ser verificado que o "automatismo mental" que permite ao indivíduo pensar utilizando estruturas abreviadas de pensamento também pode produzir verbalizações resumidas.

Algumas pesquisas sobre solução de problemas matemáticos têm-se beneficiado dos recursos proporcionados por esta técnica. Muitas vezes, durante a solução de problemas, o pesquisador que usa apenas a observação ou apenas a correção das respostas de uma prova, pode deixar de anotar procedimentos que são extremamente importantes para a compreensão dos procedimentos de solução. Isso ocorre porque os passos adotados na solução, na maioria das vezes, não são claramente expressos e escapam da observação. Além disso, a maioria dos problemas da matemática escolar é solucionada com a utilização de lápis e papel e o pesquisador e/ou professor dispõe apenas de algumas representações gráficas e da resposta final, perdendo aspectos importantes como a comparação com o conhecimento anterior, a análise das possibilidades de solução, a escolha da solução mais adequada, etc..

O meu interesse no método de pensar em voz alta surgiu durante o desenvolvimento de uma pesquisa sobre solução de problemas (Brito, 1976) na qual, estudantes universitários dos cursos de graduação em matemática e física, após solucionarem um problema, extraído do estudo de Saugstad e Raaheim de 1960 (in Wason e Johnson-Laird, 1972) eram submetidos a uma investigação concorrente. O problema apresentado envolvia a mudança funcional de objetos, isto é, através de um teste de disponibilidade, buscava-se analisar se a função dos objetos necessários à solução era determinada pelo contexto específico da situação ou por uma ampla variedade de situações. Os sujeitos, tanto do grupo experimental quanto do grupo controle, eram solicitados, após a conclusão da tarefa, a descrever como haviam pensado para escolher os procedimentos e chegar à solução do problema apresentado. Os protocolos deste estudo de investigação concorrente, foram obtidos imediatamente após o sujeito completar a tarefa, quando as informações

ainda estavam na memória de curto prazo. Entretanto, esses protocolos mostraram que o estudante não fazia referências a alguns procedimentos, parecendo "esquecer" várias escolhas de procedimentos que haviam sido feitas.

O método de pensar em voz alta permite ao pesquisador coletar dados de caráter mais "qualitativo" que, somados aos aspectos quantitativos, permite a elaboração de protocolos bastante completos e, em consequência, uma melhor compreensão dos procedimentos de solução.

A partir do momento que o indivíduo compreende o enunciado verbal do problema que está buscando solucionar, ele penetra na estrutura matemática do mesmo e, a partir daí, elabora uma representação. Nesse momento, é formado o espaço de solução do problema. O espaço de solução de um problema refere-se ao conjunto de todas as operações possíveis a partir do estado inicial do problema, buscando encontrar uma ou mais soluções, o estado final desejado. E as operações que o sujeito realiza sobre as informações obtidas no enunciado do problema dependem das estratégias, utilizadas pelo sujeito, na busca de soluções. Krutetskii (1976, p. 350) propôs um modelo de estrutura das habilidades matemáticas, cujos componentes podem ser evidenciados durante a solução de problemas matemáticos. Esse modelo tem sido utilizado em vários estudos desenvolvidos pelo grupo de Psicologia da Educação Matemática (PSIEM) da FE-UNICAMP. A cada etapa da solução, emerge um conjunto de habilidades derivadas ou decorrentes da tarefa proposta. São apresentadas, a seguir, as etapas descritas por esse autor e as habilidades relativas a cada uma delas.

1. *Obtenção da informação matemática*: Refere-se à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema. Essa habilidade está diretamente relacionada à habilidade verbal e é essencial para que o sujeito consiga "descobrir" a estrutura matemática do problema (Brito, Fini e Neumann, 1994).
2. *Processamento da informação matemática*, que compreende as seguintes habilidades: a. habilidade para pensar logicamente na área das relações espaciais e quantitativas, números e símbolos alfabéticos e à habilidade para pensar em símbolos matemáticos; b. habilidade para generalizar de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações; c. habilidade para 'resumir' os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além da habilidade para pensar através de

estruturas reduzidas; d. flexibilidade dos processos mentais na atividade matemática; e. inclinação pela clareza, simplicidade, economia e racionalidade da solução; f. habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático).

3. *Retenção da informação matemática:* Refere-se à existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordagem).
4. *Componente geral sintético:* Refere-se à existência de um tipo de "mente" matemática.

Todos esses componentes, evidenciados durante as etapas da solução de um problema matemático são interdependentes, formando um emaranhado complexo e de difícil acesso. Krutetskii (1976, p. 351) descreveu estes componentes como *altamente inter-relacionados, um influenciando o outro e formando, no conjunto, um sistema integrado único, característico da síndrome do talento matemático, a qualidade matemática do pensamento*. Dada essa complexidade e pelo fato de formar um sistema integrado e profundamente entrelaçado, o acesso a esse tipo de pensamento é bastante difícil. Nos testes tipo "lápiz e papel", o resultado, em termos de análise de pensamento, é restrito, sendo possível verificar apenas o desempenho; nessa maneira de analisar o pensamento durante a solução de problemas, os processos internos, isto é, as intenções, os objetivos, o planejamento e a avaliação são, de certa forma, perdidos.

Um exemplo dado por Bigge e Hunt (1968) ilustra essa dificuldade. Suponhamos que um indivíduo seja colocado frente à representação gráfica  $\sqrt{\text{bola}^2}$  e responde que a resposta é "bola". Como esse sujeito sabia que a resposta era "bola"? O sujeito já havia sido, anteriormente, solicitado (a) a encontrar a raiz quadrada de bola ou visto raiz quadrada e bola juntos? De acordo com Bigge e Hunt (1968) se a resposta a essa pergunta for "não" e o sujeito der a resposta "bola" significa que ele teve um "insight" do problema. Talvez ele nunca tenha transformado um insight em palavras, mas sabia que:

$$\sqrt{x^2} = x \text{ e } \sqrt{4^2} = 4 \text{ (quando } x \geq 0 \text{)}$$

Se, ao solucionar o problema  $\sqrt{\text{bola}^2}$  o sujeito fosse solicitado a pensar em voz alta, poderia mostrar um insight, obtido a partir do seguinte

princípio geral:

*A raiz quadrada de qualquer coisa elevada ao quadrado é essa "coisa".*

Por outro lado, o sujeito pode ter simplesmente decorado que:

*A raiz quadrada de uma quantidade elevada ao quadrado é essa mesma quantidade. Embora isso não assegure que o sujeito vá conseguir dar a resposta "bola".*

Pelo exposto, pode-se perceber que uma maneira mais adequada de acessar o pensamento complexo (de alto nível ou de ordem superior), seria através de uma técnica que permitisse ao pesquisador verificar as intenções, as cognições, o planejamento e a avaliação da solução.

É esperado que o conjunto de habilidades que são exigidas para a solução de um dado problema, mostre-se durante cada etapa da solução. Quando o sujeito relata o que está pensando, como está procedendo, porque está procedendo daquela maneira, qual objetivo está buscando, possibilita a emergência de um conjunto de habilidades derivadas ou decorrentes da tarefa proposta.

Outro tipo de pesquisa que pode beneficiar-se da técnica de pensar em voz alta e do uso de protocolos verbais seria aquela referente à transferência na solução de problemas. A transferência depende de uma atividade de síntese do pensamento que compara os problemas (ou elementos de um problema) e os incorpora como uma única e mesma atividade, traduzindo a solução para um esquema geral, sendo os procedimentos empregados e a solução encontrada, retidos, por um período curto, na memória de curto prazo e, depois, incorporados na memória de longo prazo através de um processo de subsunção.

Nunokawa (1997) usou a técnica do pensar em voz alta quando analisou a transferência de problemas matemáticos mais simples (subproblemas) para problemas mais complexos, tendo como sujeitos dois estudantes de pós-graduação da área de educação matemática. Partiu do pressuposto de que os sujeitos poderiam usar a solução dos subproblemas, que eram mais simples, para chegar à solução dos problemas mais complexos, transferindo a aprendizagem. Analisou as gravações (áudio e vídeo) e os registros escritos das soluções de problemas examinando como estes usavam as soluções de

subproblemas para solucionar problemas originais mais complexos. Observou que os dois estudantes testados apresentaram dificuldade para utilizar essa estratégia, embora as soluções encontradas para os subproblemas fornecessem pistas para a solução do problema original, pois os sujeitos percebiam a importância de alguns elementos da situação mais complexa e prestavam mais atenção às informações da situação original.

Lima (2001), em uma pesquisa onde utilizou o método de pensar em voz alta, apresentou a alunos de quinta e sexta séries, o seguinte problema (extraído do protocolo do sujeito 1, com onze anos e onze meses, gênero feminino, aluna da sexta série do período matutino).

Metade de um terreno da escola é ocupado por árvores, 50% do restante por uma horta e a área restante (0,3 hectares) por flores. Qual é a área do terreno da escola? (problema 1 da série XV do teste aritmético)

(Comentários do experimentador): No teste aritmético, S1 começou muito animada, pois quando leu o primeiro problema viu que era capaz de resolvê-lo:

- S1: Esse tipo de problema eu sei!
- E: E como você pretende resolvê-lo?
- S1: Vou fazer 1, 2 vezes 4. É isso.
- E: Você tem certeza que é assim?
- S1: Tenho. Este problema é de livro.
- E: O que é problema de livro?
- S1: É problema que tem nos livros de matemática que eu já usei.
- E: Tá! E aí quanto deu?
- S1: Deu 1,2 hectares. O que é hectares?
- E: É uma unidade de medida, como o m<sup>2</sup>, o alqueire.
- S1: Ah!

De acordo com a informação contida no protocolo, tratava-se de um sujeito que não verbalizava facilmente e a experimentadora precisava, continuamente, interferir. O exemplo acima não fornece praticamente nenhuma informação a respeito do processamento de alto nível. Como S1 informa que sabe solucionar problemas desse tipo, pode-se inferir que ela já automatizou os procedimentos de solução, apresentando um "encurtamento" do processo de solução. Porém, protocolos deste tipo podem gerar interpretações

equivocadas, isto é, pode-se concluir que o sujeito aprendeu significativamente o problema quando, de fato, ele apenas memorizou (aqui é conveniente lembrar que os automatismos e a memorização são diferentes).

Um outro trecho, extraído do protocolo desta mesma aluna, quando solucionava um outro problema, permite verificar um aspecto negativo do uso do método de pensar em voz alta, pois o experimentador (provavelmente ansioso pelo fato de o sujeito permanecer em silêncio quando ele mais quer que ele fale) acaba inibindo o processo de pensamento, conforme mostrado a seguir:

- E: Sabe fazer este?
- S1: Vou tentar.
- E: O que é velocidade, G.?
- S1: Velocidade é o espaço dividido pelo tempo.
- E: E como você vai usar esta informação?
- S1: Ainda não sei, mas vou tentar achar o tempo, que é o que eu não sei.
- E: E você sabe como fazer?
- S1: Não, mas vou tentar!
- E: Só que eu preciso que você fale.
- S1: Se eu falar, não consigo fazer. E você fica falando e me atrapalha!!!

Embora seja desejável não interromper o sujeito quando ele está "pensando arduamente" ou chegando à solução, o experimentador pode, inadvertidamente, agir dessa maneira, perturbando o sujeito e interferindo no desenvolvimento dos procedimentos de solução, conforme mostra o trecho abaixo:

- E: Você leu direito o problema?
- S1: Li. Este é de fração. Eu aprendi fração o ano passado (5ª série).
- E: E o que você está pensando?
- S1: Eu vou primeiro transformar os 75% em fração. Olha aqui, vai dar  $\frac{3}{4}$ .
- E: E daí? O que você está pensando fazer?
- S1: Vou pegar os  $\frac{3}{4}$  e juntar com  $\frac{1}{5}$ . É isso dá  $\frac{19}{20}$ .
- E: E onde você acabou estes outros números (60 e 16)?
- S1: O sessenta é  $\frac{3}{4}$  da horta, o dezesseis é  $\frac{1}{5}$ .
- E: Mas como você sabe?
- S1: Eu sei, é assim.
- E: Mas eu preciso saber como você pensou para fazer isso.
- S1: Eu pensei na minha cabeça, não precisei de contas.



subproblemas para solucionar problemas originais mais complexos. Observou que os dois estudantes testados apresentaram dificuldade para utilizar essa estratégia, embora as soluções encontradas para os subproblemas fornecessem pistas para a solução do problema original, pois os sujeitos percebiam a importância de alguns elementos da situação mais complexa e prestavam mais atenção às informações da situação original.

Lima (2001), em uma pesquisa onde utilizou o método de pensar em voz alta, apresentou a alunos de quinta e sexta séries, o seguinte problema (extraído do protocolo do sujeito 1, com onze anos e onze meses, gênero feminino, aluna da sexta série do período matutino).

Metade de um terreno da escola é ocupado por árvores, 50% do restante por uma horta e a área restante (0,3 hectares) por flores. Qual é a área do terreno da escola? (problema 1 da série XV do teste aritmético)

(Comentários do experimentador): No teste aritmético, S1 começou muito animada, pois quando leu o primeiro problema viu que era capaz de resolvê-lo:

- S1: Esse tipo de problema eu sei!
- E: E como você pretende resolvê-lo?
- S1: Vou fazer 1, 2 vezes 4. É isso.
- E: Você tem certeza que é assim?
- S1: Tenho. Este problema é de livro.
- E: O que é problema de livro?
- S1: É problema que tem nos livros de matemática que eu já usei.
- E: Tá! E aí quanto deu?
- S1: Deu 1,2 hectares. O que é hectares?
- E: É uma unidade de medida, como o m<sup>2</sup>, o alqueire.
- S1: Ah!

De acordo com a informação contida no protocolo, tratava-se de um sujeito que não verbalizava facilmente e a experimentadora precisava, continuamente, interferir. O exemplo acima não fornece praticamente nenhuma informação a respeito do processamento de alto nível. Como S1 informa que sabe solucionar problemas desse tipo, pode-se inferir que ela já automatizou os procedimentos de solução, apresentando um "encurtamento" do processo de solução. Porém, protocolos deste tipo podem gerar interpretações

equivocadas, isto é, pode-se concluir que o sujeito aprendeu significativamente o problema quando, de fato, ele apenas memorizou (aqui é conveniente lembrar que os automatismos e a memorização são diferentes).

Um outro trecho, extraído do protocolo desta mesma aluna, quando solucionava um outro problema, permite verificar um aspecto negativo do uso do método de pensar em voz alta, pois o experimentador (provavelmente ansioso pelo fato de o sujeito permanecer em silêncio quando ele mais quer que ele fale) acaba inibindo o processo de pensamento, conforme mostrado a seguir:

- E: Sabe fazer este?
- S1: Vou tentar.
- E: O que é velocidade, G.?
- S1: Velocidade é o espaço dividido pelo tempo.
- E: E como você vai usar esta informação?
- S1: Ainda não sei, mas vou tentar achar o tempo, que é o que eu não sei.
- E: E você sabe como fazer?
- S1: Não, mas vou tentar!
- E: Só que eu preciso que você fale.
- S1: Se eu falar, não consigo fazer. E você fica falando e me atrapalha!!!

Embora seja desejável não interromper o sujeito quando ele está "pensando arduamente" ou chegando à solução, o experimentador pode, inadvertidamente, agir dessa maneira, perturbando o sujeito e interferindo no desenvolvimento dos procedimentos de solução, conforme mostra o trecho abaixo:

- E: Você leu direito o problema?
- S1: Li. Este é de fração. Eu aprendi fração o ano passado (5ª série).
- E: E o que você está pensando?
- S1: Eu vou primeiro transformar os 75% em fração. Olha aqui, vai dar  $\frac{3}{4}$ .
- E: E daí? O que você está pensando fazer?
- S1: Vou pegar os  $\frac{3}{4}$  e juntar com  $\frac{1}{5}$ . É isso dá  $\frac{19}{20}$ .
- E: E onde você acabou estes outros números (60 e 16)?
- S1: O sessenta é  $\frac{3}{4}$  da horta, o dezesseis é  $\frac{1}{5}$ .
- E: Mas como você sabe?
- S1: Eu sei, é assim.
- E: Mas eu preciso saber como você pensou para fazer isso.
- S1: Eu pensei na minha cabeça, não precisei de contas.

problema 1E; se o aluno, novamente, não conseguisse resolver, era apresentado o problema 1B e em seguida o 1E, e assim sucessivamente. A seqüência de apresentação era E, A, E, B, E, C, E, D, E. A série era interrompida quando o sujeito resolvia o problema E. Se, mesmo após ter passado por todos os problemas da série, o sujeito não conseguisse resolver o problema E, ele era, então, solicitado a resolver uma série mais fácil. Quando o sujeito solucionava a série proposta, passava imediatamente para uma série mais difícil.

Os problemas desta série são aplicados com o objetivo de identificar a passagem do pensamento aritmético para o algébrico. Foi pedido a eles que pensassem em voz alta durante a solução e as verbalizações foram gravadas. Foi marcado o tempo gasto em cada um dos problemas. O experimentador acompanhava a solução, usando uma folha de observação, onde eram anotados os comportamentos emitidos pelos sujeitos durante a execução da tarefa, que era realizada em uma única sessão individual. Ao término da coleta de dados, foram montados os protocolos, que contêm as observações sobre o comportamento do sujeito, o tempo gasto, as diversas tentativas de solução, os acertos e erros, as representações gráficas, a solução no papel e a transcrição do "pensar em voz alta". Quando são comparadas as soluções escritas no papel com o que o sujeito estava pensando, surgiram várias particularidades que não estavam presentes na forma final escrita.

São apresentadas, a seguir, algumas passagens a partir do momento em que um dos sujeitos (SER) recebe o problema 1E e é solicitado, pelo experimentador (E) a resolvê-lo. Pode ser notado que à medida que o sujeito se familiariza com a situação e com a técnica de pensar em voz alta vai, gradativamente, apresentando uma maior fluidez verbal, como se prestasse mais atenção ao procedimento. Dada a extensão do protocolo são omitidas quase todas as marcações de tempo e descrições do comportamento, permanecendo apenas algumas a título de ilustração:

(13:42) [Fica olhando longamente o problema e é novamente solicitado a verbalizar o que está "passando na cabeça", isto é, a pensar em voz alta]. [Após quase um minuto, rabisca alguma coisa no papel].

SER- ..... Ah! .... [Como se descobrisse alguma coisa].  
b x a ao quadrado  
[depois apaga] ....igual....[refaz] .....Não tem nenhum valor? É só fazer a expres-

são? ...E...Hum...Então, esse aqui está bom? [mostrando o que havia feito]

E- Você acha que está bom assim? [o experimentador devolve a pergunta]

SER- Não sei, né? Porque não tem nenhum número, não tem nenhum comprimento b.

[Pensa durante mais um tempo, então o experimentador intervém]

E- E se fosse assim, S.? [apresenta o problema 1A]. Depois a gente volta para esse.

[vai resolvendo o problema e "pensando em voz alta"].

SER- Comprimento vezes 3 metros vezes 3 metros ...Aqui...aqui é igual a 18 vezes 3

... dá 54.....54.....é.....ainda tem um vezes 4, né?.....4.....vai dar 216.

E- Você pode fazer as contas aqui (mostra o papel) se você quiser, tá?

SER- Ok.... metros cúbicos.....É... Preciso escrever a resposta ou é só.....

E- É... escreva a resposta..

E- [apresentando novamente 1E] Agora você olha de novo, esse aqui (é mostrado 1E). Depois que você fez esse 1A, o que você acha?

SER- Hum! [Olha o que havia feito anteriormente e começa a apagar]

E- Ao invés de você apagar, você faz embaixo, tá?

SER- Ah! Tá!.... Tá!.... [fica olhando o problema e pensando, durante aproximadamente 20 segundos]... aqui eu posso dar um valor qualquer? Ou....

E- Como?

SER- Aqui eu deixo assim, só com as letras ou dá um valor prá....

E- Por que você quer dar um valor?

SER- Não, porque....só na expressão, porque eu não sei se precisa do valor ou .....

E- Não, não precisa.

SER- Ah! Não precisa. Ah! Tá!...Então eu pus, né? ...o comprimento vezes a largura vezes a altura vezes o número de salas é igual ao volume de tudo.

E- Hum, Hum! (apresenta 1B) E se o problema fosse assim?

[Fica olhando longamente o problema]

SER- Então é (escrevendo)...6 metros vezes 3 metros vezes 3...largura - comprimento e altura ... vai dar ... 54 ...metros cúbicos ... 54 ... vezes o n número de salas iguais, vai ser igual o volume total ... isso ....deu ....Está certo?

E- Você acha que está certo assim?

SER- Ah! deixa eu ver.

E- Eu não estou dizendo que não está certo, estou só pedindo para você falar para mim se está certo ou errado.

SER- ao invés de multiplicar por um número certo ... de classes... multiplica pelo n e sabe que o volume vai ser ... não sabe quanto é, né? Porque não tem número. Então

- substitui o quatro que era um número certo por esse aí [referindo-se ao  $n$ ]. (Volta 1E)
- E- E aí... Depois de ter feito esses dois (problemas), você mantém do mesmo jeito?
  - SER- Pera aí...
  - E- Você pode escrever embaixo, tá?
  - SER- Hum... (Fica estudando o modo como já havia feito 1E).
  - S- Acho que ficou a mesma coisa porque... eu não sei o valor de nenhuma, né? ... eu tenho que deixar... O que eu sei, é que a largura, né, o  $b$  (comete um erro) vezes a altura... não... o comprimento  $b$  (corrige o erro) e a largura e altura o  $a$ ... um vezes o outro, vezes o número de salas iguais vai dar... o volume, né? de todos... Já que todos os 3, as quatro, né? as três do meio e a outra... são incógnitas, né? eu não tenho como descobrir o resultado, né?
  - (É apresentado 1C)
  - E- E agora?
  - S- Então, vai ficar... tinha 3 comprimento vezes 3 de altura... não... vezes 3 de largura e vezes 4 de altura... Então... isso vai dar o valor da classe, né?... como fala... e... agora 18a que ... vezes  $n$  vai dar o volume total. (fica quarenta segundos em silêncio). Então... como eu tenho duas variáveis aqui e as duas são incógnitas, eu deixo o resultado aqui... é... com o número e também as variáveis.
  - E- E aqui. (mostra o que já havia feito em 1E) continua representando igual?
  - S- Acho que sim.
  - E- Porque você acha que sim?
  - S- Porque como eu não sei o valor de nenhuma variável... quer dizer, precisaria saber das 3, né? Eu sei que... o número... deixa eu só mudar o número. (refaz em baixo). (Murmúrio incompreensível).
  - S- É ... volume (murmúrio). Ao quadrado vezes  $n$  é igual ao volume... então... como eu não sei nenhuma das três, é não posso presumir, né? Como as 3 são incógnitas qual o número de cada uma, então deixo... o número de variáveis aqui, sabendo que... é...  $b \times a^2$  é o volume de uma, né? esse...  $b$  vezes  $a^2$  vezes  $n$  é o número de todas que eles querem saber... é o volume de todos.
  - E- Nós já fizemos o A, B, C, agora vamos ver esse aqui (1D) dessa série 1, como você faz. (é apresentada a cartela com 1D).
  - SER- Diz aqui que 6 metros vezes as duas variáveis  $a$  e  $a'$ , largura e altura, né? dá para ver que são iguais... então 6...  $a^2$ ... que é o volume de uma classe, né? e o volume de todas as classes, né? que eles estão pedindo... é esse resultado, 6<sup>2</sup> vezes  $n$ , né? Como é uma incógnita, eu deixo o resultado assim por não saber o valor.

E- Tá! E aí, agora, esse problema (1E) você pensaria diferente ou deixaria como está? Pode fazer embaixo para não precisar apagar. (fica um momento em silêncio).

SER- Não, acho que é isso mesmo (deixa como está) porque não sei o valor de nenhuma aqui e tenho que deixar igual, né?

Ao terminar a série, buscou-se estabelecer um diálogo com o sujeito de forma a obter maiores informações a respeito do conhecimento prévio que tinha sobre aquele tipo de problema e também para não passar imediatamente ao problema seguinte, que apresentava um grau maior de dificuldade, podendo ocasionar fadiga.

- E- Você achou difícil, esse problema?
- SER- Esse?
- E- É.
- SER- Não... é... (pausa)... considerando assim que eu não sei a variável, se é para deixar na conta, né, na operação... não tem problema, não o volume é só fazer um vezes o outro, né, cada um... vezes o número das salas..., se é uma variável, eu deixo em variável para saber... eu deixo na variável, na conta para saber na hora que souber o número, né, ... qual a operação.
- E- Você já tinha visto problemas desse tipo? Você já tinha aprendido com a professora da 7ª série?
- SER- Não, desses problemas assim... é, falar em  $b$  metros, em  $n$ , ela nunca deu. Em geral, ela dava um número que dava para montar uma equação e terminar, né... descobrir o valor e era... e acho que ela só dava uma variável... não dava mais que uma...
- E- Então, ela dava igual ao problema 1B (mostra). Soria assim?
- SER- É... mais ou menos isso, só que, por exemplo, sabendo que... o volume  $N$  das salas, então, daí, é... isso... você sabe que... aqui... vezes  $n$  é o número total. Daí, você, por exemplo, saberia qual é o volume total, ela daria, né... ela daria tudo e você saberia assim... que o volume total é esse... ou você descobre... ou ela colocaria assim a largura,  $a$  ... e... a altura e o comprimento, ela punha... não punha a largura e a altura, mas punha o volume total assim..., daí, pela equação, você descobriria qual o valor do  $a$ , mas ela... não... porque... não era difícil o dela, ela sempre punha um número a mais para você poder fazer (trabalha com um número menor de incógnitas).
- E- E quando você viu o primeiro problema, o que você achou? Você achou difícil?
- SER- É, eu achei que como os dela (da professora em sala de aula) sempre

*tinham o resultado, né... eu tentei achar, mas como não tinha nenhum número assim, né? deixei na... como seria a operação com números, né? Para quando souber o valor da incógnita, eu colocar, né?*

- E- *Você gosta de Matemática?*
- SER- *Gosto.*
- E- *Qual é a sua disciplina preferida na escola?*
- SER- *Matemática, mesmo.*
- E- *É... E sua nota é sempre alta?*
- SER- *É, na 7ª série, eu fui bem.*
- E- *Bom, agora nós já terminamos essa parte. Vamos ver uma outra agora?*
- SER- *Tá.*

SER gastou 5 minutos e 43 segundos para chegar à solução da variante 1E. Não usou esquemas visuais, isto é, não fez nenhuma representação gráfica do problema, ao contrário de WEB, que primeiro lia o enunciado e depois representava graficamente.

Podemos perceber que à medida que os sujeitos progrediam nas variantes dos problemas, adquiriam maior facilidade para verbalizar aquilo que estavam pensando, o que parece indicar que à medida que vão se familiarizando com a tarefa e com o método, muitas das dificuldades iniciais vão sendo superadas, permitindo ao sujeito expressar melhor o procedimento que está utilizando e as relações que vão sendo estabelecidas. Isso pode ser percebido no texto a seguir, pois ao se defrontar com a tarefa seguinte, recebeu novamente as instruções e já mostrava mais as ligações que estava fazendo:

- E- *Então, SER, quando você estiver fazendo o problema, você pode ir falando o que você está pensando e porque você está fazendo dessa maneira, você resolve essa parte do problema, depois, a gente passa um traço e quando você pegar de novo a folha, você começa embaixo do traço.*
- SER- *Ab, tá O.K. (É apresentado novamente o problema 2E)*
- E- *Você pode fazer desenho também, viu? O que você quiser, pode rubiscar, aí, à vontade.*
- SER- *Deixa eu ver.*
- E- *Está dando para ler?*
- SER- *Ab, tá! (fica em silêncio, olhando atentamente o problema e pensando durante aproximadamente 45 segundos).*
- SER- *Então, m vezes  $x^2$ ... é... m vezes  $x^2$  mais n vezes... y... ao quadrado... é igual...*

*área... da tábua. Então, aqui, eu tô vendo que... o quadrado x centímetros de lado, né, tem  $x^2$ , a área dele... e m vezes esses quadrados, né? incógnita... e aqui também n vezes quadrado, né?... que tem a área  $y^2$  e sabemos os dois... vai dar a área da tábua total. Isso.*

E- (Apresentando o problema da série seguinte): *E aqui, como você resolve?*  
SER- *Então, é... 4 quadrados... então é quatro vezes... três ao quadrado, né?... porque... foram quatro quadrados... de 3 cm de lado, 3 vezes 3... a área do quadrado seria 9, né... seis vezes... dois... elevado a dois, porque o lado do quadrado era 2, então... vai ficar... , ... é que é igual... isso... então vai ficar... 4 vezes 9, mais 6 vezes 4... que é igual 36 mais 24 igual a 60 centímetros quadrados que é igual à área total... isso.*

Um outro trecho interessante do protocolo de SER mostra a maneira como vai percebendo, à medida que avança, as relações e semelhanças entre os vários problemas:

- SER: *Ab, eu vejo igual ao outro, porque no outro sabendo seria como somasse o valor dessas incógnitas, né? mas, pela operação... a operação tá igual, né? só não têm os valores, os números aqui... porque é... que nem da outra vez (generaliza a passagem do concreto para o abstrato) o m substituindo o quatro, o n substituindo o 3... e a operação continua igual... só muda... porque agora é só letra.*

O trecho a seguir confirma que o estudante é capaz de reconhecer não apenas a semelhança entre os problemas, mas também o que é a invariante do problema:

- SER: *Não, acho que não ainda, porque também, eu vejo que... né... aqui, eu não sei nenhuma das três incógnitas, mas... aí... é, faltava uma, mas a operação é sempre a mesma, né? (reconhece a invariante do conceito). Só na conclusão aqui que... que tendo uma incógnita, ainda sem saber o valor, né... uma incógnita... então deixa o valor que já sabe, vezes a incógnita, já que aqui é tudo um multiplicado um pelo outro, mais a operação é igual ainda.*

Esses resultados mostram que os estudantes podem generalizar e transferir com facilidade e que a transferência é dependente de uma atividade de síntese do pensamento, atividade essa que compara os problemas e os incorpora como uma única e mesma atividade, traduzindo a solução para um esquema geral. Todos os quatro sujeitos conseguiram, de diferentes maneiras, transferir das operações com quantidades concretas para as operações com símbolos convencionais. Se a tarefa apresentada aos sujeitos consistisse apenas de um problema para ser solucionado seria difícil

verificar a ocorrência da aprendizagem e a transferência para um esquema geral de solução.

Os trechos dos diferentes protocolos mostrados permitem ao leitor verificar que o uso da "técnica de pensar em voz alta" na pesquisa em Educação Matemática (particularmente naquelas relativas à solução de problemas), fornecem dados relevantes para a compreensão dos vários elementos presentes na solução, abrangendo desde o momento da obtenção da informação matemática, as várias representações que são feitas (como no caso de WEB, que sempre representava graficamente o enunciado), passando pelos procedimentos escolhidos para a solução até o momento do monitoramento da solução.

Para se obter um resultado mais adequado, tanto o pesquisador quanto os sujeitos precisam ser treinados na maneira de proceder durante a coleta de dados. Os primeiros problemas devem ser apresentados como um treinamento, tanto para o sujeito como para o pesquisador e somente a partir do momento em que o pesquisador esteja seguro das direções a seguir e de que o sujeito compreendeu o que é esperado dele, devem ser apresentados os instrumentos do estudo. Além disso, a leitura de protocolos de estudos anteriores e de textos referente ao método permitirá ao experimentador uma maior familiaridade com os procedimentos e uma melhor adequação dos questionamentos e das observações.

### Referências bibliográficas

- BIGGE, M. L. E HUNT, M. P. (1968). *Psychological foundations of education*. New York: McGraw Hill.
- BRITO, M. R. F. (1977). Estudo Comparativo entre aprendizagem significativa e por tentativa e erro. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas.
- BRITO, M.R.F.; FINI, L.D.T. E NEUMANN, V.J. (1994). Um Estudo Exploratório sobre as relações entre o Raciocínio Verbal e o Raciocínio Matemático. *Pró-Posições*, Volume 13[4], Pp. 37 - 44.
- BRITO, M. R. F. (1996). Generalization in Algebra Problem Solving and Attitudes toward Mathematics in *Proceedings of the 20th Conference of the International*

*Group for the Psychology of Mathematics Education*, Edited by Luis Puig and Angel Giménez, Valencia (Spain), Vol. 1, P. 167.

ERICSSON, K. A. & HASTIE, R. (1994). Contemporary approaches to the study of thinking and problem solving; in *Thinking and problem solving*, edited by Robert J. Sternberg, Handbook of Perception and Instruction. Second Edition. San Diego: Academic Press. Pp. 37-79.

GINSBURG, H. P.; KOSSAN, N. E.; SCHWARTZ, R. & SWANSON, D. (1983). Protocol methods in research on mathematical thinking, in *The development of mathematical thinking*, edited by Herbert P. Ginsburg. Developmental Psychology Series. Orlando, Fla.: Academic Press Inc. pp. 7-47.

KRUTETSKY, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University Press.

LIMA, V. S. (2001). Solução de problemas: Habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade. Tese de Doutorado. Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM). Faculdade de Educação. UNICAMP.

MILLER, G. A.; GALANTER, E. & PRIBRAM, K. H. (1960). Plans and the structure of behavior; in *Thinking and reasoning* (1970). Edited by P. C. Wason and P. N. Johnson-Laird. Penguin Modern Psychology Readings. Great Britain: Penguin Books.

RESNICK, L. B. & FORD, W. W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Traducción de Alejandro Pareja. Madrid: Paidós.

UTSUMI, M. C. (2000). Atitudes e Habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: Um estudo sobre a estabilidade das atitudes e as habilidades matemáticas de estudantes das séries finais do primeiro grau. Tese de Doutorado. Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM). Faculdade de Educação. UNICAMP.

VON SOMEREN, M. W.; BARNARD, Y. F. & SANDBERG, J. A. C. (1994). *The think aloud method. A practical guide to modeling cognitive processes*. London: Academic Press Limited.